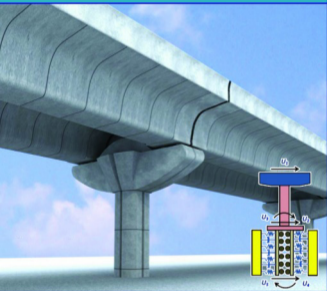




مبانی اندرکنش خاک و سازه



مؤلفین:

دکتر علی قنبری (استاد دانشگاه خوارزمی)
شیما السادات حسینی

اللَّهُمَّ صَلِّ وَسَلِّمْ



مبانی اندرکنش خاک و سازه

تألیف:

دکتر علی قنبری (استاد دانشگاه خوارزمی)

شیما السادات حسینی

تهران ۱۳۹۵

سرشناسه	:	قنبری، علی، ۱۳۴۸ -
عنوان و نام پدیدآور	:	مبانی اندرکنش خاک و سازه/ مولف علی قنبری، شیمالسادات حسینی.
مشخصات نشر	:	تهران: دانشگاه خوارزمی، ۱۳۹۵.
مشخصات ظاهری	:	۵۰۶ ص.: مصور (بخشی رنگی)، جدول.
شابک	:	9786008587026 : ریال ۲۵۰۰۰۰
وضعیت فهرست نویسی	:	فیا
یادداشت	:	واژنامه
یادداشت	:	کتابنامه: ص. ۴۸۹ - ۵۰۱.
موضوع	:	خاک و سازه
موضوع	:	Soil-structure interaction
موضوع	:	پی‌سازی
موضوع	:	Foundations
شناسه افزوده	:	دانشگاه خوارزمی
شناسه افزوده	:	حسینی، شیمالسادات، ۱۳۶۵ -
رده بندی کنگره	:	۱۳۹۵م۹ق/۷۱۰/TA۷۱۰
رده بندی دیویی	:	۶۲۴/۱۵۱۳۶
شماره کتابشناسی ملی	:	۴۴۳۷۵۸۹



عنوان کتاب	:	مبانی اندرکنش خاک و سازه
نویسندگان	:	علی قنبری، شیمالسادات حسینی.
طراح جلد و صفحه آرا	:	صادق عزیزخانی
ناشر	:	انتشارات خوارزمی
چاپ و صحافی	:	انتشارات خوارزمی
نوبت و سال چاپ	:	اول، ۱۳۹۵
شابک	:	۹۷۸۶۰۰۸۵۸۷۰۲۶
شمار	:	۵۰۰ نسخه
قیمت	:	۲۵۰۰۰۰ ریال

همه حقوق برای ناشر محفوظ است.

آدرس: تهران-خ شهید مفتح-شماره ۴۳-کدپستی ۱۴۹۱۱-۱۵۷۱۹

شماره تماس فروشگاه کتاب: ۸۸۳۱۱۸۶۶

وبگاه: www.khu.ac.ir، ایمانامه: pub@khu.ac.ir

پیش‌گفتار:

عملکرد سازه‌ها در برابر بارهای دینامیکی و لرزه‌ای یکی از مسائل مهم و به‌روز در مهندسی عمران است. به‌صورت تخصصی این بحث به سه حوزه لرزه‌شناسی، تحلیل لرزه‌ای و طراحی لرزه‌ای طبقه‌بندی می‌شود که هر یک شامل عناوین و موضوعات گسترده‌ای در زمینه مربوط به خود هستند. در این میان یکی از مهم‌ترین و چالش‌برانگیزترین مسائل، بحث نقش خاک در پاسخ لرزه‌ای سازه است. اغلب سازه‌ها با فرض صلب بودن پی تحلیل لرزه‌ای می‌شوند و از اثر محیط خاکی بر پاسخ لرزه‌ای آن‌ها صرف‌نظر می‌گردد. این فرض در برخی مواقع منجر به تحلیل نادرست مسئله و جواب‌های منحرف‌کننده می‌شود. از سوی دیگر در سال‌های اخیر درنظرگیری اثرات خاک در تحلیل دینامیکی سازه‌ها توسط آئین‌نامه‌ها مورد تاکید واقع شده است. در ایران نیز یک پیوست از آئین‌نامه ۲۸۰۰ به این بحث اختصاص یافته است.

با توجه به فقدان کتابی که به صورت خاص به بحث در نظرگیری اندرکنش خاک و سازه بپردازد و از لحاظ آموزشی و کاربردی مناسب و قابل استفاده باشد، کتاب پیش رو تألیف شده است. سعی بر آن بوده که این نوشتار شامل مفاهیم پایه یک کتاب مرجع جهت آموزش و یادگیری تحلیل

دینامیکی سازه‌ها با در نظرگیری اثر اندرکنش خاک و سازه باشد. مباحث و موضوعات مورد بحث به صورت کاربردی طبقه‌بندی شده و حاصل چندین سال تجربیات، تحقیق، تدریس و راهنمایی پایان نامه‌های مختلف در این زمینه است. این مجلد برای اساتید و دانشجویان رشته‌های ارشد و دکتری ژئوتکنیک، سازه، زلزله و سازه‌های هیدرولیکی و هم‌چنین برای محققین و مهندسين عمران قابل استفاده است. در هر صورت لازم است خوانندگان محترم پیش زمینه‌ای در حوزه دینامیک سازه و مهندسی زلزله داشته باشند.

کتاب حاضر در چهارده فصل ارائه شده است. در ۴ فصل اول مفاهیم پایه و در فصل‌های پنجم تا هشتم مباحث نظری اندرکنش خاک و سازه ارائه شده است. فصل‌های نهم تا چهاردهم به تشریح مباحث کاربردی اختصاص یافته است. در هر فصل از مثال‌های کاربردی حل شده جهت درک بهتر مفاهیم بهره گرفته شده است. هم‌چنین در پایان هر فصل تعدادی مسئله حل نشده جهت ترغیب خواننده به تحقیق و بررسی بیشتر ارائه شده است.

در پایان از همکاران محترم و دانشجویانی که در اصلاح نسخه‌های اولیه این مجلد نویسنده‌گان را یاری نمودند، کمال قدردانی و تشکر اعلام می‌گردد. در این مورد به خصوص از همکاران ارجمند، دکتر محمد داودی، دکتر امیر حمیدی، دکتر هادی شهیر، دکتر غلامحسین توکلی مهرجردی، دکتر محسن شهروزی، دکتر علی معصومی، دکتر افشین مشکوه‌الدینی، دکتر سیدعلی اصغر حسینی، دکتر مهدی زمانیان، دکتر میثم فدایی و دکتر مهدی درخشندی تشکر و قدردانی می‌گردد. هم‌چنین از دانشجویان دوره دکتری ژئوتکنیک دانشگاه خوارزمی که در بازخوانی و ویرایش کتاب نقش داشتند، کمال تشکر را داریم.

هر چند تمام تلاش مؤلفین بر این بوده است تا این اثر با کمترین ایراد و اشکال در اختیار خوانندگان محترم قرار گیرد اما به طور قطع بی نقص نمی‌باشد. لذا از دانشجویان فهیم، اساتید

گرانقدر و محققین محترم تقاضا می شود تا با ارائه پیشنهادات و راهنمایی‌های سازنده خود نگارندگان را در جهت رفع نقایص کتاب و بهبود آن یاری نمایند. امید است تلاش نگارندگان در جهت ارائه اثری کم حجم و در عین حال جامع در زمینه مبانی اندرکنش خاک و سازه مقبول نظر خوانندگان محترم قرار گیرد.

علی قنبری - شیمالسادات حسینی

بهار ۱۳۹۵

فهرست مطالب

فصل اول

مفاهیم پایه در اندرکنش خاک و سازه

- ۱-۱- مقدمه ۱۶
- ۲-۱- تعریف اندرکنش خاک و سازه ۱۶
- ۳-۱- اهمیت تحلیل اندرکنش در سازه‌های مختلف ۱۸
- ۴-۱- اثرات در نظرگیری اندرکنش خاک و سازه ۲۲
- ۵-۱- روش‌های مختلف تحلیل اندرکنش خاک و سازه ۲۳
- ۶-۱- روش مستقیم در تحلیل اندرکنش خاک و سازه ۲۷
- ۷-۱- روش‌های چندگانه ۲۸
- مسائل حل نشده فصل اول: ۳۶

فصل دوم

جایگاه تحلیل اندرکنش خاک و سازه در آئین نامه‌ها

- ۱-۲- مقدمه ۳۸
- ۲-۲- آئین نامه ژاپن ۳۸
- ۳-۲- آئین نامه آمریکایی (FEMA- 450) NEHRP ۴۰
- ۴-۲- آئین نامه اروپا ۴۹
- ۵-۲- دستورالعمل FEMA - 440 ۵۱
- ۶-۲- آیین نامه طراحی ساختمان‌ها در برابر زلزله ایران (استاندارد ۲۸۰۰) ۶۱
- مسائل حل شده فصل دوم: ۶۳
- مسائل حل نشده فصل دوم: ۷۰

فصل سوم

مروری بر مفاهیم پایه در دینامیک سازه‌ها

- ۱-۳- مقدمه ۷۴
- ۲-۳- روش‌های ریاضی حل معادله دیفرانسیل تعادل دینامیکی ۷۶
- ۳-۳- روش دیاگرام آزاد برای حل مسائل دینامیکی ۸۶
- ۴-۳- حل ماتریسی سیستم‌های اجزای مجزا ۸۹
- ۵-۳- سیستم‌های با جرم گسترده (جابه‌جایی تعمیم یافته) ۹۴

