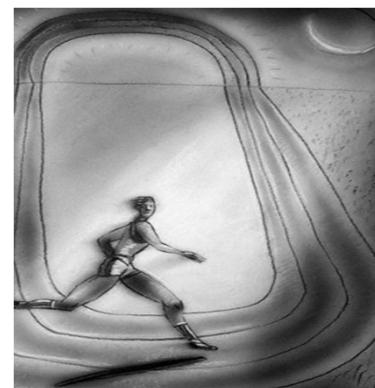


اصول شبیه سازی

هفته اول

آشنایی با اصول شبیه
سازی



تمرین

SIMULATION

این یک مساله سخت است!

شخصی هر روز برای دویدن از خانه خارج می شود. هنگام ترك خانه با شانس مساوی از درب جلو یا درب عقب خانه خارج می شود و بطور مشابه وقتی که از دویدن باز می گردد با شانس برابر از یکی از درها وارد خانه می شود. این دونه 5 جفت کفش ورزشی دارد که وقتی به منزل باز می گردد از هر دري که وارد شود کفشهایش را همانجا قرار می دهد. اگر از دري که برای دویدن خارج می شود هیچ کفشی نبیند با پای برهنه می دود.

- 1- نسبت روزهایی را که او پا برهنه می دود را بیابید
- 2- احتمال اینکه دو روز پشت سر هم پا برهنه بدود چقدر است؟

پس چه باید کرد؟

گرچه این مساله را می توان از روشهای دقیق حل نمود اما بسیاری از مسائل مشابه وجود دارند که نمیتوان آن را به راحتی حل نمود!

شبیه سازی چیست؟

شبیه سازی : تقلیدی از یک سیستم یا فرآیند واقعی با گذشت زمان است.

- ابزار و روشی برای تجزیه و تحلیل، مقایسه و بهینه سازی سیستمهای پیچیده ای که تکرار پذیر می باشند.
- گاهی اوقات به دلیل روابط ساده بین اجزای یک سیستم امکان استفاده از مدلهای دقیق ریاضی برای تحلیل روابط وجود دارد. در این صورت نتایج به دست آمده دقیق (Exact) است. مثال: مدل اندازه سفارش اقتصادی قطعی، مدلهای برنامه ریزی خطی، مدل CPM و
- اما غالب مدلهای واقعی به اندازه ای پیچیده هستند که استفاده از مدلهای ریاضی برای آنها دشوار یا ناممکن است. در این صورت شبیه سازی به ما کمک می کند تا نتایج مورد نظر را با سهولت به دست آوریم.

چرا شبیه سازی؟

1. بسیاری از سیستمها در عمل بسیار پیچیده هستند.
2. بسیاری از مدل‌های ریاضی نیازمند فرض‌های بسیار محدود کننده هستند. (حالت خاص هستند).
3. می توان از شبیه سازی برای اعتبار دهی به نتایج واقعی مدل‌های ریاضی استفاده کرد. (به مثال دقت کنید)
4. برای سیستمهایی که وجود ندارند کاربرد فراوانی دارد
5. و... (صفحه 4 کتاب)

مزایای شبیه سازی

1. استفاده متناوب و متعدد از مدل ایجاد شده توسط شبیه سازی
2. امکان ایجاد انواع تحلیل‌های حساسیت و توانایی در پاسخ به انواع پرسش‌های What if?
3. هزینه پایین در دستیابی به اطلاعات
4. کم کردن زمان
5. سادگی در استفاده
6. عدم نیاز به فرض‌های ساده کننده
7. گاهی اوقات شبیه سازی تنها راه ممکن برای تحلیل داده هاست.



معایب شبیه سازی

1. ممکن است برخی شبیه سازیها از نظر کامپیوتری بسیار پرهزینه باشند.
2. ممکن است دقت نتایج نهایی رضایت بخش نباشد.
3. به هر حال اعتبار روشهای شبیه سازی در مقایسه با روشهای دقیق کمتر است.
4. نیازمند اعتبارسنجی و آزمایش مدل می باشد.



برخی مفاهیم اولیه در شبیه سازی

- سیستم: مجموعه ای از اشیاء (Object) و اجزا که برای رسیدن به اهداف از پیش تعیین شده با هم در تعاملند. یک سیستم علاوه بر اثرپذیری از اجزای خود تحت تاثیر محیط اطراف نیز می باشد.
- اجزای یک سیستم:
 1. نهاد Entity
 2. خصوصیت ، صفت یا خصیصه Attribute
 3. فعالیت Activities/Operations
 4. پیشامد Event
 5. متغیرهای حالت State

نهاد Entity

نهاد: عنصر، بخش یا جزئی از سیستم است که در طول زمان عامل ایجاد تغییرات در سیستم است. نهادها معمولاً در سیستم جاری هستند و مورد پردازش قرار می‌گیرد.

- نهاد با در نظرگرفتن هدف مطالعه تعیین میشوند.

| سیستم | نهاد |
|--------------|------------|
| بانک | مشتریان |
| مترو | مسافران |
| خط مونتاژ | قطعات |
| سیستم نت | ماشین آلات |
| سیستم موجودی | تقاضا |

خصوصیت Attribute

- خصوصیت: یک یا چند صفت از نهاد می باشد که
- 1- از هر نهاد به نهاد دیگر ممکن است متفاوت باشد.
 - 2- پارامترهای سیستم شبیه سازی تحت تاثیر آن می باشد.
 - 3- برای فرآیند شبیه سازی مهم است.
 - 4- می تواند روی زمان و توزیع اثر بگذارد.
 - 5- می تواند به صورت عبارات logical و یا categorical و یا یک عدد باشد.

| سیستم | نهاد | خصوصیت |
|--------------|------------|-------------------------------------|
| بانک | مشتریان | نوع خدمت مورد نیاز |
| مترو | مسافران | مبدا و مقصد |
| خط مونتاژ | قطعات | نوع قطعه و عملیات مورد نیاز آن |
| سیستم نت | ماشین آلات | سرعت و کارایی، نوع ماشین و نوع خدمت |
| سیستم موجودی | تقاضا | تعداد، نوع سفارش |

فعالیت Activities/Operations

- فعالیت : کاری که به واسطه آن نهاد در سیستم حضور دارد.
- 1- فعالیت یک کار از پیش تعیین شده است.
 - 2- بیان کننده آنچه برای نهاد اتفاق افتاده است.
 - 3- فعالیت می تواند توسط نهاد انجام شود و یا روی نهاد انجام گیرد.

| سیستم | نهاد | خصوصیت | فعالیت |
|--------------|------------|--|-------------------------------------|
| بانک | مشتریان | نوع خدمت مورد نیاز | عملیات بانکی مختلف |
| مترو | مسافران | مبدا و مقصد | ورود به ایستگاه رسیدن به مقصد |
| خط مونتاژ | قطعات | نوع قطعه و عملیات مورد نیاز آن | عملیات مختلف مونتاژ |
| سیستم نت | ماشین آلات | سرعت و کارایی، نوع ماشین و نوع خدمت | تعمیر |
| سیستم موجودی | تقاضا | تعداد، نوع سفارش | خارج سازی کالا و عملیات پشتیبانی |

متغیرهای حالت State

- متغیرهای حالت : مجموعه ای از شاخصهای کمی برای تشریح وضعیت سیستم، پیش بینی وضعیت آینده و ارزیابی سیستم
- 1- حتماً شاخص عددی قابل اندازه گیری است.
 - 2- چیزی است که پس از شبیه سازی باید به صورت خروجی گزارش شود.
 - 3- مستقیماً به هدف شبیه سازی بر می گردد. و شاخصهای عملکرد را بر اساس آن ایجاد می کنند.
 - 4- تابعی از زمان هست.

| متغیر حالت | فعالیت | نهاد |
|---|------------------------------------|------------|
| تعداد مشتریان منتظر، تعداد خدمت دهنده ها | عملیات بانکی مختلف | مشتریان |
| تعداد مشتریان در سفر | سفر | مسافران |
| تعداد قطعات در انبار موقت | عملیات مختلف مونتاژ | قطعات |
| تعداد تعمیرکار | تعمیر | ماشین آلات |
| میزان موجودی انبار، تعداد تقاضای | خارج سازی کالا و عملیات تراکنشی | تقاضا |

به مثالهاي بيشتري توجه كنيد:

پيشامد Event

- پيشامد رخدادی که می تواند متغیرهای حالت را تغییر دهد و دو صورت مختلف دارد:
 - درون زا : endogenous عامل رخداد درون سیستم است. مثل تمام شدن کار یک سرور که باعث کم شدن یک مشتری می شود
 - برونزا: exogenous عامل رخداد از بیرون سیستم است. مثل ورود یک مشتری

| پیشامد | متغیر حالت | نهاد |
|----------------------------------|---|------------|
| ورود یک مشتری پایان خدمتدهی | تعداد مشتریان منتظر، تعداد خدمت دهنده ها | مشتریان |
| ورود به ایستگاه رسیدن به مقصد | تعداد مشتریان در سفر | مسافران |
| ورود و خروج قطعات | تعداد قطعات در انبار موقت | قطعات |
| از کار افتادگی، اتمام تعمیر | تعداد تعمیرکار | ماشین آلات |
| ارسال یا دریافت سفارش | میزان موجودی انبار، تعداد تقاضای | تقاضا |

سیستم‌های گسسته و پیوسته پیشامد

- سیستم‌های گسسته پیشامد: سیستم است که متغیرهای حالت آن به صورت گسسته هستند. مثل بانک و...
- سیستم‌های پیوسته پیشامد: سیستمی است که متغیرهای حالت آن به طور پیوسته طی زمان تغییر می‌کند. مثل آب پشت سد، نرخ جمعیت یک کشور و ...

مدل سیستم

مدلها ابزاري براي نمايش يك سيستم واقعي هستند بطوريكه تجزيه و تحليل سيستم از طريق اين ابزار امكانپذير باشد.

- ممکن است تحليل روي سيستم واقعي امكان پذير نباشد
- ممکن است اساساً سيستم هنوز ايجاد نشده باشد.
- مدلها دربر گيرنده تمام جزئيات نيستند بلکه وضعيت ساده اي از سيستم را نشان مي دهند.
- ساده سازي يك اصل مهم در مدلسازي است اما نبايد زياده روي نمود به طوريكه به هدف لطمه بزند.

مراحل مدلسازي شبیه سازي گسسته پیشامد

- 1- تعریف دقیق و کامل مساله اي که قرار است حل شود.
- 2- ساخت مدل مفهومي Conceptual model
- 3- تبدیل مدل مفهومي به مدل مشخص specification model
- 4- تبدیل مدل مشخص به مدل محاسباتي computational model
- 5- بازبینی و تعیین اعتبار و صحت مدل Verify و Validate
این مراحل تکرار پذیر مي باشد.

مراحل مدلسازي شبیه سازي گسسته پیشامد

مدل مفهومي Conceptual model

- مدل کلی و به دور از جزئیات است.
- در این بخش در می یابیم مدل چقدر باید جامع باشد.
- نهاد و متغیرهای حالت سیستم شناسایی می شوند.
- می تواند ذهنی باشد.

مراحل مدلسازي شبيه سازي گسسته پيشامد

مدل مشخص specification model

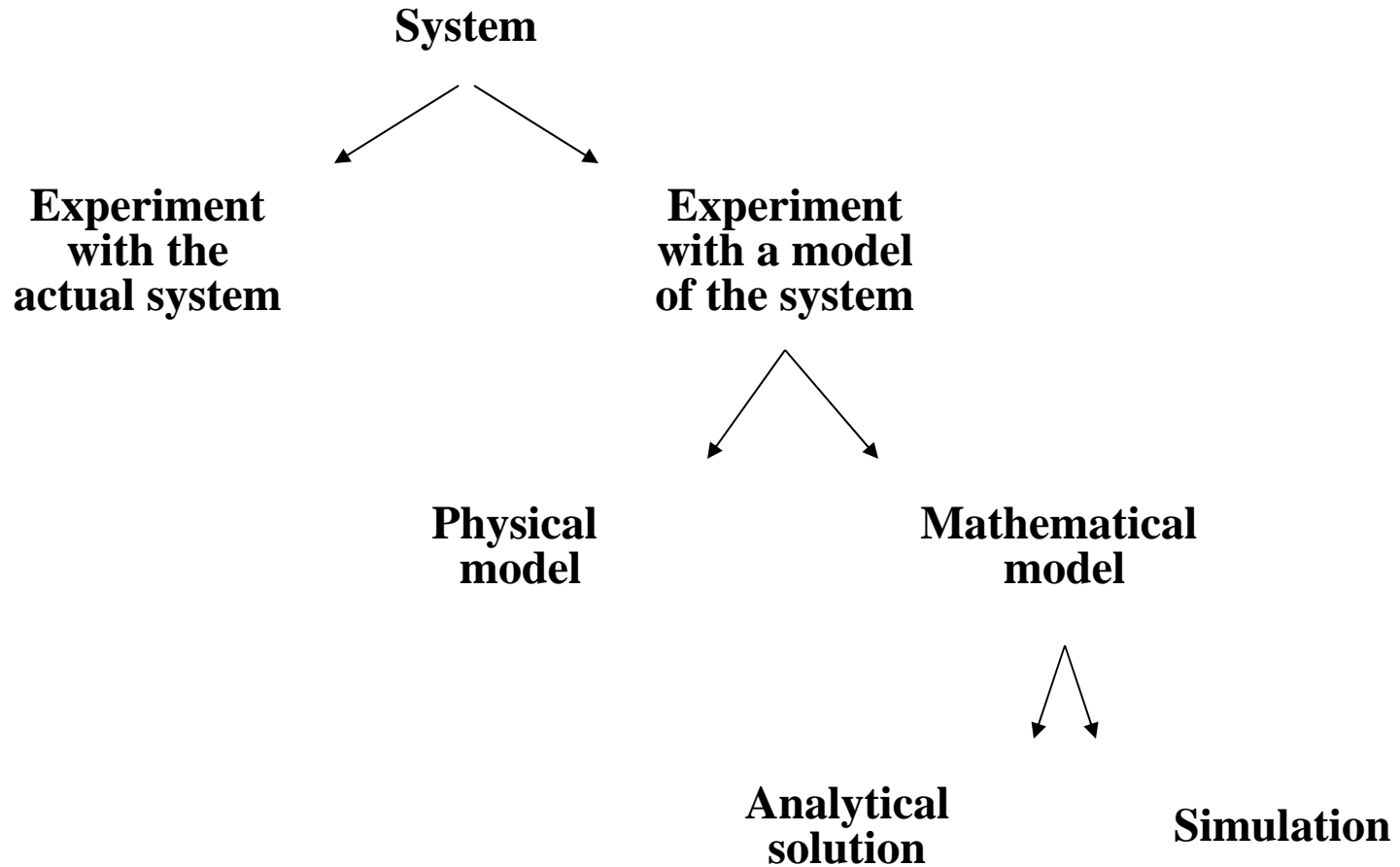
- مدل روی کاغذ می آید
- از روشهای گرافیکی، شبه کدنویسی، فلوجارت، معادلات ریاضی و... استفاده می شود.
- خروجی ها، وروپها و فرآیند شناسایی شده و ترسیم می شود.