فصل چهارم

مروری بر روش‌های محاسبه فرکانس ارتعاش آزاد

- ۱-۴- مقدمه ۱۱۰
- ۲-۴- روش‌های تحلیلی برای محاسبه فرکانس ارتعاش آزاد ۱۱۱
- ۳-۴- روش‌های حل معادله دیفرانسیل ارتعاش ۱۱۵
- ۴-۴- روش رایلی برای محاسبه فرکانس ارتعاش آزاد ۱۲۰
- ۵-۴- روش رایلی - ریتز برای محاسبه فرکانس ارتعاش آزاد ۱۲۴
- مسائل حل نشده فصل چهارم: ۱۴۳

فصل پنجم

اثر ساختگاه در تحلیل لرزه‌ای سازه‌ها

- ۱-۵- مقدمه ۱۴۶
- ۲-۵- عوامل مؤثر بر پاسخ ساختگاه ۱۴۸
- ۳-۵- تحلیل یک بعدی لایه‌های خاک ۱۵۵
- ۴-۵- تأثیر توپوگرافی شیب بر پاسخ نقاط در سطح زمین ۱۶۱
- مسائل حل نشده فصل پنجم: ۱۶۹

فصل ششم

روش مستقیم تحلیل اندرکنش خاک و سازه

- ۱-۶- مقدمه ۱۷۲
- ۲-۶- ابعاد هندسی مدل ۱۷۳
- ۳-۶- ابعاد و تعداد المان‌ها در شبکه اجزاء محدود ۱۷۶
- ۴-۶- انواع مرزها در تحلیل دینامیکی ۱۷۷
- ۵-۶- المان فصل مشترک ۱۸۴
- ۶-۶- مدل رفتاری خاک در تحلیل دینامیکی ۱۹۱
- ۷-۶- مدلسازی میرایی در تحلیل‌های دینامیکی ۱۹۲

فصل هفتم

روش فنر و میراگر معادل

- ۱-۷- مقدمه: ۱۹۸
- ۲-۷- روابط سختی استاتیکی و میرایی پی ۲۰۱
- ۳-۷- سختی و میرایی وابسته به فرکانس بارگذاری ۲۱۲
- ۴-۷- مراحل تحلیل به روش فنر و میراگر معادل ۲۱۷
- مسائل حل نشده فصل هفتم: ۲۳۴

فصل هشتم

مدل‌های تحلیلی برای شبیه‌سازی ارتعاش پی

- ۱-۸- مقدمه ۲۳۸
- ۲-۸- مدل ویسکو الاستیک ۲۳۸
- ۳-۸- مدل پایه اندرکنش خاک و سازه بر مبنای سختی استاتیکی ۲۳۹
- ۴-۸- استفاده از سختی وابسته به فرکانس برای حل مدل ساده اندرکنش ۲۴۶
- ۵-۸- محاسبه سختی دینامیکی برای پی‌های مدفون ۲۴۹
- ۶-۸- محاسبه سختی دینامیکی پی بر اساس مدل گسسته اساسی ۲۵۱
- مسائل حل نشده فصل هشتم: ۲۶۹

فصل نهم

تحلیل اندرکنش خاک و سازه به روش زیرسازه

۲۷۴	۱-۹- مقدمه
۲۷۸	۲-۹- تحلیل سازه یک درجه آزادی به روش زیر سازه
۲۸۳	۳-۹- مبانی تحریک غیریکنواخت
۲۸۵	۴-۹- تولید تحریک یکنواخت
۲۸۸	۵-۹- معادله حرکت در حالت تحریک یکنواخت با جهت‌های مختلف
۲۹۰	۶-۹- معادلات حرکت در حالت تحریک غیریکنواخت تکیه گاهی
۲۹۴	۷-۹- سیستم چند درجه آزادی با حرکات تکیه گاهی غیریکنواخت
۳۰۰	۸-۹- مراحل گام به گام در حل مسائل اندرکنش به روش زیرسازه
۳۰۰	۹-۹- آنالیز مودال با استفاده از روش زیر سازه
۳۱۲	مسائل حل نشده فصل نهم:

فصل دهم

اندرکنش خاک - شمع - سازه

۳۱۶	۱-۱۰- مقدمه
۳۱۹	۲-۱۰- روش مستقیم در تحلیل لرزه‌ای شمع‌ها
۳۲۰	۳-۱۰- روش زیرسازه برای تحلیل لرزه‌ای شمع‌ها
۳۲۴	۴-۱۰- روش فنر معادل برای تحلیل لرزه‌ای شمع‌ها
۳۲۷	۵-۱۰- تحلیل شمع بر اساس سختی مماسی و جانبی خاک (منحنیهای $P-y$ و $t-z$)
۳۳۳	۶-۱۰- منحنی‌های پیشنهادی برای فنر انتهای شمع
۳۳۵	۷-۱۰- محاسبه ضرایب سختی فنرها به روش نیرو- تغییر مکان بر اساس API
۳۴۶	مسائل حل نشده فصل دهم:

فصل یازدهم

تحلیل لرزه‌ای سازه‌های زیرزمینی

۳۵۰	۱-۱۱- مقدمه
۳۵۱	۲-۱۱- جایگاه تحلیل لرزه‌ای در فرآیند طراحی سازه‌های زیرزمینی

۳-۱۱- مفاهیم اولیه در طراحی لرزه‌ای تونل‌ها و فضاهای زیرزمینی.....	۳۵۲
۴-۱۱- انواع روش‌های تحلیل لرزه‌ای تونل‌ها.....	۳۵۳
۵-۱۱- تحلیل لرزه‌ای تونل‌ها به روش میدان آزاد.....	۳۵۵
۶-۱۱- روش شبه استاتیکی مبتنی بر تغییر مکان نسبی تونل.....	۳۶۰
۷-۱۱- تحلیل لرزه‌ای تونل‌ها با در نظر گیری اندرکنش خاک و سازه.....	۳۶۲
۲-۷-۱۱- رابطه هشاش و پارک.....	۳۶۵
مسائل حل نشده فصل یازدهم:.....	۳۸۳

فصل دوازدهم

مفاهیم پایه در تحلیل لرزه‌ای پل‌ها

۱-۱۲- مقدمه.....	۳۸۶
۲-۱۲- تحلیل اجزاء محدود خاک با در نظر گیری اندرکنش خاک- سازه.....	۳۸۷
۳-۱۲- مدلسازی فونداسیون و خاک (اندرکنش خاک - شمع).....	۳۹۲
۴-۱۲- تحلیل اندرکنش خاک- سازه با استفاده از مدل فنر و میراگر معادل.....	۳۹۵
مسائل حل شده فصل دوازدهم:.....	۴۰۴
مسائل حل نشده فصل دوازدهم:.....	۴۰۷

فصل سیزدهم

تحلیل لرزه‌ای دیوارهای حائل

۱-۱۳- مقدمه.....	۴۱۲
۲-۱۳- روش‌های تعادل حدی.....	۴۱۵
۳-۱۳- روش‌های آنالیز حدی.....	۴۲۶
۴-۱۳- تحلیل لرزه‌ای دیوارهای حائل بر اساس تئوری ارتعاش تیر.....	۴۲۸
۵-۱۳- روش‌های مبتنی بر مدلسازی با اجزاء متمرکز.....	۴۳۰

فصل چهاردهم

اندرکنش خاک- سازه- سیال

۴۳۸	۱-۱۴- مقدمه.....
۴۴۱	۲-۱۴- مبانی اندرکنش سیال و سازه.....
۴۴۶	۳-۱۴- مدل‌های تحلیلی در اندرکنش سیال و سازه.....
۴۵۷	۴-۱۴- مبانی اندرکنش سیال-خاک- سازه.....
۴۸۲	مسائل حل نشده فصل چهاردهم:.....
۴۸۵	فهرست مراجع
۴۹۹	واژه‌نامه انگلیسی - فارسی

فصل اول

مفاهیم پایه در اندرکنش خاک و سازه

۱-۱- مقدمه

هر چند تحلیل دینامیکی سازه‌ها از ابتدای قرن بیستم مورد توجه محققان بوده‌است، با این حال در نظرگیری اثرات خاک در این تحلیل‌ها قدمت زیادی ندارد. در سالهای اخیر به طور فزاینده‌ای مسئله منظور نمودن اثر خاک در تحلیل لرزه‌ای مورد توجه طراحان قرار گرفته است. این موضوع توسط آیین‌نامه‌های بین‌المللی نیز در ده سال اخیر مورد توجه ویژه بوده است. بر همین اساس پیش‌بینی می‌شود که در سالهای آتی طراحان سازه‌های مهندسی بزرگ و متوسط نیاز به دانش اندرکنش خاک و سازه خواهند داشت.