مراحل مدلسازي شبیه سازي گسسته پیشامد

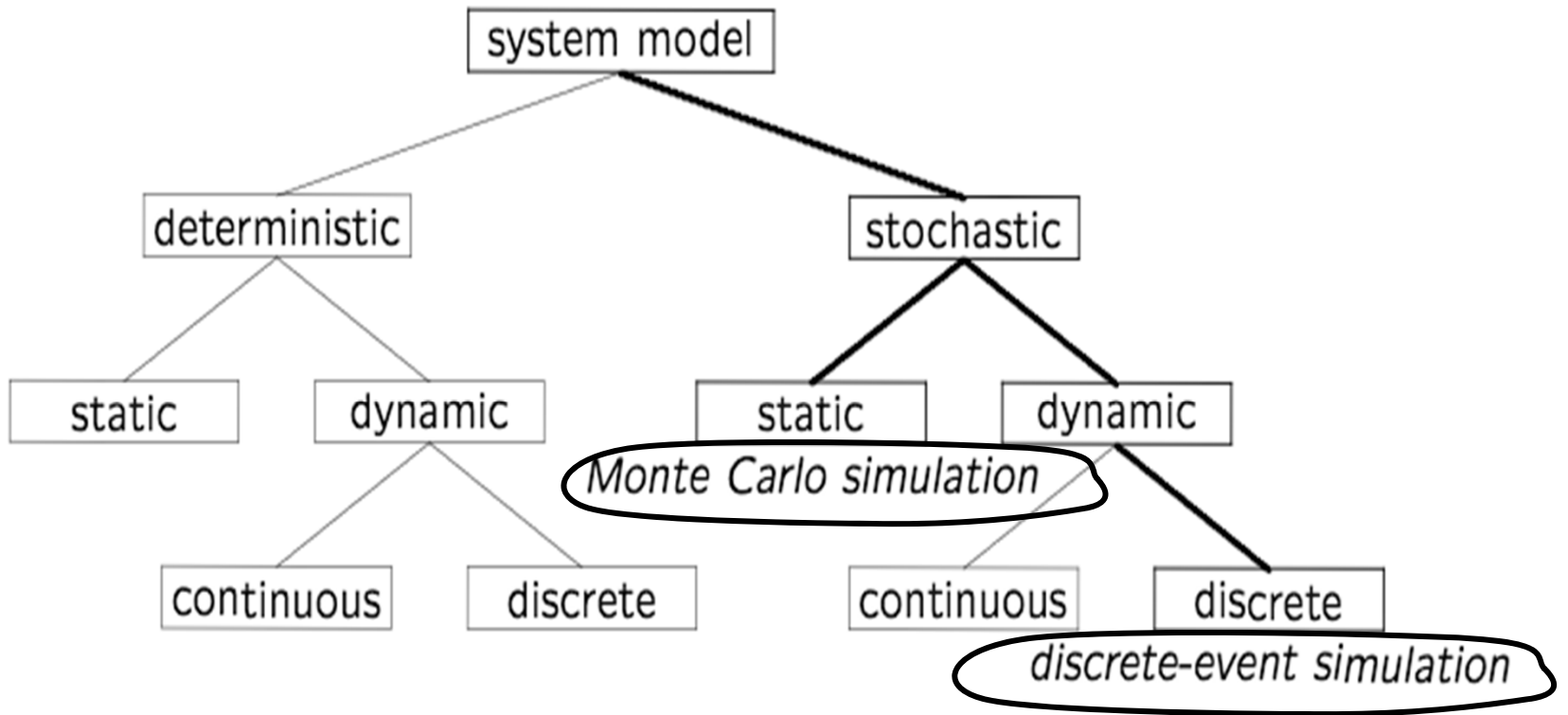
مدل محاسباتي computational model

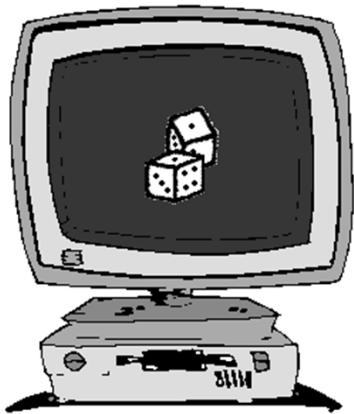
- مدل به صورت کدهای کامپیوتری در می آید.
- از حالت ایستا و بدون زمان به حالت پویا و دارای زمان در می آید.
- مدل آماده برای اجرا است.

انواع مدلها



طبقه بندي مدلها





شبیه سازی مونت کارلو

شبیه سازی مونت کارلو:

شبیه سازی مونت کارلو روشی است که برای حل مسائل پیچیده اعم از مسائل تصادفی و یا غیر تصادفی از اعداد تصادفی استفاده می کند.

- ویژگی اصلی شبیه سازی مونت کارلو این است که زمان نقشی در آن ندارد.
- از مونت کارلو در حل بسیاری از مسائل تئوریک و کاربردی طریق روشهای دقیق نمی توان آنها را حل نمود یا حل آنها بسیار مشکل است کاربرد دارد.

شبیه سازی مونت کارلو

مثال 1: حل مسائل غیر تصادفی (محاسبه انتگرالهای پیچیده)

فرض کنید $g(x)$ یک تابع حقیقی می باشد که نمی توان انتگرال آن را از روشهای تحلیلی محاسبه نمود:

$$I = \int_a^b g(x) dx$$

- برای اینکه با استفاده از روش مونت کارلو این مساله غیر تصادفی را حل کنیم متغیر تصادفی Y را به صورت $Y = (b-a)/g(x)$ تعریف می کنیم بطوریکه X یک متغیر تصادفی یکنواخت در بازه $[a, b]$ باشد.

شبیه سازی مونت کارلو

مثال 1: حل مسائل غیر تصادفی

فرض کنید $g(x)$ یک تابع حقیقی می باشد که نمی توان انتگرال آن را از روشهای تحلیلی محاسبه نمود:

$$I = \int_a^b g(x) dx$$

- برای اینکه با استفاده از روش مونت کارلو این مساله غیر تصادفی را حل کنیم متغیر تصادفی Y را به صورت $Y = (b-a)g(x)$ تعریف می کنیم بطوریکه X یک متغیر تصادفی یکنواخت در بازه $[a, b]$ باشد.

شبیه سازی مونت کارلو

مثال 1: حل مسائل غیر تصادفی

$$E(Y) = E[(b - a)g(X)] = (b - a)E[g(X)]$$

$$E(Y) = (b - a) \int_a^b g(x)f(x)dx$$

$$E(Y) = (b - a) \int_a^b g(x)f(x)dx = (b - a) \int_a^b g(x) \frac{1}{b - a} dx = I$$

$$\hat{E}(Y) = \bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n} = (b - a) \sum_{i=1}^n g(X_i) / n$$

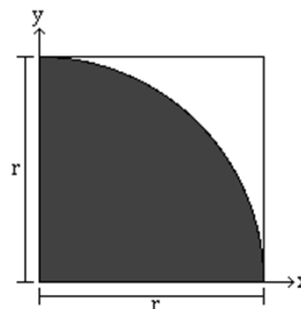
1- تولید عدد تصادفی
یکنواخت بین a و b

2- به دست آوردن $g(x)$

3- محاسبه میانگین
نمونه‌ای Y

شبیه سازی مونت کارلو

مثال 2: به دست آوردن عدد π



$$\frac{\text{Dart hitting shaded area}}{\text{Dart hitting inside square}} = \frac{1/4 \pi r^2}{r^2} = 1/4 \pi$$

$$\pi = 4 \times \frac{\text{Dart hitting shaded area}}{\text{Dart hitting inside square}}$$

شبیه سازی مونت کارلو

مثال 3: نمونه گیری از جامعه های محدود

شبیه سازی مونت کارلو

مثال 4: کنترل موجودی: مساله پسرک روزنامه فروش

یک فروشنده روزنامه هر روز صبح تعداد Q واحد روزنامه سفارش می دهد. قیمت هر روزنامه 60 تومان است و قیمت خرید روزنامه نیز 40 تومان در نظر گرفته می شود. تقاضای روزنامه در هر روز D به صورت یکنواخت در بازه $[80 \ 140]$ توزیع شده است. این روزنامه فروش چه میزان روزنامه در هر روز سفارش دهد تا سودش ماکزیمم شود؟

- تابع سود که با P نشان داده می شود از رابطه زیر قابل محاسبه است.

$$P = \begin{cases} 0.6Q & \text{if } D \geq Q \\ 0.6D - 0.4(Q - D) & \text{if } Q > D \end{cases}$$

شبیه سازی مونت کارلو

مثال 4: کنترل موجودی: مساله پسرک روزنامه فروش
برای حل این مساله امید ریاضی سود را ماکزیمم کرد:

$$\text{Max } E(P) = \text{Max} \int_Q^{140} \frac{0.6Q}{60} dx + \int_{80}^Q \frac{(0.6x - 0.4(Q - x))}{60} dx$$

$$Q^* = 116$$

- Set $Q = 80$
- Generate n replications of D
- For each replication, compute the profit or loss, P_i
- Estimate $E[P]$ with $\sum P_i/n$
- Repeat for different values of Q
- Select the value that gives the biggest estimated profit

شبیه سازی مونت کارلو

مثال 5: کنترل کیفیت آماری: محاسبه متوسط طول دنباله یکی از معیارهای عملکرد نمودارهای کنترل متوسط طول دنباله یا ARL است که به متوسط تعداد نقاط داخل حدود کنترل تا رسیدن به یک سیگنال تعریف می شود. متوسط طول دنباله برای نمودار کنترل از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$ARL_{in\ control} = \frac{1}{\alpha}$$
$$ARL_{out\ of\ control} = \frac{1}{1-\beta}$$

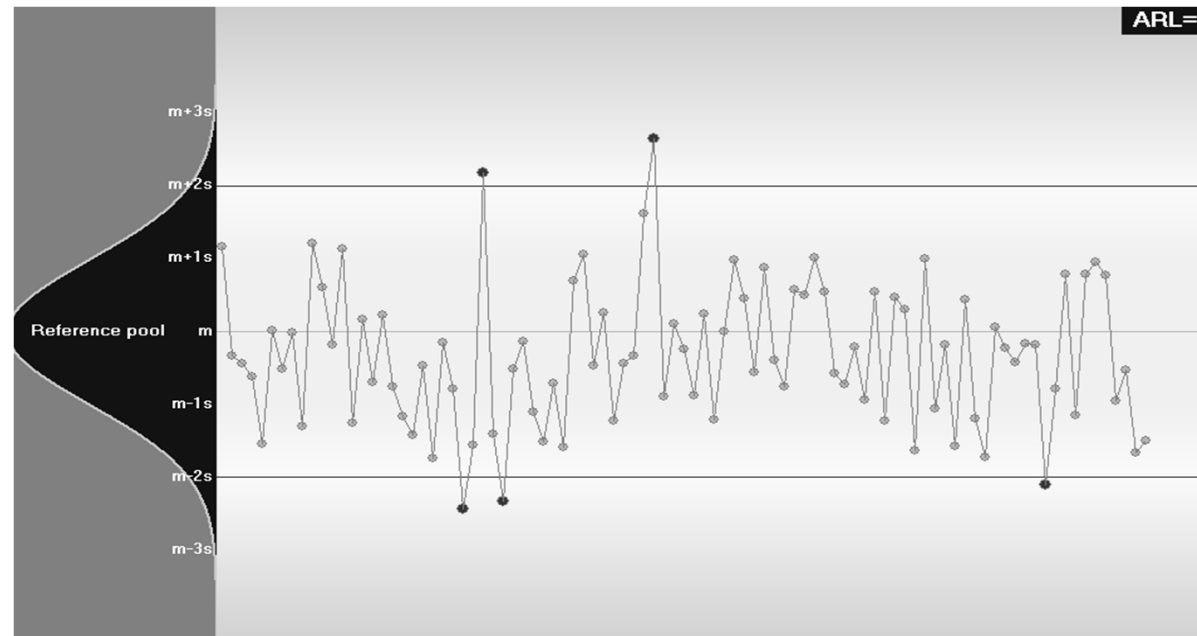


شبیه سازی مونت کارلو

TUTORIALSHEWHART.EXE

مثال 5: کنترل کیفیت آماری: محاسبه متوسط طول دنباله

برخی نمودارهای کنترل مانند نمودار EWMA به نحوی هستند که محاسبه مقدار ARL در آنها بسیار پیچیده است. در اینصورت می توان از شبیه سازی مونت کارلو برای محاسبه ARL استفاده نمود.



شبیه سازی مونت کارلو

در بسیاری از مباحث اصلی مهندسی صنایع شبیه سازی مونت کارلو کاربرد فراوانی دارد:

- 1- اقتصاد مهندسی :** وقتی نرخ بازگشت سرمایه ROR تصادفی و تورم نیز نامشخص است.
- 2- کنترل پروژه:** محاسبه مسیر بحرانی وقتی طول مدت فعالیتها نامعلوم و تصادفی و نیز برخی پارامترهای دیگر نیز تصادفی باشد.
- 3- تحقیق در عملیات :** برای تقریب یا بهینه سازی توابع غیر خطی پیچیده
- 4- آمار مهندسی:** برای انجام آزمونهای فرض که فرضیات اصلی مانند نرمالیتی را ندارند و یا اساساً آماره تعریف شده ای برای آنها وجود ندارد.

شبیه سازی گسسته پیشامد

شبیه سازی گسسته پیشامد عبارت است از مدلسازی سیستمهایی که متغیر حالت در آنها در مجموعه‌ای گسسته از زمان تغییر می‌کند.

- شبیه سازی گسسته پیشامد با استفاده از روشهای عددی مسائل را تجزیه و تحلیل می‌کند در مقابل روشهای ریاضی که با مدل‌های استقرای ریاضی به تحلیل مسائل می‌پردازند.

دیدگاه‌های شبیه‌سازی

- چگونه شبیه‌سازی توصیف می‌شود یا از چه دیدگاهی به شبیه‌سازی نگاه می‌شود
- چند نوع دیدگاه معمول است که به عنوان دیدگاه‌های جهانی شناخته می‌شوند:
 - دیدگاه برنامه‌ریزی پیشامدها (event-oriented world view)
 - دیدگاه تعامل فرایندها (process-interaction world view)
 - دیدگاه کاوش فعالیت (activity-scanning world view)

دیدگاه برنامه‌ریزی پیشامدها

- شبیه‌سازی به صورت يك توالي از پیشامدهای برنامه‌ریزی شده بر اساس زمان وقوع آنها دیده می‌شود .
- مثل اینکه بر اساس يك توالي از تصویرها (عکس‌هایی از) سیستم پردازش شود.
- هر تصویر با وقوع يك پیشامد از لیست پیشامدها گرفته می‌شود .
- تنها تصویر فعلی در حافظه کامپیوتر نگهداری می‌شود .
- تصویر جدید تنها برگرفته از تصویر قبلی، مقادیر جدید برای متغیرهای تصادفی و منطق پیشامد است.
- تصویر فعلی می‌بایست حاوی تمامی اطلاعات لازم برای ادامه شبیه‌سازی باشد .

دیدگاه تعامل فرایندها

- شبیه‌سازی به صورت مجموعه‌ای از فعل و انفعالات بین فرایندهای مختلف دیده می‌شود.
- شبیه به برنامه‌نویسی شیء‌گرا (object oriented) است.
- فرایندها با دادن پیغام‌هایی بر یکدیگر اثر می‌گذارند.
- اغلب نرم افزارهای شبیه‌سازی اینگونه عمل می‌کنند.
- شبیه‌سازی بر اساس این دیدگاه با زبان‌های معمولی معمولا سخت است.

دیدگاه کاوش فعالیت

- در این دیدگاه مدلساز بر فعالیت‌های مدل و شرایطی که اجازه شروع فعالیت را می‌دهند متمرکز می‌باشد.
- در هر مقطع زمانی شرایط هر فعالیت بررسی شده و اگر شرایط لازم فراهم باشد فعالیت مربوطه شروع می‌شود.

پویایی شبیه‌سازی : دیدگاه برنامه‌ریزی پیشامدها

- وقایع مشخص تغییر دهنده وضعیت‌ها را تعیین کنید
 - آماده‌سازی (شرایط اولیه)
 - ورودها
 - خروج‌ها
 - ختم شبیه‌سازی
- نسبت به منطق تغییر وضعیت‌ها در اثر هر پیشامد تصمیم بگیرید، آمار مورد نظر را جمع‌آوری کنید
- یک ساعت شبیه‌سازی و یک تقویم (لیست) پیشامدهای آتی در نظر بگیرید
- از یک پیشامد به پیشامد بعدی بروید، آنرا پردازش کنید، آمار مورد نیاز را جمع‌آوری کنید، تقویم پیشامدها را به روز کنید
- معیار توقف

پیشامدها و منطق مثال ورود قطعه جدید به سیستم

- انباشتگرهای آماری را بروز کنید
 - سطح زیر منحنی $Q(t)$
 - حداکثر $Q(t)$
 - سطح زیر منحنی $B(t)$
- زمان ورود قطعه را با زمان فعلی علامت گذاری کنید (بعداً از آن استفاده می‌شود)
- اگر ماشین بیکار است:
 - پردازش را شروع کنید (خروج قطعه را برنامه‌ریزی کنید)، وضعیت ماشین را به حالت مشغول تغییر دهید، مدت زمان سپری شده در صف را محاسبه کنید (صفر).
- در غیر اینصورت (ماشین مشغول باشد):
 - قطعه را در انتهای صف قرار دهید، مقدار متغیر طول صف را یک واحد افزایش دهید
- پیشامد ورود بعدی را برنامه‌ریزی کنید

پیشامدها و منطق مثال خروج (وقتي يك سرويس يا پردازش يك قطعه پایان می پذیرد)

- انباشتگر آماری مربوط به تعداد قطعات تکمیل شده را افزایش دهید
- زمان جریان را محاسبه و ثبت کنید (زمان ورود- زمان فعلی)
- آمار وابسته به زمان را بروز کنید
- اگر صف خالی نیست:
 - اولین قطعه را از صف بیرون کشیده، مدت زمان انتظار آن در صف را محاسبه کنید، سرویس آن را شروع کنید (پیشامد خروج آن را برنامه ریزی کنید)
- در غیر اینصورت (صف خالی باشد):
 - وضعیت ماشین را به حالت بیکار تغییر دهید (توجه: هیچگونه پیشامد خروج برنامه ریزی شده‌ای در تقویم پیشامدهای آتی وجود نخواهد داشت)

پیشامدها و منطق مثال ختم شبیه‌سازی

- آمار وابسته به زمان را به روز کنید (ساعت شبیه‌سازی بروز شود)
- با استفاده از مقادیر فعلی انباشته‌های آماری معیارهای خروجی مورد نظر را محاسبه کنید
- بعد از هر پیشامد، اولین پیشامد موجود در تقویم (لیست) وقایع آتی زمان و کاری که می‌بایست در قدم بعدی انجام شود را تعیین می‌کند
- البته شرایط اولیه می‌بایست تعریف شده باشد! (در شروع شبیه‌سازی)

جزئیات بیشتری راجع به مثال

- ساعت شبیه‌سازی (معمولا در نرم‌افزارها تعریف شده)
- تقویم پیشامدها: لیستی که در آن پیشامدها ثبت می‌شوند:
 - شماره موجودیت، زمان پیشامد، نوع پیشامد، ...
 - پیشامدها به ترتیب صعودی زمان وقوع مرتب می‌شوند
 - پیشامد بعدی همواره در ابتدای لیست قرار می‌گیرد
 - در ابتدای شبیه‌سازی پیشامدهای اولین ورود و ختم شبیه‌سازی برنامه‌ریزی می‌شوند
- متغیرهای وضعیت: وضعیت فعلی را توصیف می‌کنند
 - وضعیت سرویس دهنده، $B(t)=1$ برای مشغول و مساوی صفر برای حالت بیکار
 - تعداد مشتریان منتظر در صف $Q(t)$
 - زمانهای ورود هر مشتری به صف

شبیه‌سازی دستی

- بصورت دستی متغیرهای وضعیت و انباشتگرهای آماری پیگیری می‌شوند
- از زمان‌های بین دو ورود متوالی و زمان‌های سرویس به عنوان داده‌های مفروض استفاده می‌شود
- پیگیری تقویم پیشامدها
- ساعت شبیه‌سازی از يك پیشامد به پیشامد بعدی به یکباره جلو برده می‌شود (منتظر انجام سرویس نمی‌شویم!)

انباشتگرهای آماری

- $P =$ کل تعداد قطعات تولید شده
- $N =$ تعداد موجودیت‌هایی که از صف عبور کرده اند
- $\sum D =$ مجموع زمانهای انتظار در صف
- $D^* =$ حداکثر زمان انتظار در صف
- $\sum F =$ مجموع زمانهای جریان
- $F^* =$ حداکثر زمان جریان
- $\int Q =$ مساحت زیر منحنی $Q(t)$
- $Q^* =$ حداکثر مقدار $Q(t)$
- $\int B =$ مساحت زیر منحنی $B(t)$

مکانیزم پیشرفت زمان

- به دلیل اینکه شبیه سازی گسسته پیشامد پویاست بنابراین نیاز به تعریف مکانیزمی است که در آن زمان شبیه سازی را تعریف نمود و پیش برد. دو روش اساسی و پایه‌ای برای این کار وجود دارد:

– 1- پیشرفت زمان براساس پیشامد بعدی: (next event time advance)

– 2- پیشرفت زمان در با افزایش زمانی ثابت: (Fixed increment time advance)

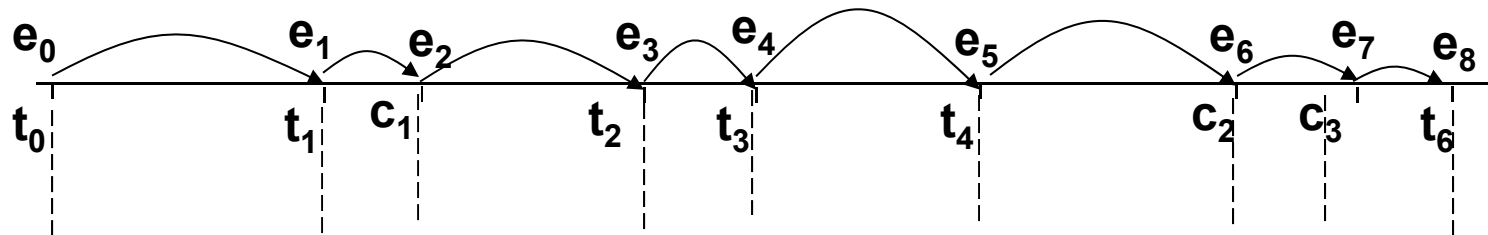
مکانیزم پیشرفت زمان

- 1- پیشرفت زمان براساس پیشامد بعدی: (next event time advance)

- در این رویکرد متغیر ساعت شبیه سازی هر بار که پیشامدی رخ می دهد جلو می رود، و در زمانی که اتفاقی رخ نداده است مقدار این متغیر تغییری نمی کند.

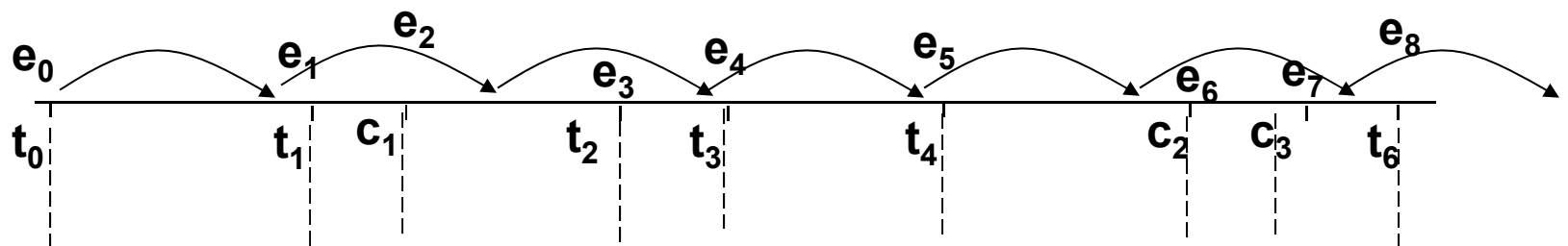
- مقدار اولیه ساعت شبیه سازی صفر خواهد بود. سپس زمان تصادفی همه پیشامدهای آتی مشخص می شود و هر بار ساعت شبیه سازی زمان نزدیکترین اتفاقی را که قرار است رخ دهد مشخص می کند.

- اکثر نرم افزارها با این روش کار می کنند.



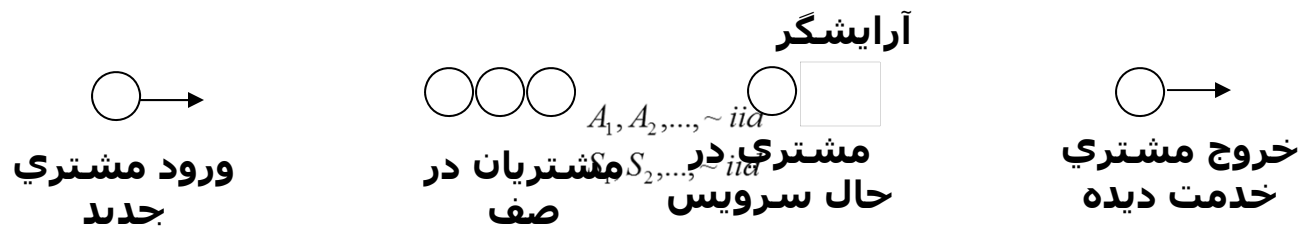
مکانیزم پیشرفت زمان

- 2- پیشرفت زمان در با افزایش زمانی ثابت: (Fixed increment time advance)
- در این رویکرد متغیر ساعت شبیه سازی در فاصله های زمانی مساوی به جلو می رود و هر بار براساس تمام پیشامدهایی که در این بازه های زمانی برابر، رخ داده است متغیرهای حالت به روز می شوند.
- عیب این روش این است که اگر بازه ها را کوچک بگیریم دفعات زیادی باید بیهوده متغیرهای سیستم را حساب کنیم بنابراین زمان محاسبات طولانی تر است. اگر بازه ها را بزرگ بگیریم برخی از مشخصه ها را نمی توان به دقت محاسبه نمود.
- نرم افزارها معمولاً این روش کار نمی کنند.