پیش از بیان تئوری‌های مطرح در اندرکنش خاک و سازه لازم است ابتدا مفاهیم اولیه مورد بحث واقع شود. انتظار می‌رود برای ورود به این موضوع پیش زمینه‌ای از مفاهیم اولیه تحلیل لرزه‌ای سازه‌ها و مهندسی زلزله، مفاهیم اصلی دینامیک خاک و مبانی دینامیک سازه در نزد خواننده وجود داشته باشد. بر این اساس و به منظور آشنایی با موضوعات مطرح و کلمات کلیدی در بحث اندرکنش دینامیک خاک و سازه در این فصل مفاهیم پایه‌ای بیان می‌شود.

۱-۲- تعریف اندرکنش خاک و سازه

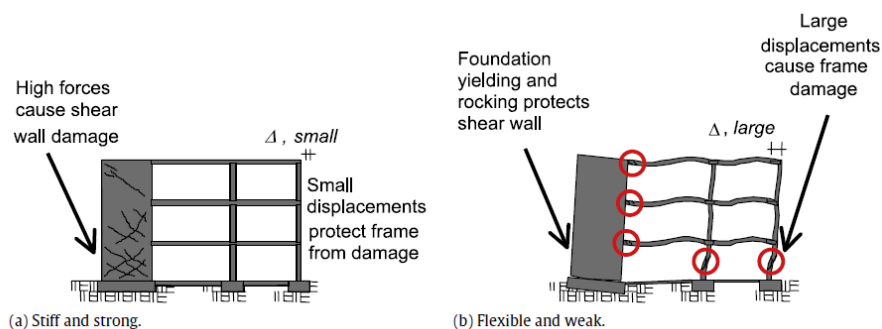
بر مبنای یک برداشت عمومی، هر تحلیلی که در آن سازه و خاک به صورت هم‌زمان مورد بررسی واقع شوند، چه در شرایط استاتیکی باشند و چه در حالت دینامیکی، عنوان تحلیل اندرکنش خاک و سازه بر آن صدق می‌کند. بر این اساس تحلیل استاتیکی یک دیوار میخ‌کوبی شده که در آن میخ‌ها و محیط خاکی اطراف به صورت توأم تحلیل می‌شوند، نوعی تحلیل اندرکنش خاک و سازه است. اما در تعبیر تخصصی و دقیق‌تر، این عنوان فقط به تحلیل‌های دینامیکی اختصاص می‌یابد که در آن سازه و محیط خاکی به صورت یک سیستم یک‌پارچه تحت ارتعاش واقع می‌شوند و مودهای

ارتعاشی همدیگر را تحت تاثیر قرار می‌دهند. در این حالت امواج لرزه‌ای از خاک به سازه منتقل می‌شوند و سازه را به ارتعاش در می‌آورند. از سوی دیگر بازگشت امواج ناشی از ارتعاش سازه به درون زمین تنش‌های لرزه‌ای جدیدی در خاک ایجاد می‌کند.

در صورتی که سازه ای بر روی یک لایه عمیق از خاک نرم که بر سنگ بستر قرار گرفته است در نظر گرفته شود، مشاهده می‌شود که پاسخ سازه کاملاً متفاوت از حالتی است که همان سازه بر روی یک لایه‌ی نازک از خاک نرم بر بستر سنگی قرار گرفته است. از سوی دیگر پاسخ سازه در هر دو حالت مذکور متفاوت از حالتی خواهد بود که سازه به طور مستقیم روی سنگ بستر قرار گرفته باشد. علاوه بر این نوع پی و خصوصیات هندسی و عمق کارگذاری آن نیز بر پاسخ لرزه‌ای سازه مؤثر خواهد بود. در هر حال در جریان انتشار امواج لرزه‌ای، سازه بر خاک اطراف خود تأثیر گذاشته و بر حرکت آن مؤثر خواهد بود. بر این اساس، برای تحلیل لرزه ای سازه های روزمینی و یا زیرزمینی، در نظر گرفتن اثرات خاک بر پاسخ سازه به خصوص در شرایطی که خاک و یا پی از سختی زیادی برخوردار نیست، بسیار ضروری و با اهمیت است.

برای سازه‌های بنا شده بر روی سنگ و خاک‌های خیلی سخت، تغییر پاسخ ناشی از اندرکنش کوچک و قابل صرف نظر است. بنابراین در نظرگیری اثرات اندرکنش خاک و سازه در تحلیل لرزه‌ای سازه‌های روزمینی و زیرزمینی که با خاک‌های بسیار سخت در ارتباط هستند لزومی ندارد. در این حالت می‌توان از تحلیل پایه‌گیردار (Fixed base) که در آن زمین به کلی صلب و گیردار فرض می‌شود، استفاده نمود. اما در بسیاری از موارد تحلیل رفتار لرزه‌ای سازه با در نظر گرفتن اثرات اندرکنشی خاک و سازه در مقایسه با تحلیل پایه‌گیردار متفاوت است و عدم در نظرگیری اثرات اندرکنش منجر به انحراف پاسخ‌ها از شرایط حقیقی خواهد شد. تأثیر اندرکنش دینامیکی خاک و سازه به خصوصیات هندسه، جرم، سختی و میرایی سازه و خاک وابسته است.

در صورتی که فقط اثرات انعطاف‌پذیری زمین در تحلیل منظور شود و مسئله بازگشت امواج از سازه به زمین مورد نظر نباشد، از این تحلیل تحت عنوان اثر انعطاف‌پذیری پی (Effect of foundation flexibility) یاد می‌شود. این تحلیل بخشی از اثرات اندرکنش را در نظر خواهد گرفت. در شکل (۱-۱) نمونه‌ای از تفاوت پاسخ یک قاب در دو حالت با و بدون اثرات انعطاف‌پذیری پی نمایش داده شده است.



شکل (۱-۱): مدل پایه‌گیردار و مدل اندرکنش خاک و سازه برای یک سازه قابی شکل (ATC-40, 1996)

۱-۳- اهمیت تحلیل اندرکنش در سازه‌های مختلف

در حالت کلی با توجه به این که سازه با خاک اطراف خود اندرکنش دارد، تحلیل لرزه‌ای سازه به تنهایی منجر به نتیجه صحیح و منطبق بر واقعیت نمی‌شود. اما در نظرگیری اثرات اندرکنش خاک و سازه در انحراف پاسخ‌ها نسبت به حالت پایه‌گیردار همیشه به یک نسبت نیست. در برخی موارد این تأثیر خیلی زیاد و در برخی دیگر از موارد ناچیز و قابل صرف نظر کردن است. با توجه به این که در صورت لزوم در نظرگیری این اثر، زمان و هزینه محاسبات افزایش خواهد یافت، بهتر است

سیستم‌هایی که در نظرگیری اندرکنش در آن‌ها ضروری است و نیز سیستم‌هایی که اثر اندرکنش بر آن‌ها ناچیز است شناسایی گردد.

به عنوان اولین دسته از سازه‌هایی که در نظرگیری اندرکنش برای آن‌ها اهمیت دارد، می‌توان از سازه‌های بلند نام برد. بر همین اساس از گذشته نسبت بلندی سازه به سختی خاک به عنوان یک نماد برای ارزیابی لزوم اندرکنش مطرح شده است. در همین راستا مطالعات Veletsos and Meek (1974) نشان می‌دهد که برای یک سازه خاص اگر عبارت $\frac{V_s}{f \cdot \bar{h}}$ کوچکتر از ۲۰ باشد، در نظرگیری اندرکنش از اهمیت برخوردار است. در این رابطه V_s ، سرعت حرکت موج برشی در لایه‌های خاک، f فرکانس مود اول سازه و \bar{h} ارتفاع سازه یک درجه آزادی معادل است. مقدار \bar{h} در ساختمان‌های قابی شکل تقریباً 0.7 ارتفاع سازه و در سازه‌های پاندولی و سازه‌هایی که جرم به صورت متمرکز در بالاترین ارتفاع قرار دارد، معادل ارتفاع سازه خواهد بود.

البته رابطه فوق کاملاً تقریبی و مقدماتی است و فقط در برآوردهای اولیه قابل قبول است. در این رابطه اثر جنس خاک و همچنین ضخامت آبرفت فقط با نماد V_s نشان داده شده است. این در حالی است که V_s فقط در کرنش‌های کوچک نماد مناسبی از مدول برشی است و همچنین در این رابطه هندسه لایه‌های خاک دیده نشده است. علاوه بر این سایر مشخصات مانند سختی و لاغری سازه به طور مستقیم در نظر گرفته نشده‌اند. در هر صورت با وجود ایرادات فوق رابطه مذکور با توجه به سادگی و نیز نتایج نسبتاً قابل استناد در برخی از موارد، برای تحلیل‌های مقدماتی قابل استفاده است. البته باید خاطر نشان شود که معیار (1974) Veletsos and Meek برای ساختمان‌های بلندتر از ۷ طبقه مناسب است و برای سازه‌های کوتاه نتایج مناسبی به دست نمی‌دهد.

مطالعات تجربی که با استفاده از مدل‌سازی بر روی میز ویبره ارائه شده است، و نیز مطالعات عددی انجام شده توسط حسین‌زاده و ناطقی‌الهی (۱۳۸۳) نشان داده است که در نظرگیری اندرکنش وقتی ضروری است که عبارت $\frac{f_s 4rH_s}{f \bar{h}^2}$ کوچکتر از ۲۰ باشد. در این رابطه H_s ، ضخامت لایه خاک روی سنگ بستر و r شعاع پی است که برای پی غیر دایره‌ای از شعاع معادل استفاده می‌شود. همچنین \bar{h}/r ، ضریب تأثیر ابعاد سازه و f_s فرکانس لایه ی خاک است. f فرکانس مود اول ارتعاش سازه است.