مثالي از يك مدل شبیه سازی گسسته پیشامد با يك خدمت دهنده

- يك آرایشگاه را در نظر بگیرید که يك آرایشگر Server دارد. چنانچه مشتری وارد شود و سیستم (آرایشگاه) را خالی ببیند مستقیم سرویس می بیند و چنانچه خالی نباشد در صف می ایستد. (به این سیستمها سیستمهای صف می گویند.) مدل زیر به طور شماتیک بیان کننده این سیستم است:



A_i : مدت زمان بین ورود مشتری i ام و مشتری $i-1$ ام
 S_i : مدت زمان خدمت برای مشتری i ام

نظم سیستم *FIFO* است

می خواهیم این سیستم را برای n مشتری شبیه سازی کنیم.

مثالي از يك مدل شبیه سازی گسسته پیشامد با يك خدمت دهنده

- وضعیت شروع $t=0$
در این حالت فرض می شود هیچ مشتری در سیستم وجود ندارد و آرایشگر نیز بیکار است: *empty&idle*
شاخصهای عملکرد سیستم:
- 1- $d(n)$: متوسط زمان انتظار برای هر مشتری**
- $d(n)$ وابسته به متغیر تصادفی زمان بین دو ورود و زمان سرویس دهی است.
- اگر D_1, D_2, \dots, D_n میزان انتظار مشتری اول تا n ام باشد به راحتی می توان $d(n)$ را برآورد نمود:

$$\hat{d}(n) = \frac{\sum_{i=1}^n D_i}{n}$$

مثالي از يك مدل شبیه سازي گسسته پیشامد با يك خدمت دهنده

2- $q(n)$: متوسط طول صف در هر لحظه از زمان

- $q(n)$ يك تفاوت اساسي با $d(n)$ دارد. اين متوسط يك معيار پیوسته است زیرا طول صف را در هر لحظه از زمان مي توان اندازه گيري کرد اما متوسط انتظار در صف فقط n تا است.

$Q(t)$: تعداد مشتریان در صف در زمان t باشد ($t \geq 0$)،

$T(n)$: مجموع کل زمان انتظار n مشتري

p_i : احتمال اینکه نفر در صف وجود داشته باشد

$$q(n) = \sum_{i=0}^{\infty} ip_i \Rightarrow \hat{q}(n) = \sum_{i=0}^{\infty} i\hat{p}_i$$

\hat{p}_i نسبت مشاهده شده از زمانی که نفر در صف وجود دارد.

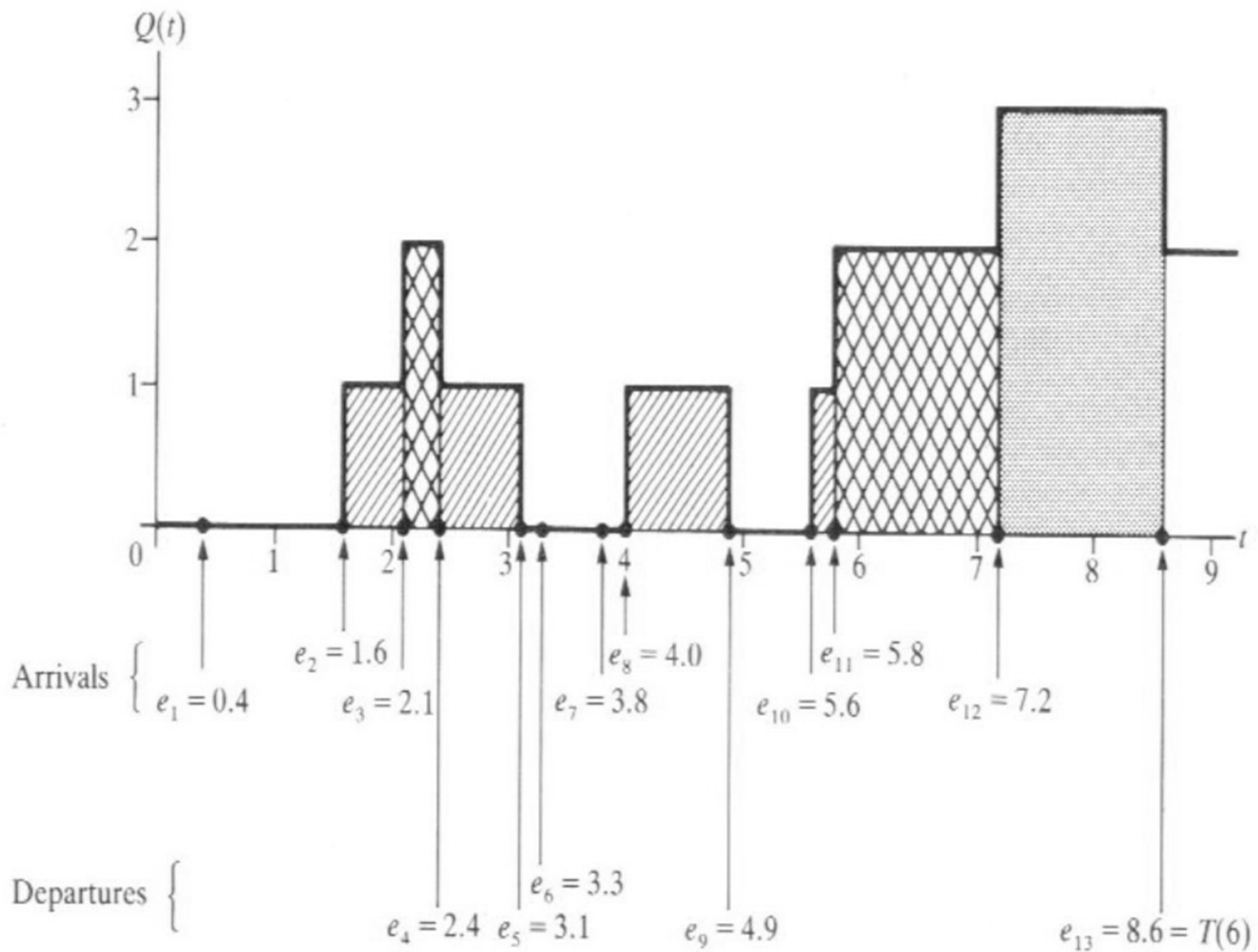
مثالي از يك مدل شبیه سازي گسسته پیشامد با يك خدمت دهنده

T_i : مدت زماني که در طول شبیه سازي i نفر در صف وجود دارد.

$$T(n) = T_0 + T_1 + T_2 + \dots \Rightarrow \hat{p}_i = T_i / T(n)$$

$$\hat{q}(n) = \sum_{i=0}^{\infty} i \hat{p}_i \Rightarrow \hat{q}(n) = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} i T_i}{T(n)}$$

$$\hat{q}(n) = \frac{\int_0^{T(n)} Q(t) dt}{T(n)}$$



مثالي از يك مدل شبیه سازی گسسته پیشامد با يك خدمت دهنده

3- $u(n)$: نسبت مشغول بودن آرایشگر (Server)

- $u(n)$ نیز مانند $d(n)$ يك معیار پیوسته است زیرا در هر لحظه از زمان سرور می تواند بیکار یا مشغول باشد.

$$B(t) = \begin{cases} 1 & \text{اگر در زمان } t \text{ خدمت‌دهنده مشغول باشد} \\ 0 & \text{اگر در زمان } t \text{ خدمت‌دهنده بیکار باشد} \end{cases}$$

$$\hat{u}(n) = \frac{\int_0^{T(n)} B(t) dt}{T(n)}$$

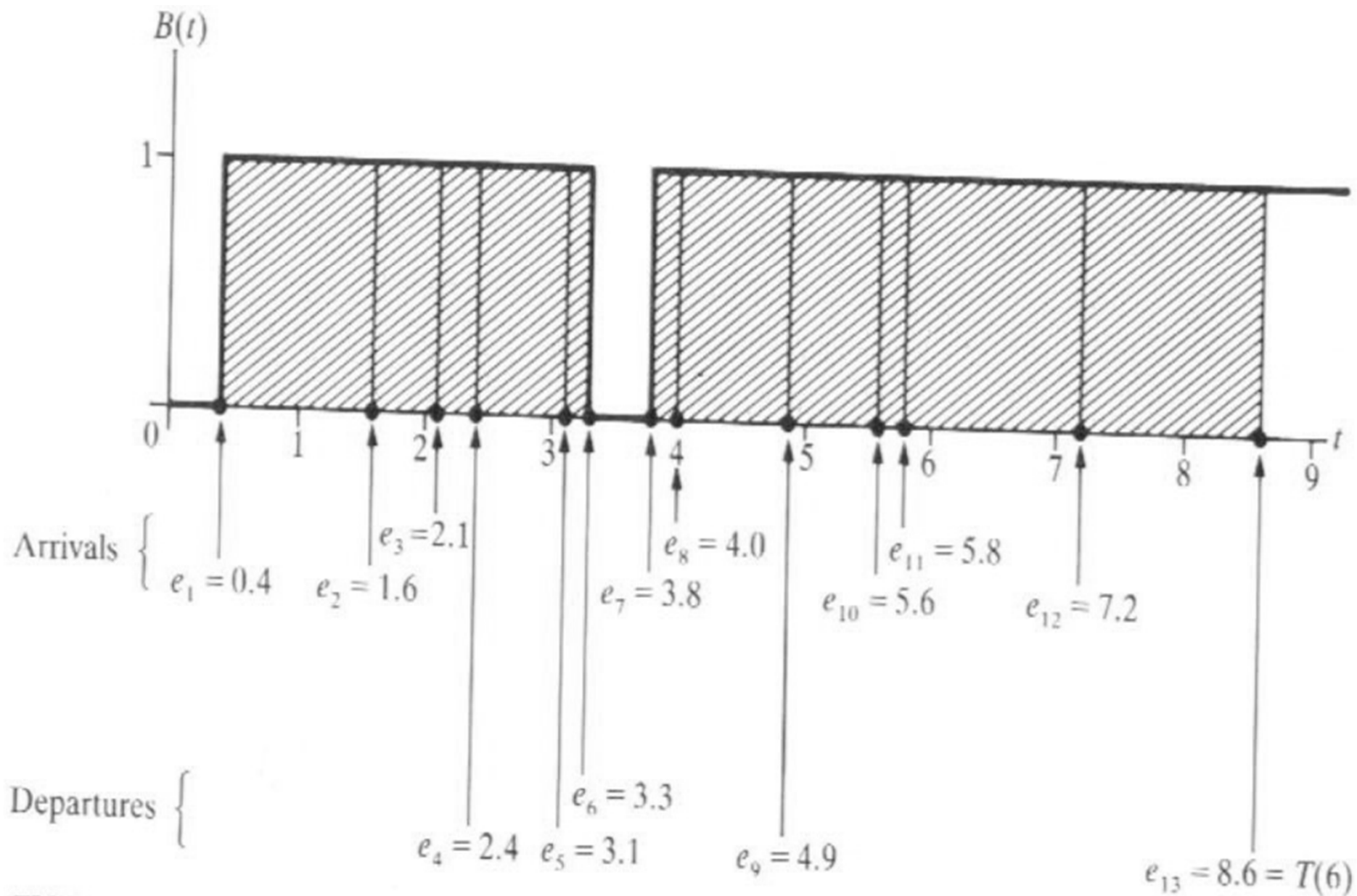


FIGURE 1.6

$B(t)$, arrival times, and departure times for a realization of a single-server queueing system (same realization as in Fig. 1.5).

اجزای مدل شبیه سازی گسسته پیشامد

- 1- حالت سیستم System State
مجموعه ای از متغیرهای حالت مورد نیاز برای تشریح سیستم در هر لحظه خاص.
به عنوان مثال تعداد مشتریان منتظر در یک آرایشگاه و یا وضعیت آرایشگر در یک لحظه.
- 2- ساعت شبیه سازی Simulation Clocks
متغیری که مقدار زمان فعلی شبیه سازی را نشان می دهد.
- 3- لیست پیشامدها Event Lists
لیستی شامل تمام پیشامدهای که ممکن است در زمان بعدی رخ دهد.
به عنوان مثال وقتی 4 آرایشگر در آرایشگاه هستند لیست
شامد 2 آتم دارد: 1- شامد ورود مشتری 2-

اجزای مدل شبیه سازی گسسته پیشامد

- 4- شمارشگر آماری Statistical Counter
متغیرهای مورد استفاده برای ذخیره سازی اطلاعات آماری درباره عملکرد سیستم. به عنوان مثال برای بررسی معیار متوسط زمان انتظار هر مشتری باید زمان ورود و شروع به خدمت گرفتن هر مشتری را داشته باشیم.
- 5- روتین شروع شبیه سازی Initializing routine
یک زیربرنامه برای بیان وضعیت اولیه مدل در زمان
- 6- روتین زمانبندی Timing routine
یک زیربرنامه که پیشامد بعدی را مشخص نموده و ساعت شبیه سازی را تا رخداد بعدی جلو می برد.
- 7- روتین پیشامد Event Routine
یک زیر برنامه که حالت سیستم را با توجه به پیشامد بعدی به روز می کند.
- 8- روتین کتابخانه Library routine
یک زیربرنامه برای تولید مشاهدات تصادفی از توزیع احتمالی