طباطبایی فر و معصومی (۲۰۱۰) بر اساس یک مطالعه عددی بر روی ساختمان‌های قاب خمشی بتن‌آرمه با ضریب لاغری کمتر از ۲/۵، به این نتیجه رسیدند که اگر عبارت $\frac{V_s}{f \bar{h}}$ کوچکتر از ۱۰ باشد در نظرگیری اندرکنش خاک و سازه اهمیت دارد. برخی محققین نیز بر اساس مطالعات عددی بر روی قابهای خمشی، در نظرگیری اندرکنش را وقتی ضروری می‌دانند که شرایط زیر برقرار باشد:

(Ghanbari and Ghanbari, 2016)

$$\begin{aligned} \text{For soil type II } (375 < V_s < 750 \text{ m/sec}): \frac{V_s}{f \bar{h}} < 20 \\ \text{For soil type III } (175 < V_s < 375 \text{ m/sec}): \frac{V_s}{f \bar{h}} < 12 \\ \text{For soil type IV } (V_s < 175 \text{ m/sec}): \frac{V_s}{f \bar{h}} < 6 \end{aligned} \quad (1-1)$$

در این روابط h ارتفاع کل ساختمان است و سایر پارامترها مانند قبل تعریف می‌شوند.

مسئله (۱-۱): برای یک سازه ۱۲ طبقه قاب فولادی که بر روی یک خاک با سرعت موج برشی ۳۵۰ متر بر ثانیه قرار دارد، لزوم در نظرگیری اندرکنش خاک و سازه را بر مبنای معیار *Veletsos and Meek (1974)* بررسی کنید.

حل: اگر برای هر طبقه ارتفاع ۳ متر را در نظر بگیریم، ارتفاع کل سازه معادل ۳۶ متر خواهد بود. در این صورت پیوند اساسی ارتعاش سازه برای سازه فولادی از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$T = 0.08 H^{3/4} = 0.08(36)^{0.75} = 1.17 \text{ sec}$$

$$f = \frac{1}{T} = 0.85$$

$$\frac{V_s}{f\bar{h}} = \frac{350}{0.85(0.7 \times 36)} = 16.32$$

چون عدد حاصله کوچکتر از ۲۰ است، در نظرگیری اندرکنش اهمیت دارد.

به غیر از سازه های بلند، در موارد زیر هم اندرکنش اهمیت دارد:

- سازه‌هایی که روی خاک نرم قرار گرفته باشند؛ به طور کلی هر چه سختی سازه با سختی زمین اختلاف بیشتری داشته باشد اندرکنش اهمیت بالاتری خواهد داشت.
- سازه‌های حساس نظیر راکتور نیروگاه‌های هسته‌ای، پی دستگاه‌های سانتریفیوژ، سیستم‌هایی که اتصالات حساس دارند.
- در سازه‌های مدفون مانند تونل‌ها و سازه‌های کندوپوش که در آن سختی سازه با سختی خاک اطراف تفاوت قابل توجهی داشته باشد.

در مقابل در سازه‌هایی که بر پی سخت قرار گرفته‌اند و سختی زمین بیش از ۱۰ برابر سختی سازه است، ساختمان‌های کوتاه، سازه‌های مدفون در صورتی که شرایط میدان آزاد برای آنها قابل

قبول باشد و سختی سازه با سختی زمین اطراف یکسان باشد، می‌توان در جهت سادگی از اثرات اندرکنش چشم پوشی نمود.

۱-۴- اثرات در نظرگیری اندرکنش خاک و سازه

به طور عمومی در نظرگیری اندرکنش خاک و سازه در تحلیل پاسخ دینامیکی سازه‌ها اثراتی دارد که در ادامه به اختصار مورد اشاره واقع می‌شود:

- الف) تغییر در فرکانس طبیعی و شکل مودهای سیستم؛ بدین صورت که غالباً با در نظرگیری اندرکنش خاک و سازه برای سازه‌هایی که بر روی زمین نرم بنا شده‌اند زمان تناوب افزایش می‌یابد. برای روشن تر شدن این مطلب می‌توان به دویدن یک دهنده بر روی زمین نرم اشاره کرد که در مقایسه با زمین سخت برای طی کردن یک مسافت ثابت زمان بیشتری طول خواهد کشید.
- ب) در اغلب ساختمان‌ها مقدار برش پایه با در نظرگیری اندرکنش کاهش یافته و تغییر مکان طبقات افزایش می‌یابد.
- ج) تغییر در پاسخ شتاب و به تبع آن طیف پاسخ که بسته به خصوصیات سازه و خاک ممکن است تقلیل یا تشدید شتاب را به همراه داشته باشد.
- د) میرایی سیستم خاک و سازه اغلب از میرایی حالت پایه‌گیردار بیشتر است.

در مدل‌های تحلیل پایه گیردار از دوران و تغییر مکان‌های پی صرف‌نظر می‌شود، این در حالی است که بر اساس نظر (2005) NEHRP^۱ که در قالب FEMA-440^۲ و ATC-55^۳ ارائه شده است، سازه‌هایی که برای باربری جانبی از اجزای سخت عمودی (نظیر دیوار برشی و قاب‌های مهاربندی شده) استفاده کرده‌اند، در برابر هرگونه دوران و یا حرکت انتقالی در پی حساس هستند. در مقابل اجزای عمودی انعطاف‌پذیر، نظیر قاب‌های خمشی، تاثیر کمتری از اندرکنش خاک و سازه می‌پذیرند.

۱-۵- روش‌های مختلف تحلیل اندرکنش خاک و سازه

مسئله اندرکنش خاک و سازه به روش‌های مختلف قابل بحث و بررسی است. در یک دیدگاه

کلی سه راهکار برای تحلیل اندرکنش خاک و سازه وجود دارد:

- روش‌های تحلیلی (Analytical Methods)
- روش‌های عددی (Numerical Methods)
- روش‌های آزمایشگاهی (Experimental Methods)

در این کتاب روش‌های تحلیلی بیش از سایر روش‌ها مورد تأکید واقع می‌شوند. هر چند آنالیز دقیق و تحلیلی تنها برای مسائل خاص و ساده قابل انجام است، باید اذعان داشت که مدل‌سازی بهینه و استفاده مناسب از نتایج نرم‌افزارها، منوط به آگاهی کافی از روش‌های تحلیلی است. همچنین روش‌های آزمایشگاهی و تجربی نیز اطلاعاتی برای مدل‌های ساده به دست می‌دهند که در نهایت

^۱National Earthquake Hazards Reduction Program (NEHRP)

^۲Federal Emergency Management Agency (FEMA)

^۳Applied Technology Council (ATC)

به عنوان داده‌های پایه برای صحت‌سنجی نرم‌افزارها کارایی دارند. از یک دیدگاه دیگر روش‌های حل مسئله اندرکنش خاک و سازه به دو دسته اصلی تقسیم می‌گردند:

➤ الف) راهکار مستقیم (Direct Method)

➤ ب) راهکارهای چند مرحله‌ای (Multi-step Methods)

که راهکارهای چند مرحله‌ای خود به چهار روش تقسیم می‌گردند:

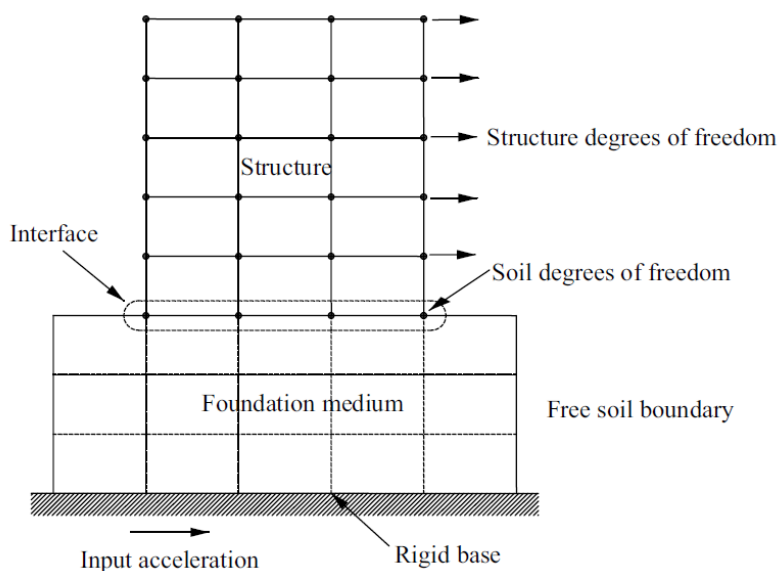
• روش زیر سازه (Substructure Method)

• روش فنر و میراگر معادل (Equivalent Spring - Dashpot Method)

• روش اجتماع آثار (Superposition Method)

• روش مدل مخروط (Cone Model Method)

ابتدایی‌ترین مدل عددی در حل مسئله اندرکنش، در نظرگیری یک لایه خاک همراه با سازه و استفاده از روش اجزای محدود برای مدلسازی سیستم است. چنین مدلی را می‌توان در شکل (۱) - مشاهده نمود که در آن یک سازه قابی شکل بر روی لایه خاک و در نهایت بر روی بستر صلب واقع شده است.



شکل (۲-۱): مدل اجزای محدود برای تحلیل مسئله اندرکنش خاک و سازه (Datta, 2010)

اگر بتوان چنین مدلی را به صورت بسته در نظر گرفت معادله تعادل را می‌توان برای آن به صورت زیر در نظر گرفت:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = -MI\ddot{u}_g \quad (2-1)$$

در این رابطه M ، C و K به ترتیب ماتریس جرم، میرایی و سختی سیستم خاک و سازه با در نظرگیری درجات آزادی دینامیکی هستند. همچنین u بردار جابجایی نسبی درجات آزادی دینامیکی سازه نسبت به پایه مدل است. \ddot{u}_g شتاب حرکت زمین است که بر پایه مدل اعمال می‌شود و I بردار واحد ضریب تأثیر است.

برای یک تاریخچه زمانی مشخص از حرکت زمین در بستر، معادله حرکت را می‌توان در فضای زمان یا فرکانس حل کرد تا به مقادیر بردار جابجایی نسبی u دست یافت. با افزودن حرکت زمین

به حرکات نسبی درجات آزادی، حرکات مطلق سازه حاصل می‌گردد. چنین نگرشی روش مستقیم در حل مسئله اندرکنش خاک و سازه نامیده می‌شود که البته معایب خاص خود را نیز دارد و در ادامه مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

شکل (۱-۲) نمونه یک مسئله مرزبندی شده (bounded) شده است. در این مسائل محیط مورد تحلیل محدود به مرزها است و در هیچ جهتی به بی نهایت ختم نمی‌گردد. برای حل مسائل اندرکنش به روش مستقیم از تکنیک مرزبندی استفاده می‌شود که در آن شتاب زمین به مرزها اعمال می‌شود. روش چند مرحله‌ای نیز برای حل مسائل مرزبندی شده قابل استفاده است، بدین ترتیب که در آن حرکت میدان آزاد زمین (Free field motion) به صورت شتاب زمین به مرزها اعمال می‌شود. در هر صورت باید اذعان نمود که اغلب مسائل اندرکنش خاک و سازه که با سازه‌های روزمینی همراه هستند، با مسائل مرزبندی شده تفاوت دارند. برخی از این تفاوت‌ها به شرح زیر است:

۱- اغلب حرکات زمین به میدان آزاد وارد می‌شود، در حالی که در مسائل مرزبندی شده این حرکات به سنگ بستر اعمال می‌شوند.

۲- سازه فوقانی بر روی سطح زمین بنا می‌شود و زمین در کلیه جهات، به جز جهت عمودی رو به بالا، تا فواصل طولانی امتداد می‌یابد. این در حالی است که در مسائل مرزبندی شده اجباراً مدل محدود به مرزها است.

۳- در مسائل واقعی، اغلب اثر اندرکنش خاک و سازه بر پاسخ سازه فوقانی هدف اولیه است و پاسخ جرم خاک زیرین موردنظر نیست. همچنین ممکن است سنگ بستر در عمق زیادی قرار داشته باشد و در نتیجه مرز پایین را نتوان بر سنگ بستر قرار داد.

۴- در بیشتر موارد اندرکنش سینماتیکی پی سازه‌های فوقانی بسیار کوچک است و بنابراین قابل صرف نظر کردن است. در نتیجه مسئله اندرکنش خاک و سازه فقط به اندرکنش اینرسی دار محدود می‌شود.

موارد ذکر شده منجر به آن شده است که پاسخ مسائل مرزبندی شده با واقعیت مسئله متفاوت باشد. البته این تفاوت گاهی اندک و گاهی قابل توجه است. از سوی دیگر این عدم تطابقها باعث شده است که تکنیک‌های مختلفی با فرضیات متفاوت برای حل مسائل اندرکنش به وجود آید. ضمناً باید توجه داشت که مسائل مرزبندی شده را نیز می‌توان با ورودی حرکت میدان آزاد زمین فرمول بندی نمود. در این حالت مرزهای جانبی به اندازه کافی از سازه فاصله دارند، به طوری که می‌توان حرکت آنها را همواره مساوی حرکت میدان آزاد گرفت.

مطابق نکته دوم از موارد چهارگانه بالا، توده خاکی نامحدود را نمی‌توان به صورت یک مدل واقعی شبیه‌سازی نمود. بنابراین باید مقدار بهینه جرم خاک و سازه در مدل به کار رود به نحوی که اثرات میرایی هندسی منجر به مستهلک شدن امواج تا آن قسمت شوند. البته به جای گسترش مرزها تا نقطه‌ای که امواج به اندازه کافی مستهلک شده باشند، به صورت جایگزین می‌توان از مرزهای جاذب انرژی تشعشی استفاده نمود. در ادامه به معرفی و توضیح اجمالی روش‌های مختلف در حل مسائل اینرسی دار اندرکنش خاک و سازه پرداخته شده است.

۱-۶- روش مستقیم در تحلیل اندرکنش خاک و سازه

در این روش سازه، پی و زمین به صورت توأم مدل می‌گردند. در برخی موارد مرز بین سه جزء مذکور نیز توسط المان‌های فصل مشترک مدل می‌شود. در واقع در این روش هندسه، میرایی و

جرم زمین به طور کامل در تحلیل دیده شده‌اند. این روش به طور معمول با المان‌بندی و حل معادله تعادل دینامیکی توسط نرم‌افزار همراه خواهد بود. برای اعمال تحریک لرزه‌ای در این روش می‌توان به دو صورت عمل کرد:

۱- اعمال رکورد شتاب بر پایه مدل

۲- اعمال رکورد تغییرمکان بر پایه مدل

این روش در فصل‌های آتی به طور مفصل شرح داده می‌شود.

۷-۱- روش‌های چندگامه

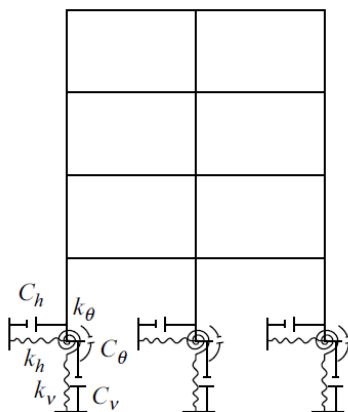
روش‌های چندگامه شامل زیر سازه، فتر معادل، جمع آثار و مدل مخروط در ادامه مورد بحث واقع می‌شوند.

۱-۷-۱- روش زیرسازه

در این روش مسئله خطی اندرکنش خاک و سازه به چند زیر سازه مجزا تقسیم شده و برای هر زیرسازه به‌طور جداگانه تحلیل دینامیکی انجام می‌شود. در نهایت با استفاده از اصل جمع آثار قوا نتایج با هم جمع می‌گردند. در واقع در این روش سازه و زمین به صورت مستقل تحلیل می‌شوند و ارتباط بین آن‌ها توسط نیروهای اندرکنشی برقرار می‌گردد. با توجه به این‌که در این روش از اصل جمع آثار قوا استفاده شده است، این روش فقط برای رفتار خطی صادق است. با این حال برخی از محققین ادعا کرده‌اند که هر یک از دو جزء خاک و سازه به طور مستقل می‌توانند به صورت غیرخطی تحلیل شوند. فرمولاسیون و مراحل گام به گام حل مسائل اندرکنش خاک و سازه به روش زیرسازه در فصول آینده به تفصیل مورد بحث قرار می‌گیرد.

۱-۷-۲- روش فنر و میراگر

فنر و میراگر یکی از پرکاربردترین روش‌ها در حل مسائل اندرکنش خاک و سازه است. در این روش به جای زمین و پی مجموعه‌ای از فنرها و میراگرها قرار می‌گیرند که فنرها در واقع انعطاف‌پذیری تکیه‌گاه‌ها را مدل می‌کنند. هر چند در این روش جرم زمین دیده نشده است، با این حال در بسیاری از موارد نتایج واقع‌بینانه و یا نزدیک واقع را به دست می‌دهد. فنرها و میراگرها می‌توانند در جهات مختلف وجود داشته باشند. پس از تشکیل ماتریس‌های جرم، سختی و میرایی برای سازه، پی و زمین با نوشتن معادله تعادل دینامیکی سیستم در فضای فرکانس یا زمان مجهولات مورد نظر که فرکانس ارتعاش آزاد یا تغییر مکان‌های نسبی سازه هستند، بدست می‌آیند. در فصل‌های بعدی این روش بیشتر مورد بحث واقع می‌شود. در شکل (۱-۳) نمونه‌ای از مدل‌سازی سازه به روش فنر و میراگر معادل نمایش داده شده است.