اجزای مدل شبیه سازی گسسته پیشامد

9- گزارشگری Report Generator

زیربرنامه ای برای محاسبه و نمایش گزارشات و خروجی
تحلیلها

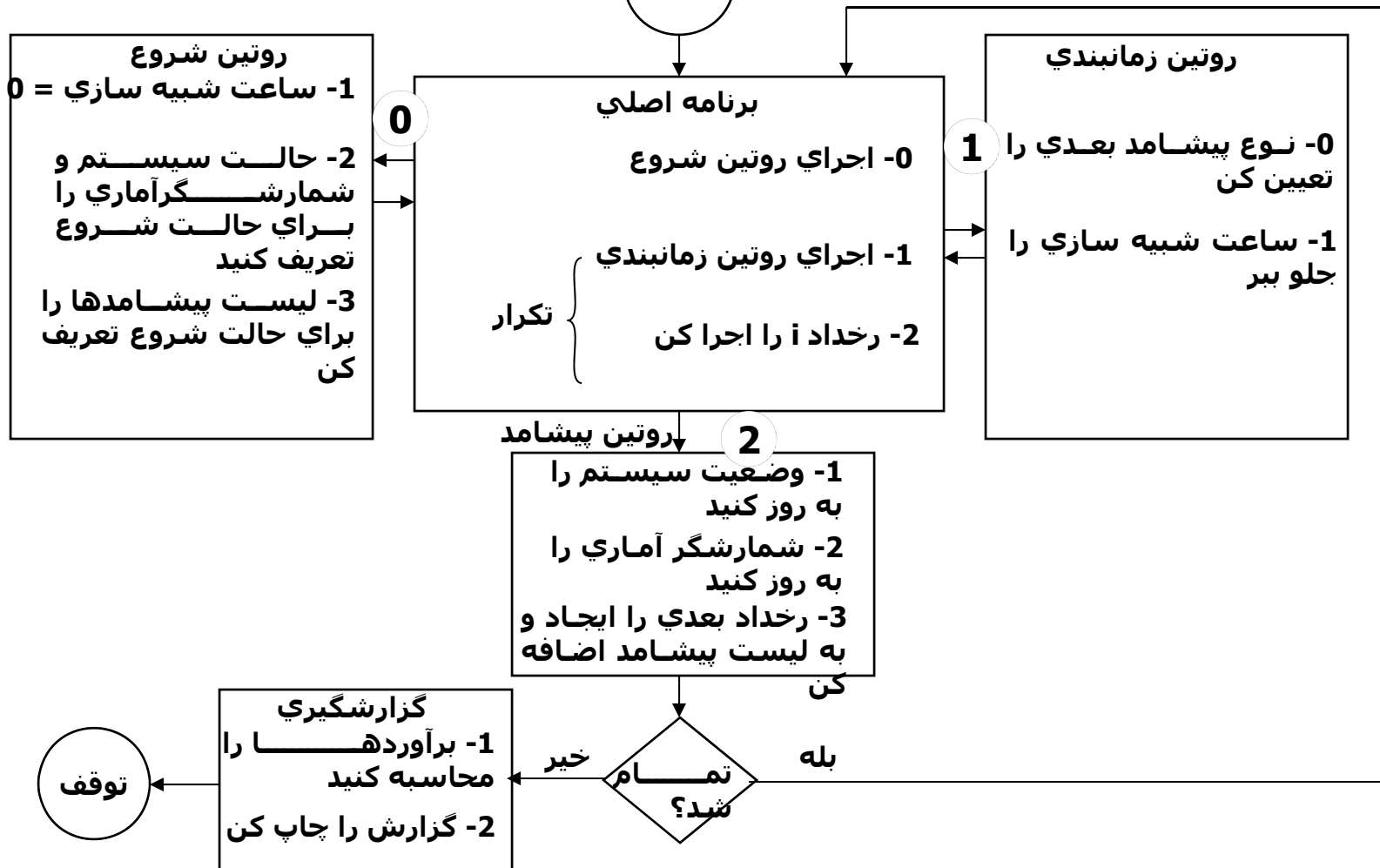
10- برنامه اصلی Main program

یک برنامه فراخوان که زیربرنامه ها و روتینهای فوق را طی
یک ساختار از پیش تعیین شده اجرا می کند.
ساختار تعامل این اجزا به صورت زیر است.

ساختار مدل شبیه سازی گسسته

پیشامد

شروع



مثالي از يك مدل شبیه سازی گسسته پیشامد با يك خدمت دهنده

شروع شبیه سازی:

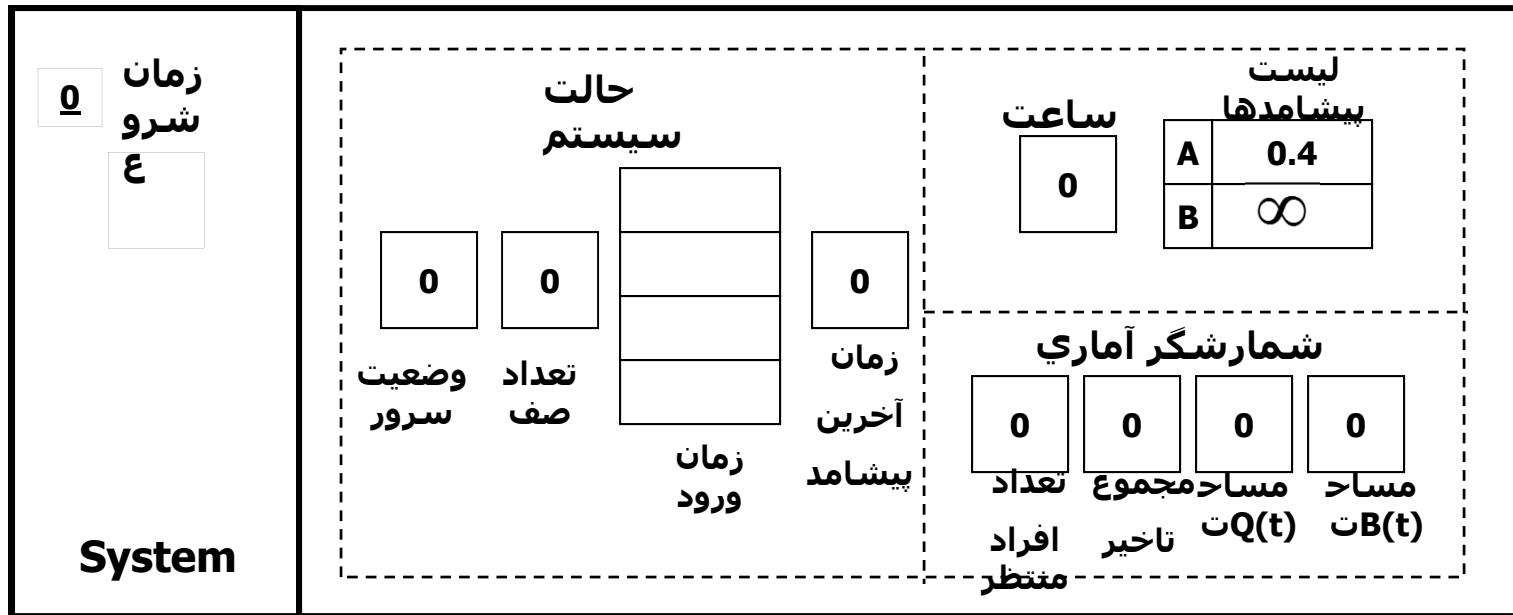
• e_i : زمان وقوع يك پیشامد (ورود یا خروج يك مشتري)

$$A_1=0.4, A_2=1.2, A_3=0.5, A_4=1.7, A_5=0.2, A_6=1.6, \\ A_7=0.2, A_8=1.4, A_9=1.9, \dots$$