شکل (۱-۳): نمونه مدل‌سازی به روش فنر و میراگر معادل

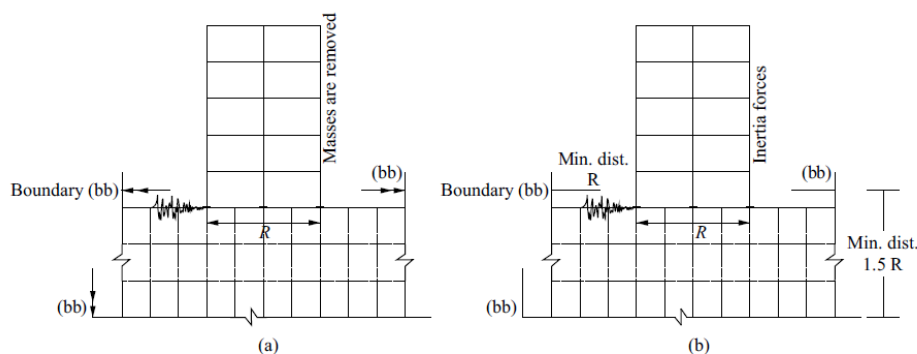
۱-۷-۳- روش اجتماع آثار (تفکیک اندرکنش سینماتیکی و اینرسی دار)

در روش چند مرحله‌ای، مسئله در دو گام مجزا (سینماتیکی و اینرسی دار) حل می‌شود. در شکل (۴-۱) مراحل مذکور به صورت شماتیک نشان داده شده است. در مرحله نخست مسئله اندرکنش سینماتیکی (Kinematic Interaction) حل می‌شود که در آن جرم سازه فوقانی در نظر گرفته نمی‌شود. معادله حرکت آن به صورت زیر است:

$$M_g \ddot{u}_I + C \dot{u}_I + K u_I = -M_g \ddot{u}_g \quad (۳-۱)$$

که در آن ماتریس جرم بدون در نظرگیری جرم سازه فوقانی و شالوده است. یعنی در حقیقت تنها جرم زمین در نظر گرفته شده است. u_I جابجایی نسبی در درجات آزادی است و اگر u_I در کلیه درجات آزادی سازه‌ای تقریباً برابر مقادیر آن در پایه سازه باشد در نتیجه اندرکنش سینماتیکی قابل صرف نظر کردن است و حرکت زمین در میدان آزاد زمین به همان صورتی که هست در سازه ظاهر می‌شود. در واقع وقتی گفته می‌شود اثرات سینماتیکی اهمیت دارد، معنی این عبارت آن است که نمی‌توان به طور مستقیم پاسخ میدان آزاد را به پایه سازه اعمال کرد و لازم است تغییراتی در آن داده شود.

بر اساس نظر (NEHRP (2005) اثرات سینماتیکی برای موارد زیر قابل توجه است و نمی‌توان پاسخ میدان آزاد را به سازه اعمال نمود: الف) سازه‌هایی که پی آن‌ها در عمق بیش از ۱۰ فوت ساخته شده است ب) سازه‌هایی که دارای پرپود اساسی کمتر از ۰/۵ ثانیه هستند ج) سازه‌هایی که دارای ابعاد بزرگ در پلان هستند. جزئیات این بحث در فصل دوم بیان شده است.



شکل (۴-۱): روش چند مرحله‌ای **a**: اندرکنش سینماتیکی **b**: اندرکنش اینرسی دار (Datta, 2010)

در مرحله دوم مسئله اندرکنش اینرسی دار (Inertial Interaction) حل می‌شود که در بردارنده ماتریس جرم کلی در سمت چپ است و نیروهای مؤثر لرزه‌ای بر آن اثر می‌کنند. معادله تعادل در این حالت به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$M\ddot{u}_{II} + C\dot{u}_{II} + Ku_{II} = -M_s(\ddot{u}_I + I\ddot{u}_g) \quad (۴-۱)$$

که در آن M ماتریس جرم کل سیستم و M_s ماتریس جرم سازه است که فقط برای درجات آزادی سازه مقادیر غیر صفر دارد. توجه شود که مقدار \ddot{u}_I برای درجات آزادی سازه صفر است، زیرا در حل اندرکنش سینماتیکی سازه و پی رفتار شبه استاتیکی دارند. u_{II} پاسخ ایجاد شده ناشی از اندرکنش اینرسی دار است و پاسخ نهایی سیستم حاصل جمع u_I و u_{II} خواهد بود. همچنین پاسخ کلی یا مطلق با افزودن u_g به آن‌ها به دست می‌آید.

• تعبیر فیزیکی روش جمع آثار:

در شکل (۵-۱) تعبیر فیزیکی روش جمع آثار آورده شده است (Mylonakis et al., 2006). بر این اساس در اندرکنش سینماتیکی لایه خاک به طور کامل مدل می‌گردد، ولی سازه و پی فقط دارای

سختی هستند، ولی برای آنها جرم منظور نشده است. همچنین تحریک ورودی بر پایه مدل وارد شده است. در نتیجه تحلیل سینماتیکی، حرکت ورودی پی (Foundation Input Motion) به دست می‌آید. این حرکت با پاسخ میدان آزاد لایه خاک تفاوت دارد و اغلب کوچکتر از آن است. علاوه بر این اندرکنش سینماتیکی منجر به بروز مؤلفه چرخش در پی می‌گردد که برای پی های مدفون قابل توجه خواهد بود.

از سوی دیگر اندرکنش اینرسی دار در واقع پاسخ سیستم کامل خاک-پی-سازه به شتابی است که بر سازه فوقانی وارد می‌شود و در اثر اندرکنش سینماتیکی به وجود آمده است. تحلیل اندرکنش اینرسی دار در دو مرحله انجام می‌گردد. در مرحله اول امیدانس دینامیکی پی که مشتمل بر فنرها و میراگرهایی به ازای هر درجه آزادی است، محاسبه می‌گردد. در مرحله دوم سازه و پی بر روی فنر و میراگرهای محاسبه شده قرار گرفته و تحت تحریک شتاب برآوردشده در اندرکنش سینماتیکی، قرار می‌گیرند.

• تعبیر ریاضی روش جمع آثار:

در صورتی که دو معادله (۳-۱) و (۴-۱) را با هم جمع کنیم، به معادله زیر خواهیم رسید:

$$M_g \ddot{u}_I + M \ddot{u}_{II} + K(u_I + u_{II}) + C(\dot{u}_I + \dot{u}_{II}) = -I \ddot{u}_g (M_g + M_s) - M_s(\ddot{u}_I) \quad (5-1)$$

ولی می‌دانیم که پاسخ کلی سیستم حاصل جمع پاسخ اندرکنش سینماتیکی و اندرکنش اینرسی -

دار خواهد بود. لذا می‌توان نوشت:

$$u = u_I + u_{II}$$

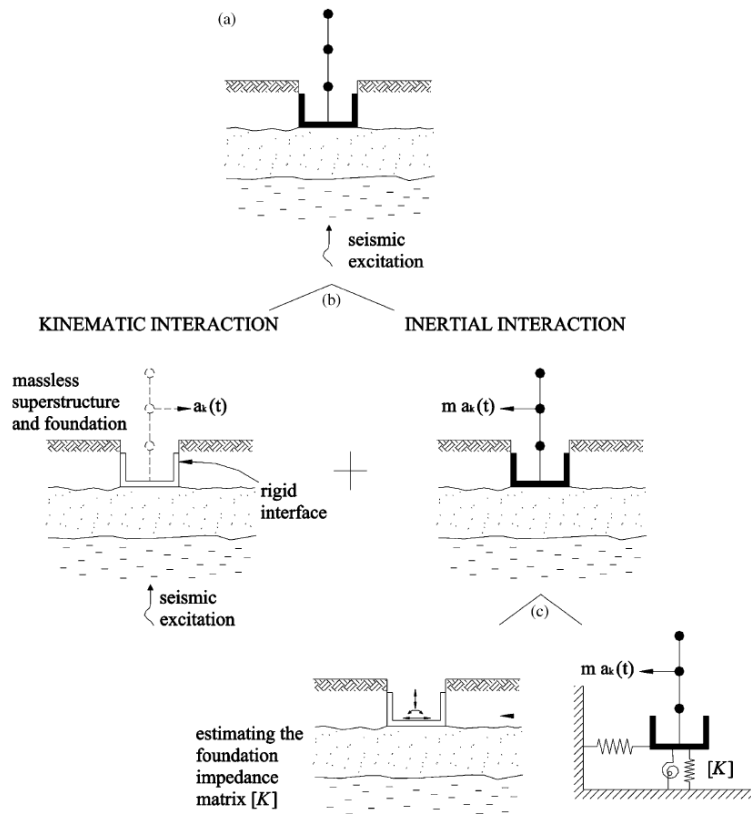
براین اساس معادله (۵-۱) به صورت زیر خلاصه خواهد شد:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = -MI\ddot{u}_g \quad (6-1)$$

معادله اخیر رابطه عمومی حرکت دینامیکی سیستم خاک-پی-سازه (همان رابطه ۱-۲) است. بنابراین اثبات گردید که از لحاظ ریاضی جمع اندرکنش سینماتیکی و اینرسی دار در واقع همان معادله عمومی روش مستقیم اندرکنش خاک و سازه خواهد بود و لذا این تفکیک پذیرفته شده است.

در صورتی که پاسخ اندرکنش سینماتیکی چندان تحت تاثیر سازه نباشد و مقدار آن به پاسخ میدان آزاد نزدیک باشد، می توان از تحلیل سینماتیکی صرف نظر کرد و فقط پاسخ میدان آزاد را در تحلیل اینرسی دار به کار گرفت. (Pecker (2007) و Datta(2010) بیان داشته اند که در بسیاری از سازه های معمولی این شرایط برقرار است و اندرکنش سینماتیکی قابل صرف نظر است. این در حالی است که در سازه های مدفون نظیر شمع ها، که بخش مدفون آنها سختی بالایی دارد، اندرکنش سینماتیکی اهمیت قابل توجهی دارد.

نکته حائز اهمیت دیگر آن است که از آنجایی که روش جمع آثار قوا بر اساس جمع تغییر مکان-های دو تحلیل بنا شده است، این روش فقط برای تحلیل های خطی معتبر خواهد بود و در تحلیل های غیرخطی سازه و خاک معتبر نیست.



شکل (۵-۱): (a) هندسه سازه (b) تفکیک حل به اندرکنش سینماتیک و اینرسی دار (c) دو مرحله برای حل اندرکنش اینرسی دار. (Mylonakis et al., 2006)

۱-۷-۴-روش مدل مخروط

در این روش یک پی بدون جرم بر روی سطح خاک نیمه بی نهایت قرار می گیرد و ارتعاشات از طریق این پی در محیط خاکی انتشار می یابند. فرض اولیه در این روش آن است که امواج فقط در محدوده یک مخروط با زاویه مشخص انتشار می یابند. این فرض ساده کننده منجر به حصول روابط ساده برای سیستم می گردد. در این مدل نظیر آنچه در مدل های اجزای مجزا (فنر و میراگر) وجود

دارد، زمین توسط مجموعه‌ای از جرم‌ها و فنرها مدل‌سازی می‌گردد. مطابق مدل مخروط پی می‌تواند درجه حرکت افقی، قائم و چرخشی داشته باشد. توضیحات کامل‌تر در مورد این روش و معادلات مورد استفاده در آن در مرجع (Wolf and Deeks (2004) به تفصیل آمده است.

مسائل حل نشده فصل اول:

۱. اغلب ساختمان‌های نیمه شمالی تهران دارای قاب بتنی هستند، بین ۵ تا ۱۰ طبقه ارتفاع دارند و بر روی خاک نوع ۲ قرار دارند. تحقیق کنید که برای این ساختمان‌ها در نظرگیری اندرکنش خاک و سازه بر مبنای معیارهای مختلف ضرورت دارد و یا خیر؟ اگر این ساختمان‌ها بر روی خاک نوع ۳ باشند، مجدداً مسئله را بررسی کنید.
۲. برای ساختمان‌های بر روی خاک نوع چهار با اسکلت فولادی، در نظرگیری اندرکنش خاک و سازه از چند طبقه به بالا ضرورت دارد؟
۳. شرح کوتاهی راجع به اندرکنش سینماتیکی و اندرکنش اینرسی دار بنویسید.
۴. در کدامیک از سازه‌های زیر در نظر گرفتن اندرکنش خاک و سازه اهمیت ندارد؟
 - الف) ساختمان ۷ طبقه بر روی خاک نوع یک
 - ب) ساختمان ۵ طبقه بر روی خاک نوع ۳
 - ج) سد بتنی به ارتفاع ۵۰ متر بر روی سنگ بستر
 - د) سد خاکی به ارتفاع ۳۰ متر بر روی خاک نوع ۲
۵. با در نظر گرفتن اندرکنش خاک و سازه برای ساختمان‌ها، ...

الف) برش پایه افزایش می‌یابد ب) میرایی کل سیستم کاهش می‌یابد

ج) پی‌رود ارتعاش سیستم افزایش می‌یابد د) تغییر مکان سازه کاهش می‌یابد

فصل دوم

جایگاه تحلیل اندرکنش خاک و سازه

در آئین نامه‌ها

۲-۱- مقدمه

بسیاری از آیین‌نامه‌های طراحی لرزه‌ای ساختمان‌ها در سال‌های اخیر مبحث اندرکنش خاک و سازه را مورد توجه قرار داده‌اند. اغلب این آیین‌نامه‌ها در تحلیل استاتیکی معادل به‌کارگیری اندرکنش را مجاز دانسته‌اند. تاثیر اندرکنش در وهله اول به صورت اصلاح پریود ارتعاش آزاد سازه و میرایی سیستم دیده شده است. در مراحل بعدی کاهش برش پایه و افزایش تغییر مکان‌ها مورد توجه است. با این حال کاهش برش پایه در آیین‌نامه‌ها به یک درصد مشخص محدود شده است.

در این فصل خلاصه مطالب مطرح شده در چند آیین‌نامه بین‌المللی بیان شده و در پایان به آیین‌نامه ۲۸۰۰ زلزله ایران هم اشاره شده است. در میان مستندات بین‌المللی، دستورالعمل‌های ارائه شده توسط FEMA از جامعیت بیشتری برخوردار هستند. در نشریات ارائه شده توسط این مرجع علاوه بر در نظرگیری اندرکنش خاک و سازه در تحلیل استاتیکی معادل سازه‌ها، تغییر طیف پاسخ ناشی از اثرات اندرکنش هم مورد توجه واقع شده است.

۲-۲- آئین نامه ژاپن

بر مبنای مطالب ارائه شده توسط (Midorikawa et al. (2003 در آئین‌نامه کشور ژاپن (Japanese Code, 2000) در صورت لزوم اثر اندرکنش خاک و سازه برای زلزله‌های بزرگ با تغییر در پریود و میرایی سیستم قابل بررسی است. در این حالت ضریب اصلاح پریود (r) از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$r = \sqrt{1 + \left(\frac{T_{sw}}{T_e}\right)^2 + \left(\frac{T_{r0}}{T_e}\right)^2} \quad (1-2)$$

پارامترهای این رابطه به صورت زیر تعریف می‌گردند:

T_e : پیروید مؤثر یک سازه با پایه گیردار در حالت حدی.

T_{sw} : پیروید ارتعاش انتقالی در حالت حدی.

T_{ro} : پیروید ارتعاش گهواره‌ای در حالت حدی.

هم‌چنین نسبت میرایی سیستم یک درجه آزادی معادل (h_{eq}) از رابطه زیر به دست خواهد آمد:

$$h_{eq} = \frac{1}{r^3} \left\{ h_{sw} \left(\frac{T_{sw}}{T_e} \right)^3 + h_{ro} \left(\frac{T_{ro}}{T_e} \right)^3 + h_b \right\} \quad (2-2)$$

که در آن:

h_{sw} : نسبت میرایی ارتعاش انتقالی لایه‌های سطحی خاک (مربوط به سطح کرنش برشی مورد

نظر)، مقدار آن به $0/3$ محدود شده است.

h_{ro} : نسبت میرایی ارتعاش گهواره‌ای لایه‌های سطحی خاک (مربوط به سطح کرنش برشی

مورد نظر)، مقدار آن به $0/15$ محدود شده است.

h_b : نسبت میرایی معادل سازه فوقانی در حالت حدی.

استاندارد ژاپن برای طراحی سازه‌های بتنی (JSCE, 2007) نیز بیان داشته است که اگر اندرکنش

خاک و سازه اهمیت داشته باشد، اثرات اندرکنش از طریق مدل‌سازی توام سازه و زمین (Coupled

analysis) و وارد کردن بخشی از خاک در مدل اجزاء محدود ارزیابی خواهد شد. علاوه بر این

می‌توان اثرات خاک را صرفاً توسط فنرهایی در پی (روش فنر معادل) نشان داد. این استاندارد تأکید

داشته است که در صورت مدل‌سازی توام، مدل رفتاری مورد نظر برای خاک باید قابلیت برآورد

تغییر شکل‌های پلاستیک خاک را داشته باشد. این بدان معنی است که مدل‌سازی خطی خاک از دیدگاه این استاندارد قابل پذیرش نیست.

این استاندارد برای به دست آوردن تحریک ورودی بیان داشته است که لازم است رکورد منتخب ابتدا به سنگ بستر و یا لایه بستر مهندسی (Engineering Base Layer) اعمال گردد و در یک تحلیل که فقط لایه‌های زمین در آن حضور دارند، پاسخ شتاب و یا تغییر مکان در سطح پی دریافت شود. سپس پاسخ به دست آمده به سازه (بدون حضور زمین) اعمال شود. برای تحلیل لایه‌های زمین مدل‌سازی اجزاء محدود و همچنین مدل‌سازی یک بعدی پذیرفته شده است. اثرات اندرکنش خاک و سازه نیز در تحلیل سازه و با در نظرگیری فنرهای اعمال خواهد شد.

۲-۳- آئین نامه آمریکایی (NEHRP(FEMA- 450)

آیین‌نامه آمریکایی (NEHRP(2004 که تحت عنوان FEMA-450 نیز شناخته می‌شود، به کارگیری اندرکنش خاک و سازه در تحلیل لرزه‌ای ساختمان‌ها را تحت شرایطی مجاز دانسته است. در این شرایط کاهش نیروی برش پایه در اثر تحلیل توام خاک و سازه نیز قابل قبول خواهد بود. همچنین تأکید شده است که در مدل پایه‌بسته سازه نباید اثرات انعطاف‌پذیری فونداسیون دیده شود. به عبارت دیگر مدل پایه‌بسته نباید مشتمل بر فنرهایی در تکیه‌گاه‌ها باشد.