$$S_1=2.0, S_2=0.7, S_3=0.2, S_4=1.1, S_5=3.7, S_6=0.6, \dots$$

مثالی از یک مدل شبیه سازی گسسته پیشامد با یک خدمت دهنده

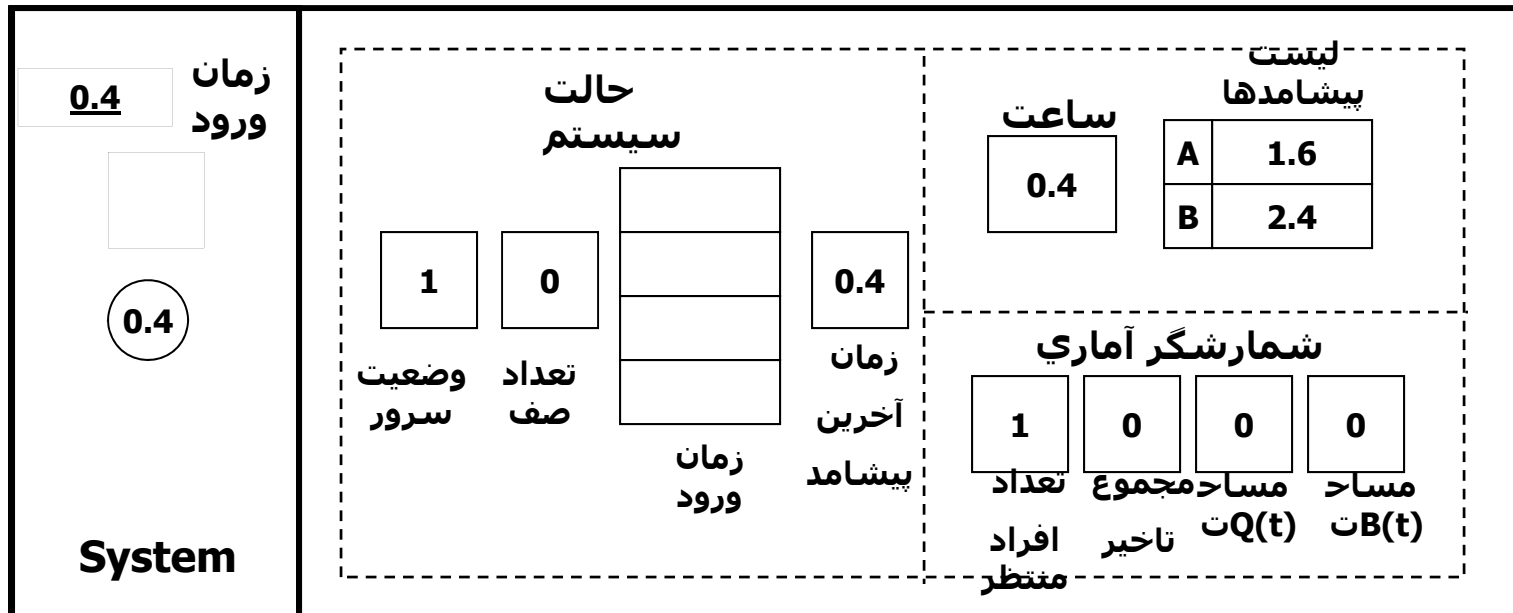
SIMULATION



Computer representation

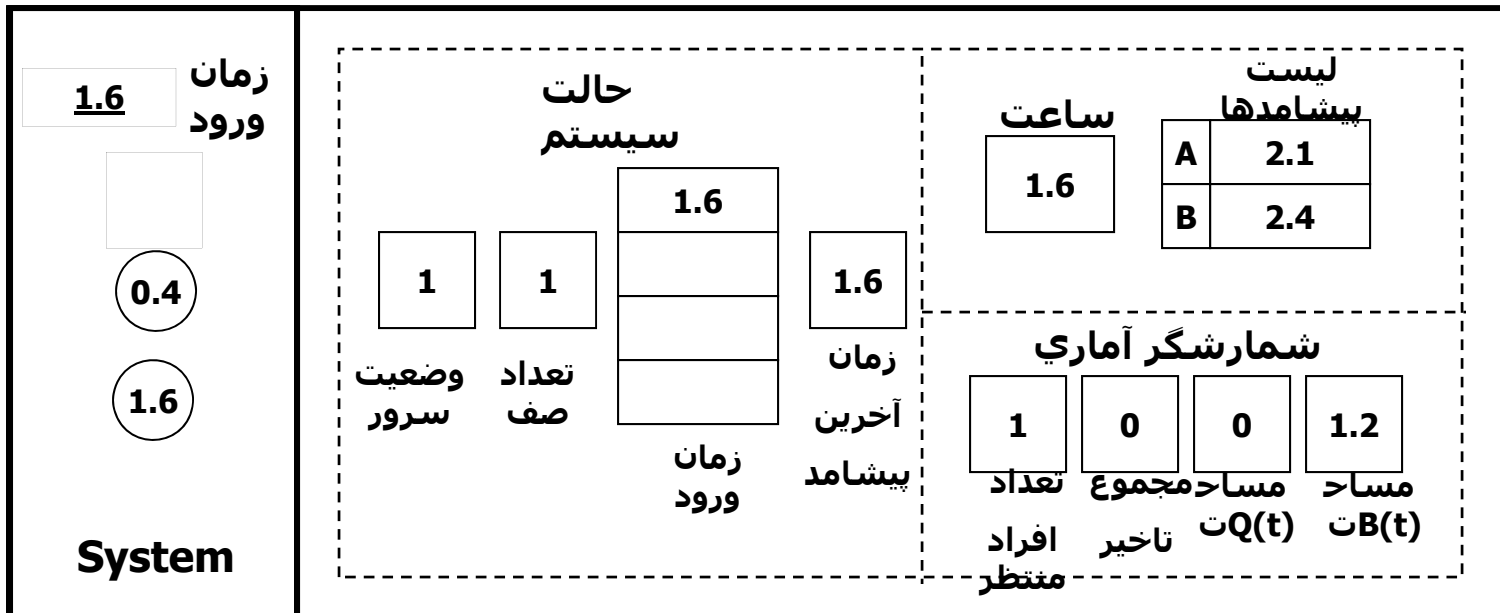
Specification Model

مثالی از یک مدل شبیه سازی گسسته پیشامد با یک خدمت دهنده



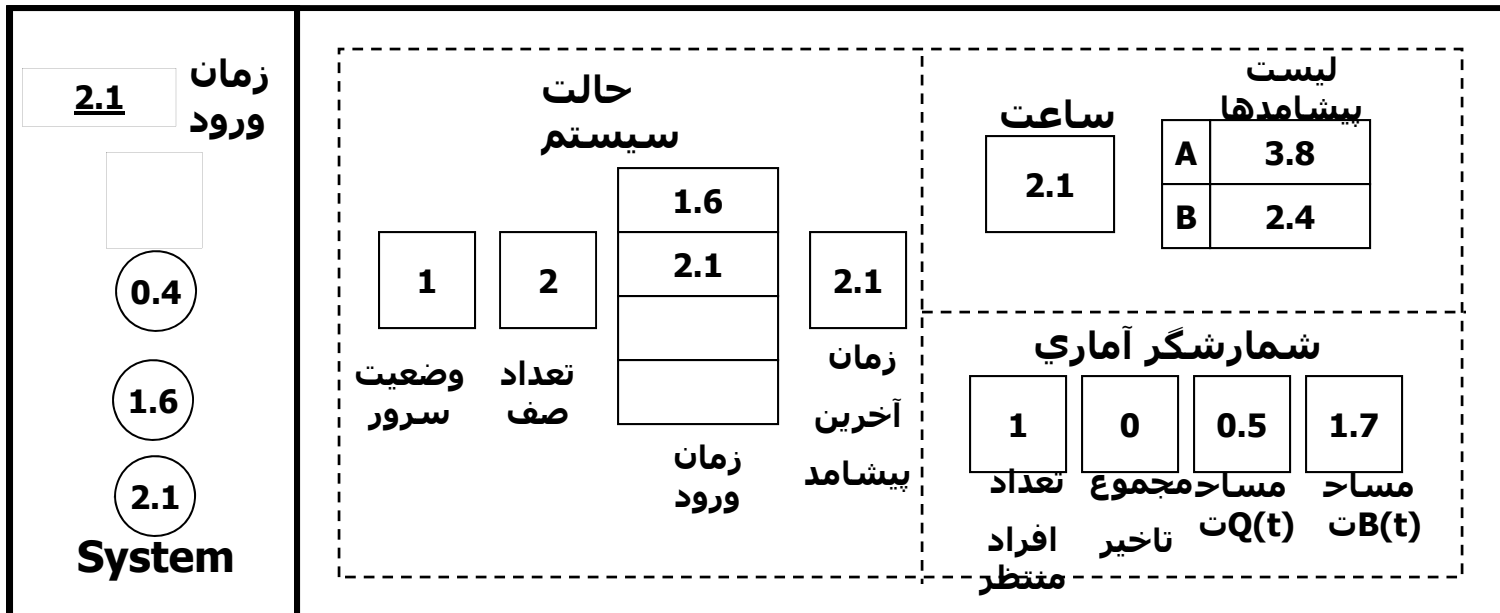
Computer representation

مثالی از یک مدل شبیه سازی گسسته پیشامد با یک خدمت دهنده



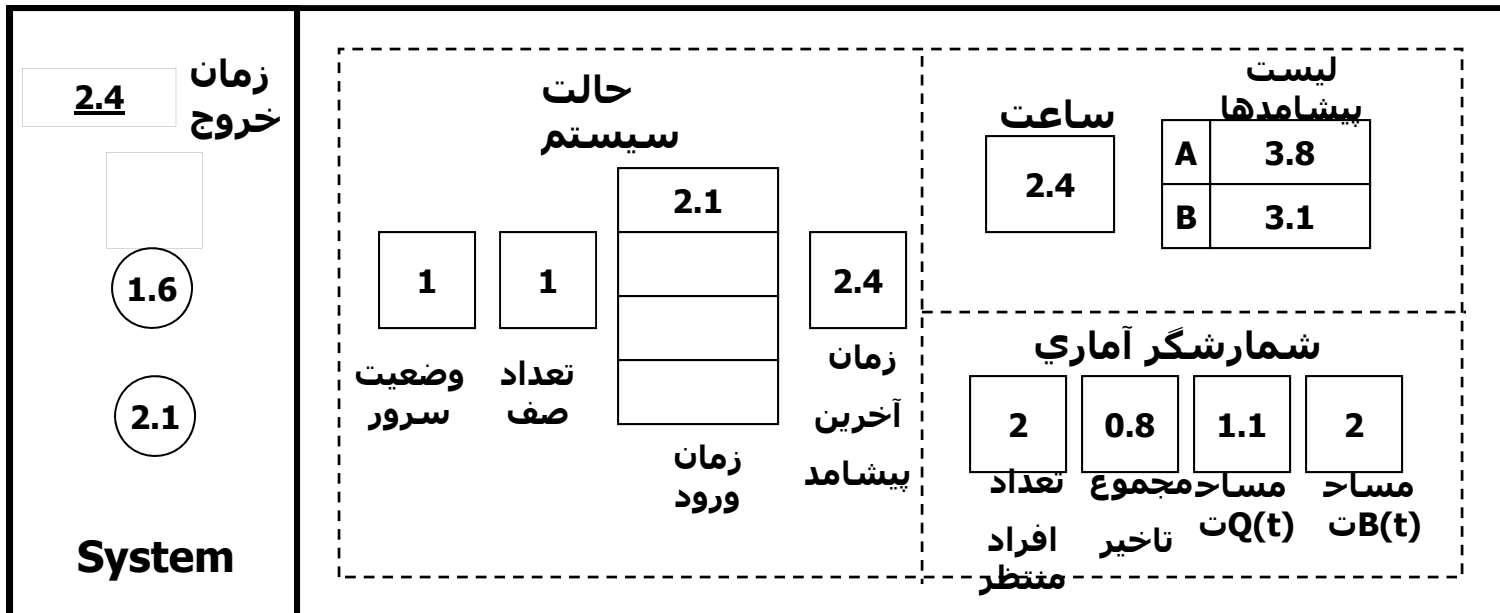
Computer representation

مثالی از یک مدل شبیه سازی گسسته پیشامد با یک خدمت دهنده



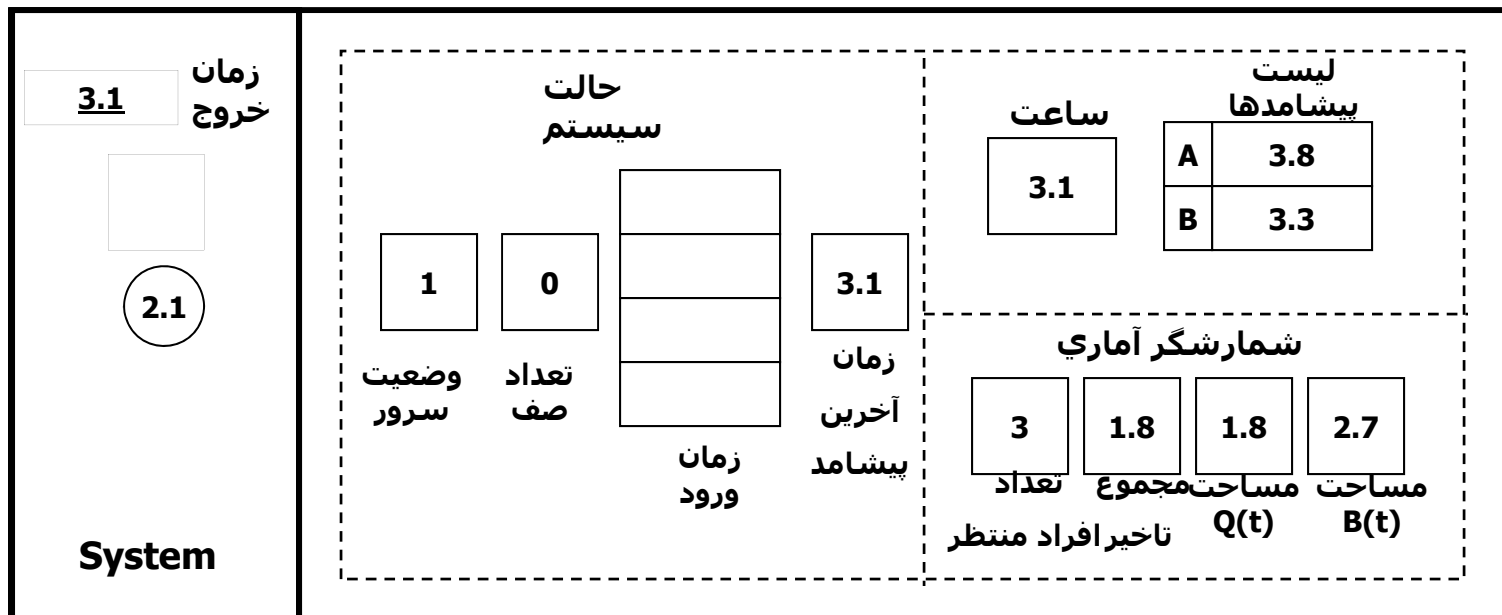
Computer representation

مثالی از یک مدل شبیه سازی گسسته پیشامد با یک خدمت دهنده



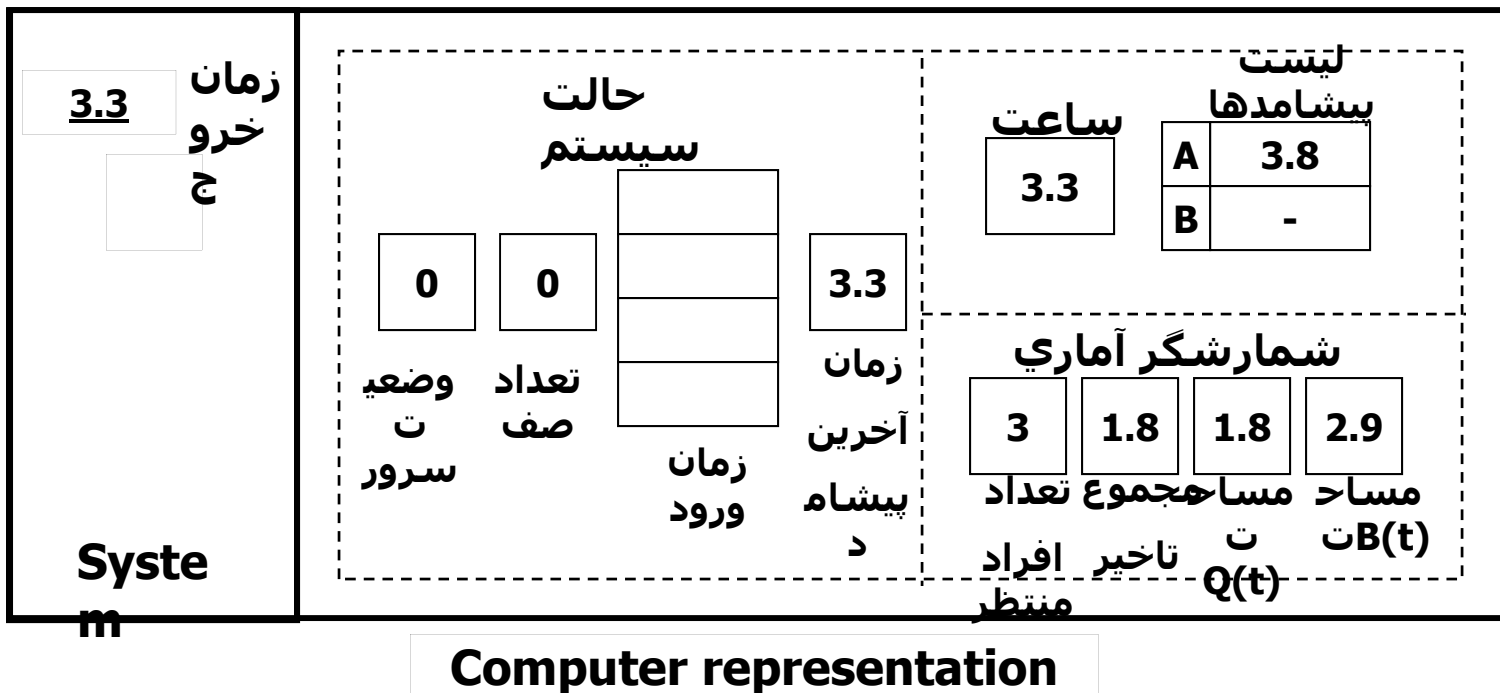
Computer representation

مثالی از يك مدل شبیه سازی گسسته پیشامد با يك خدمت دهنده

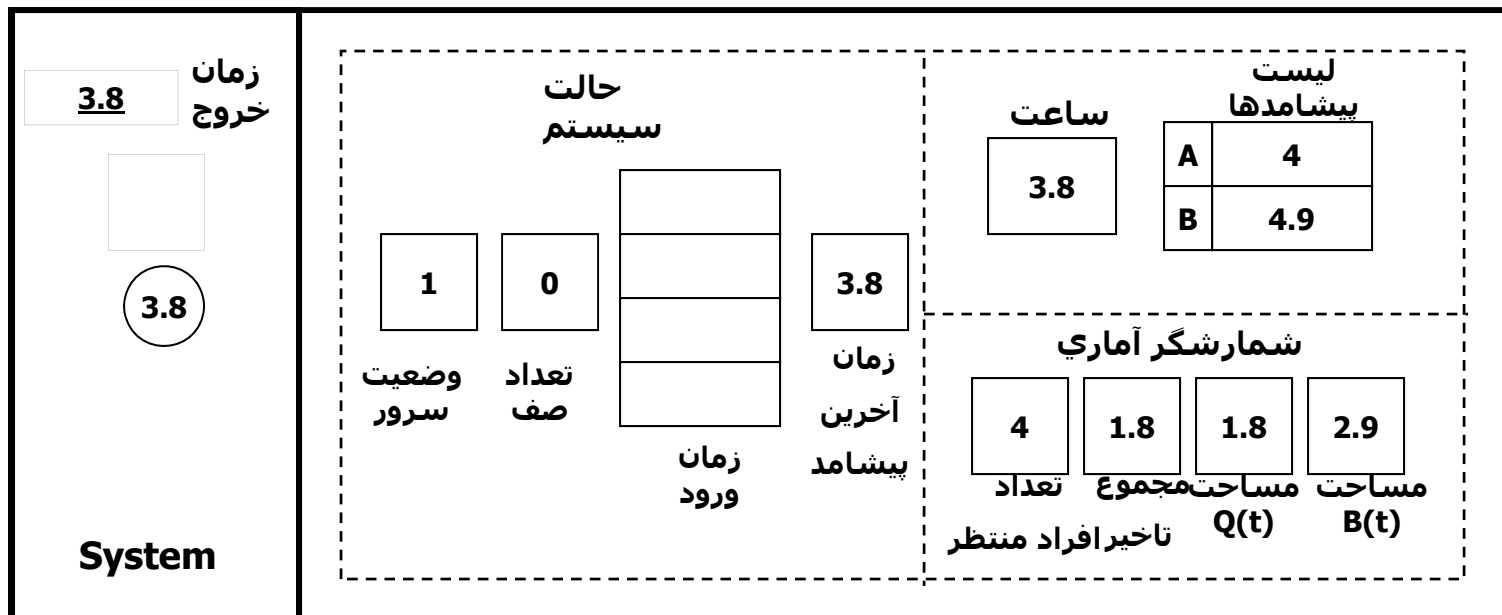


Computer representation

مثالی از یک مدل شبیه سازی گسسته پیشامد با یک خدمت دهنده

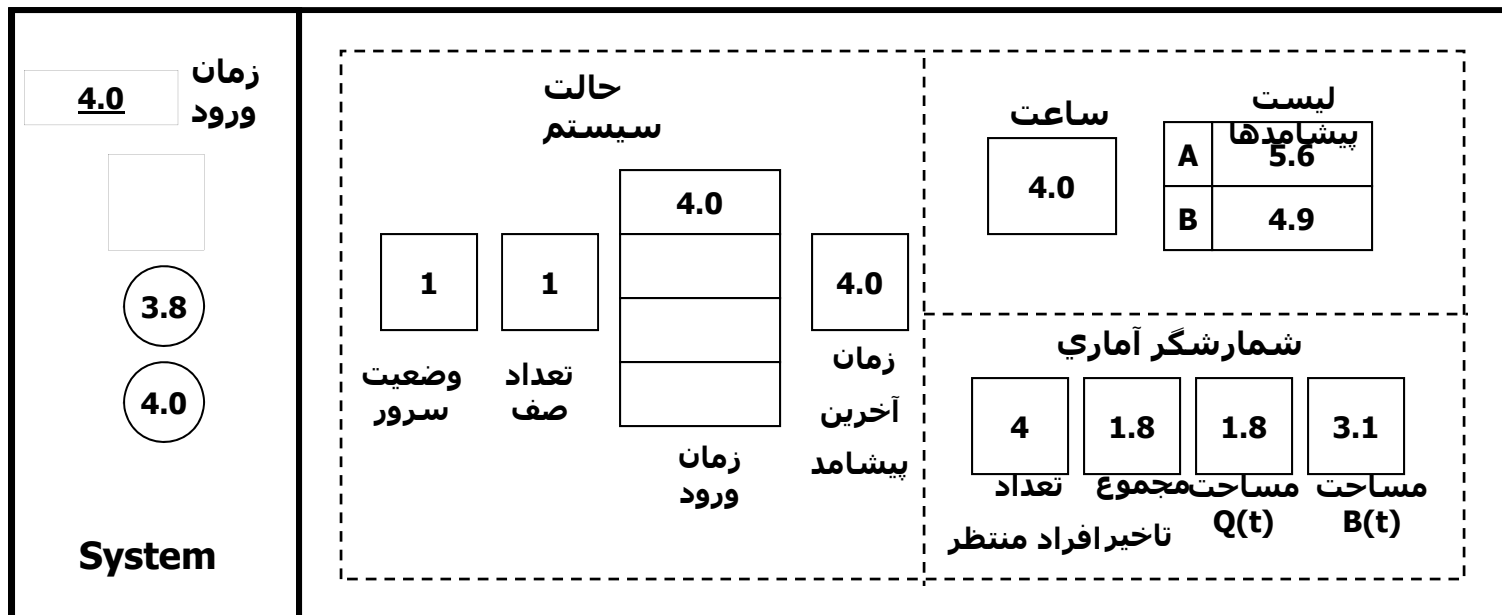


مثالی از یک مدل شبیه سازی گسسته پیشامد با یک خدمت دهنده



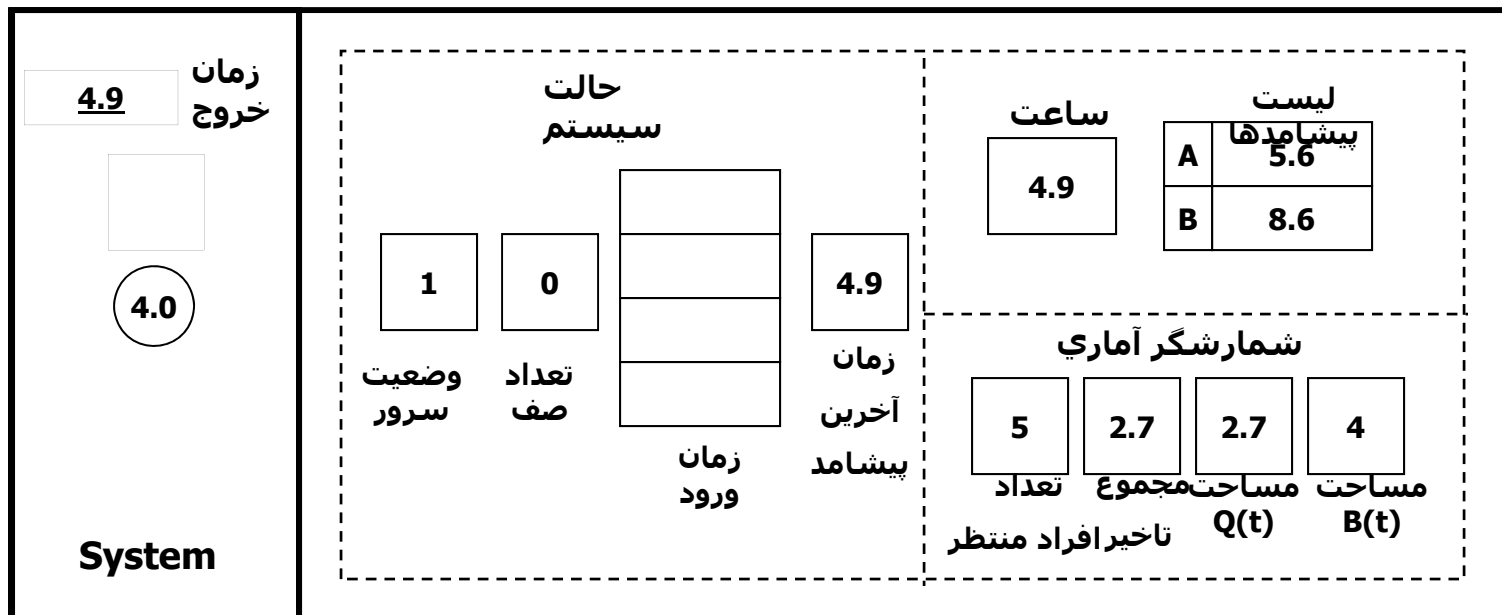
Computer representation

مثالی از یک مدل شبیه سازی گسسته پیشامد با یک خدمت دهنده



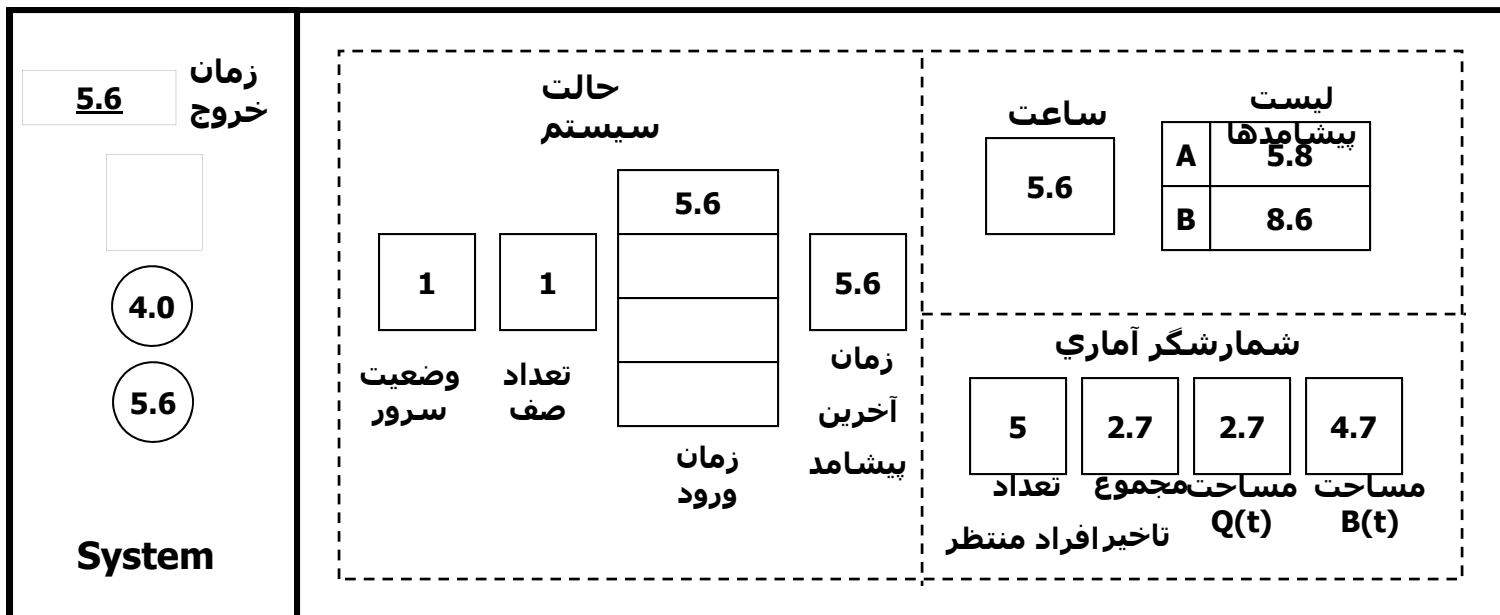
Computer representation

مثالی از يك مدل شبیه سازی گسسته پیشامد با يك خدمت دهنده



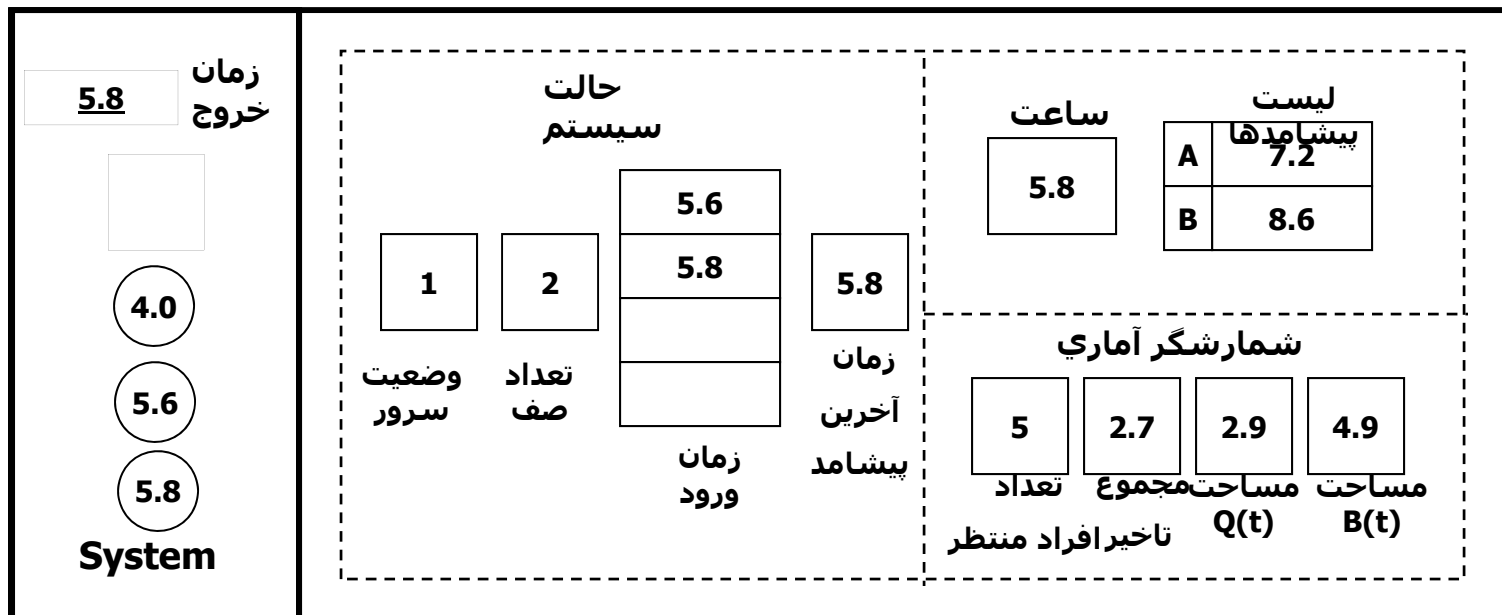
Computer representation

مثالی از یک مدل شبیه سازی گسسته پیشامد با یک خدمت دهنده



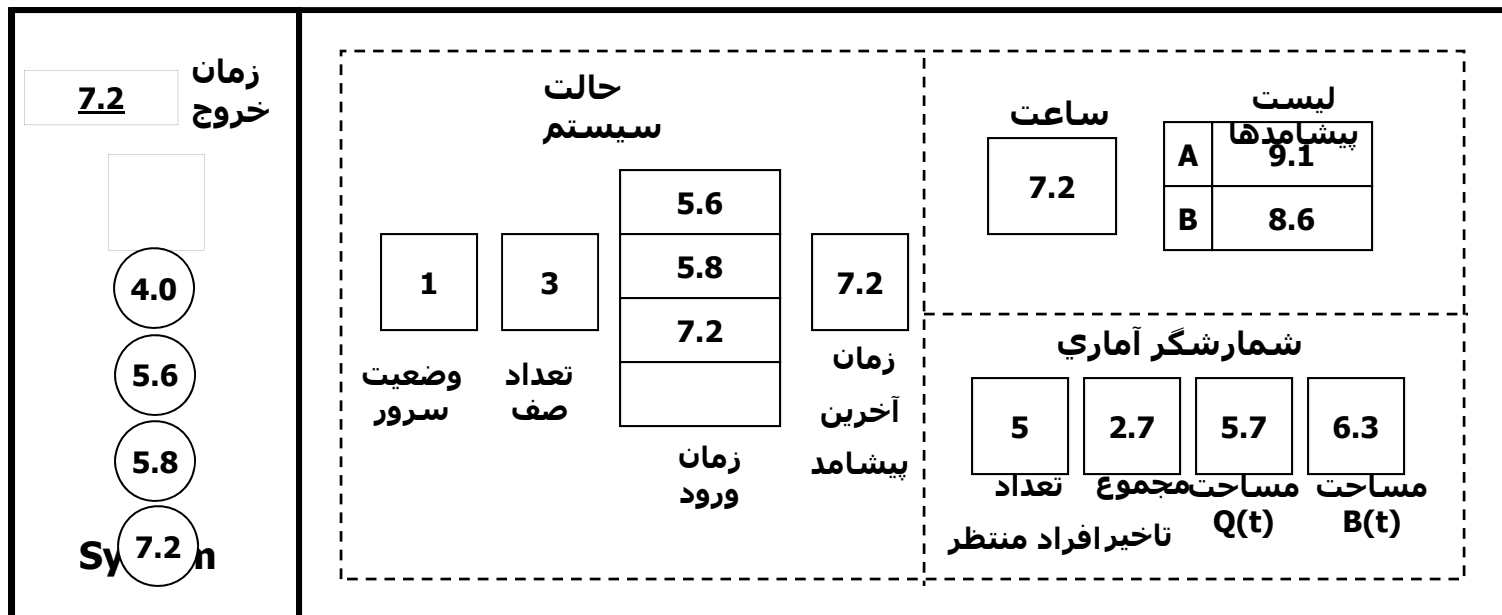
Computer representation

مثالی از يك مدل شبیه سازی گسسته پیشامد با يك خدمت دهنده



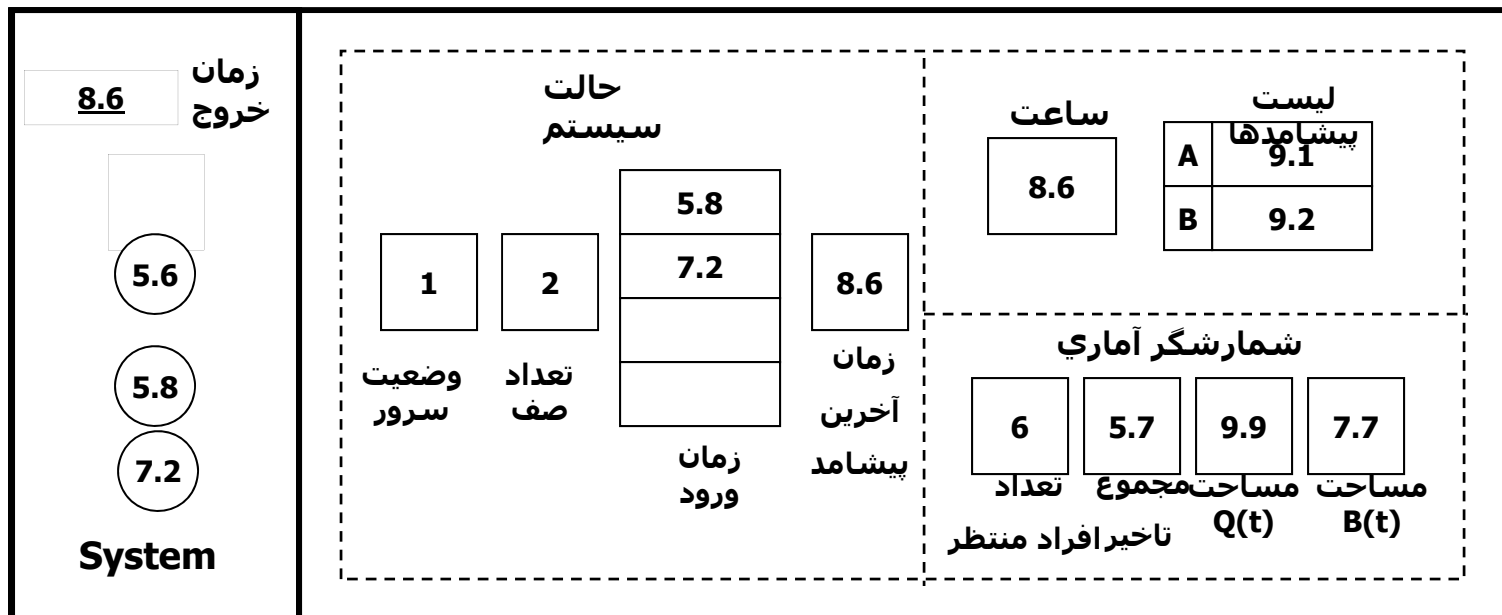
Computer representation

مثالی از يك مدل شبیه سازی گسسته پیشامد با يك خدمت دهنده



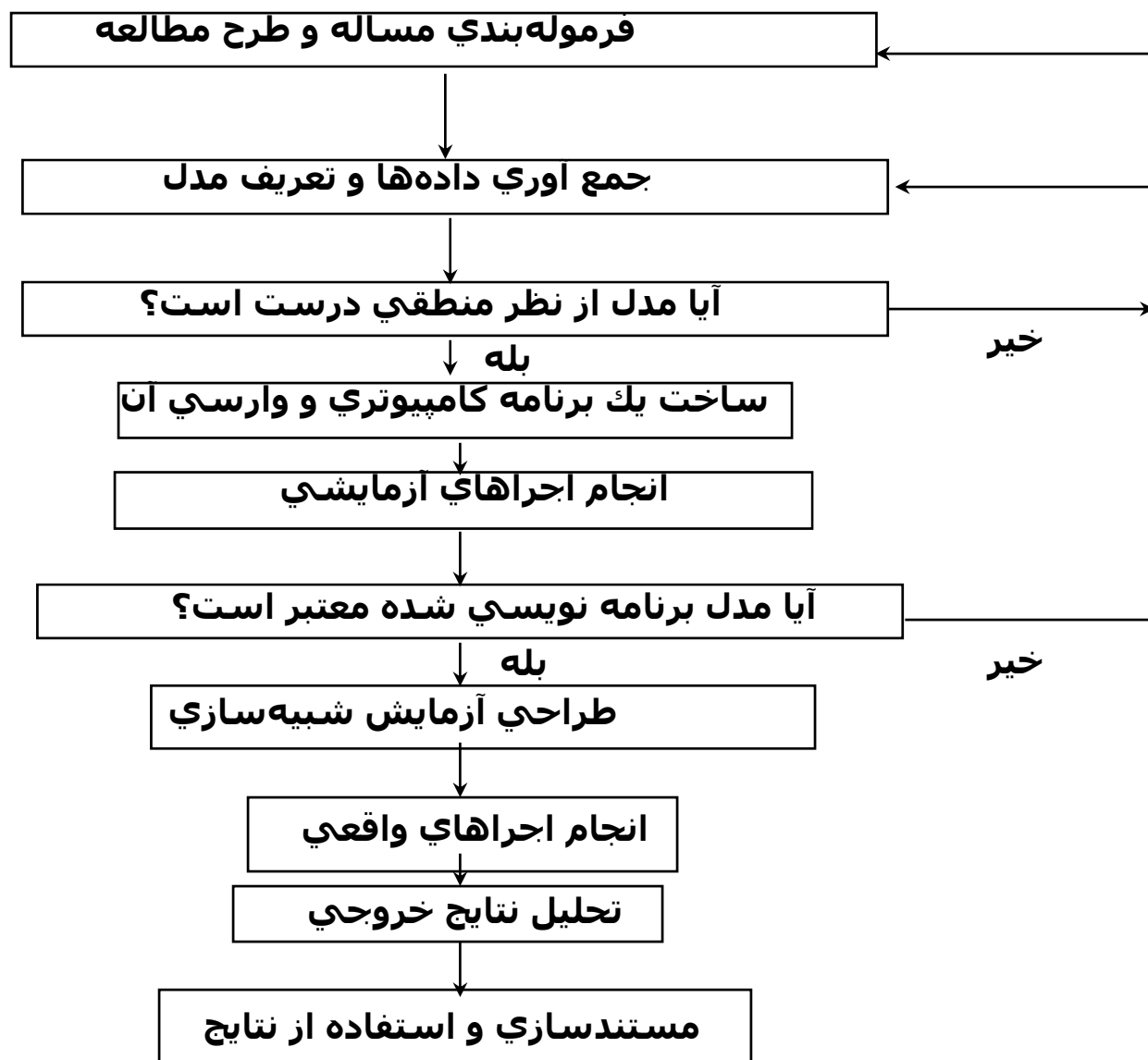
Computer representation

مثالی از یک مدل شبیه سازی گسسته پیشامد با یک خدمت دهنده



Computer representation

مراحل یک مطالعه شبیه سازی



تعاريف پایه ای از طراحی آزمایشات

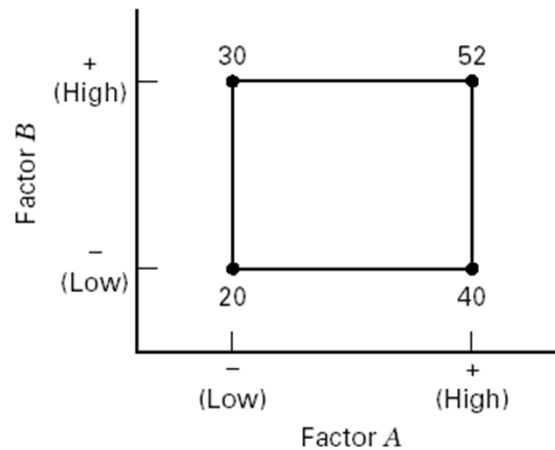


Figure 5-1 A two-factor factorial experiment, with the response (y) shown at the corners.

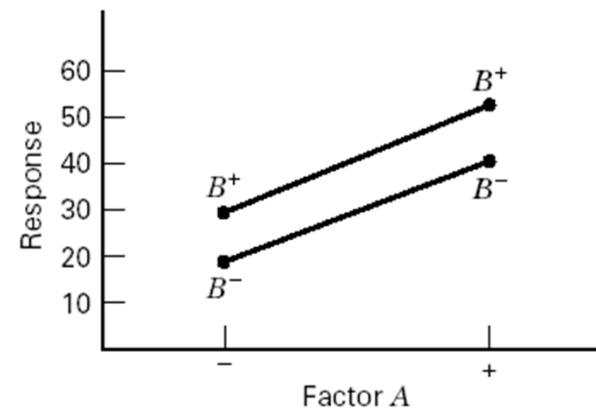


Figure 5-3 A factorial experiment without interaction.

Definition of a factor effect: The change in the mean response when the factor is changed from low to high

$$A = \bar{y}_{A^+} - \bar{y}_{A^-} = \frac{40 + 52}{2} - \frac{20 + 30}{2} = 21$$

$$B = \bar{y}_{B^+} - \bar{y}_{B^-} = \frac{30 + 52}{2} - \frac{20 + 40}{2} = 11$$

$$AB = \frac{52 + 20}{2} - \frac{30 + 40}{2} = -1$$

حالت متقابل

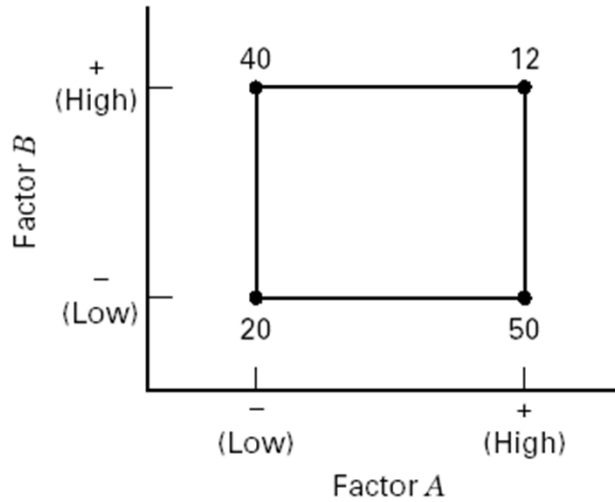


Figure 5-2 A two-factor factorial experiment with interaction.

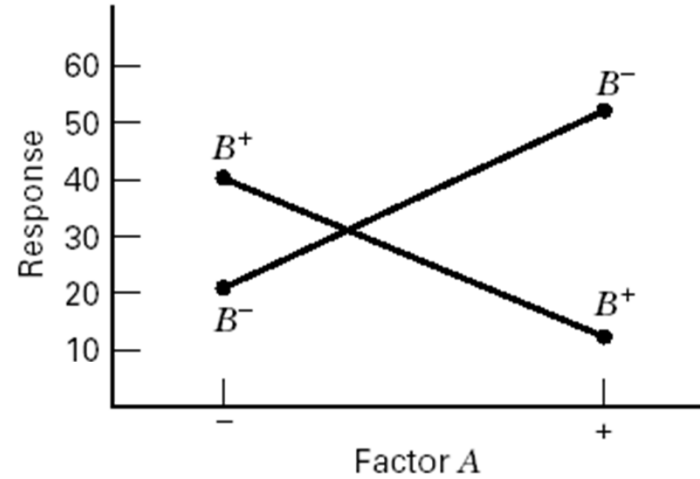


Figure 5-4 A factorial experiment with interaction.

$$A = \bar{y}_{A^+} - \bar{y}_{A^-} = \frac{50 + 12}{2} - \frac{20 + 40}{2} = 1$$

$$B = \bar{y}_{B^+} - \bar{y}_{B^-} = \frac{40 + 12}{2} - \frac{20 + 50}{2} = -9$$

$$AB = \frac{12 + 20}{2} - \frac{40 + 50}{2} = -29$$