مقررات بیان شده در آئین‌نامه یاد شده، می‌تواند برای مشارکت دادن اثرات اندرکنش خاک و سازه در تعیین نیروهای زلزله طراحی و تغییر مکانهای متناظر ساختمان، مورد استفاده قرار بگیرد. استفاده از این مقررات، مقادیر طراحی برش پایه، نیروهای جانبی و لنگرهای واژگونی را کاهش خواهد داد. ولی ممکن است مقادیر محاسبه شده تغییر مکانهای جانبی و نیروهای ثانویه حاصل از اثرات $P-\Delta$ را افزایش دهد. در دستورالعمل FEMA-450 دو روش برای ملحوظ نمودن اثرات

اندرکنش خاک و سازه در محاسبه نیروی استاتیکی معادل زلزله و هم‌چنین برای محاسبه پریود و میرایی اصلاح شده توصیه شده است:

- راهکار نیروی جانبی معادل (Equivalent lateral force procedure)
- راهکار پاسخ طیفی (Response spectrum procedure)

در ادامه روش‌های بالا به اختصار توضیح داده می‌شود.

۲-۳-۱- راهکار نیروی جانبی معادل

مطابق آئین‌نامه NEHRP(2004) برای لحاظ کردن اثرات اندرکنش خاک و سازه در تحلیل استاتیکی معادل، برش پایه اصلاح شده (\bar{V}) از رابطه زیر به دست خواهد آمد:

$$\bar{V} = V - \Delta V \quad (3-2)$$

که در آن V نیروی برش پایه برای ساختمان موردنظر در حالت پایه بسته است و ΔV کاهش برش پایه با توجه به اثرات اندرکنش خواهد بود. در هر صورت مقدار نیروی برشی کاهش یافته (\bar{V}) نباید از $0.7V$ کمتر باشد. نیروی ΔV به صورت زیر محاسبه خواهد شد:

$$\Delta V = \left[c_s - \bar{c}_s \left\{ \frac{0.05}{\beta} \right\}^{0.4} \right] \bar{W} \quad (4-2)$$

در رابطه بالا، \bar{W} بار وزن مؤثر ساختمان است که برابر $0.7W$ در نظر گرفته می‌شود. در مواردی که وزن ساختمان در یک طبقه متمرکز شده باشد، \bar{W} معادل وزن کل ساختمان انتخاب می‌شود.

c_s ضریب پاسخ لرزه‌ای است که با استفاده از پریود اساسی سازه در حالت پایه گیردار از روابط آئین‌نامه محاسبه می‌شود. این پارامتر مشابه پارامتر c در آئین‌نامه ۲۸۰۰ زلزله ایران است. هم‌چنین \bar{c}_s ضریب پاسخ لرزه‌ای اصلاح شده است که با استفاده از پریود مؤثر سازه (رابطه ۲-۵) در حالت

پایه انعطاف‌پذیر محاسبه می‌شود. در نهایت \bar{B} نیز ضریب میرایی مؤثر برای سیستم سازه-فونداسیون است که نحوه محاسبه آن در بندهای بعد آمده است.

الف) محاسبه پریود سازه با در نظرگیری اندرکنش

دستورالعمل FEMA-450 از پریود سازه در حالتی که اثرات اندرکنش خاک و سازه منظور شده است، تحت عنوان پریود مؤثر یاد کرده و برای محاسبه آن روابطی ارائه کرده است. بر این اساس پریود مؤثر ساختمان (\bar{T}) با در نظرگیری اندرکنش خاک و سازه از رابطه زیر تعیین خواهد شد:

$$\bar{T} = T \sqrt{1 + \frac{\bar{k}}{K_y} \left[1 + \frac{K_y \bar{h}^2}{K_\theta} \right]} \quad (5-2)$$

در این رابطه، T پریود اصلی ساختمان بدون توجه به اثرات اندرکنش است که نحوه محاسبه آن در آیین‌نامه‌ها بیان شده است. همچنین \bar{k} سختی ساختمان در حالت انتهای بسته است و برای محاسبه آن می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$\bar{k} = 4\pi^2 \left[\frac{\bar{W}}{gT^2} \right] \quad (6-2)$$

در روابط بالا g شتاب جاذبه زمین و \bar{h} ارتفاع مؤثر سازه است که می‌توان آن را معادل 0.7 ارتفاع کل ساختمان در نظر گرفت. البته اگر برای یک سازه خاص بار وزن در یک تراز ارتفاعی مشخص قرار گیرد، \bar{h} مساوی ارتفاع همان تراز خواهد بود. همچنین K_y و K_θ سختی جانبی و دورانی پی هستند.

سختی جانبی و دورانی پی تابع مدول برشی خاک زیر پی (G) هستند. از آنجایی که مقدار مدول برشی با تغییر کرنش برشی تغییر خواهد کرد، باید کرنش برشی متناسب با سطح زلزله طراحی

انتخاب گردد. در جدول (۱-۲) مقادیر پیشنهادی برای نسبت مدول برشی $(\frac{G}{G_0})$ و نسبت سرعت موج برشی $(\frac{V_s}{V_{s0}})$ مطابق دستورالعمل FEMA-450 آورده شده است.

جدول (۱-۲) : مقادیر نسبت مدول برشی و نسبت سرعت موج برشی با توجه به زلزله طرح

(NEHRP,2004)

	$S_{DS}/2.5$			
	≤ 0.10	0.15	0.20	≥ 0.30
Value of G/G_0	0.81	0.64	0.49	0.42
Value of v_s/v_{s0}	0.90	0.80	0.70	0.65

در جدول (۱-۲)، پارامتر S_{DS} شتاب طیف پاسخ طراحی در پریودهای کوتاه به ازای میرایی ۵ درصد است که با در دست داشتن شتاب حداکثر زمین (PGA) به ازای یک دوره بازگشت خاص تعیین می‌گردد. جزئیات تعیین آن در آیین‌نامه موجود است. هم‌چنین G و V_s به ترتیب مدول برشی متوسط و سرعت موج برشی مربوط به آن، برای خاک زیر فونداسیون به ازای سطوح بالای کرنش می‌باشند. هم‌چنین G_0 و V_{s0} مقادیر پارامترهای مذکور در کرنش‌های کوچک (کمتر از یک هزارم درصد) هستند و مطابق تئوری الاستیسیته با رابطه $G_0 = \frac{\gamma V_{s0}^2}{g}$ به هم مربوط می‌گردند. در این رابطه γ وزن واحد حجم خاک است.

محاسبه پریود برای ساختمان‌هایی که بر روی پی گسترده قرار دارند، اندکی متفاوت خواهد بود. در این حالت پی می‌تواند بر سطح زمین بنا شده و یا در عمق زمین به صورت مدفون اجرا گردد. در حالت مدفون از اثرات اصطکاک بین پی و دیوارهای خاکی صرف‌نظر شده است. در این حالت پریود ساختمان با در نظرگیری اثرات اندرکنش خاک و سازه از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$\bar{T} = T \sqrt{1 + \frac{25\alpha r_a \bar{h}}{v_s^2 T^2} \left[1 + \frac{1.12 r_a \bar{h}^2}{\alpha_\theta r_m^3} \right]} \quad (7-2)$$

که در آن r_a و r_m مشخصات هندسی پی و α چگالی نسبی وزن سازه و خاک است و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$r_a = \sqrt{\frac{A_0}{\pi}} \quad r_m = \sqrt[4]{\frac{4I_0}{\pi}} \quad \alpha = \frac{\bar{W}}{\gamma A_0 \bar{h}} \quad (8-2)$$

در این روابط A_0 سطح مقطع پی و I_0 ممان اینرسی پی است. همچنین α_θ ضریب اصلاح سختی دینامیکی پی برای حرکت گهواره‌ای است که مطابق جدول زیر برآورد می‌گردد:

α_θ	$\frac{r_m}{V_s T}$
۱/۰۰	کمتر از ۰/۰۵
۰/۸۵	۰/۱۵
۰/۷۰	۰/۳۵
۰/۶۰	۰/۵۰

ب) محاسبه میرایی با درنظرگیری اندرکنش

مطابق دستورالعمل FEMA-450 میرایی سیستم با درنظرگیری اندرکنش خاک و سازه (میرایی

مؤثر) از رابطه زیر به دست می‌آید:

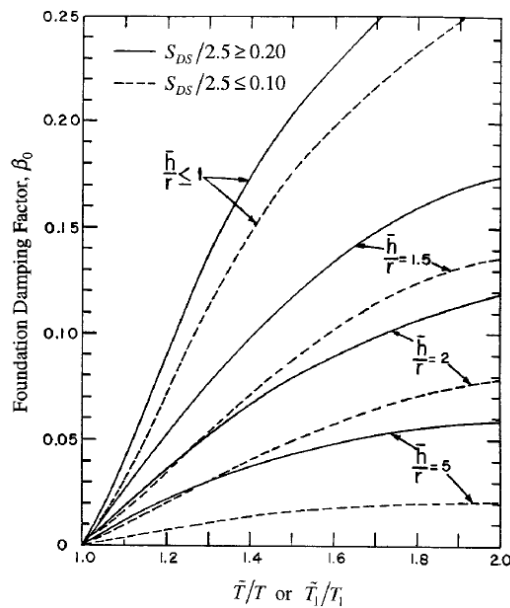
$$\bar{\beta} = \beta_0 + \frac{0.05}{\left(\frac{T}{\bar{T}}\right)^3} \quad (9-2)$$

که در آن ضریب میرایی پی است و از شکل (۱-۲) به دست می‌آید. برای مقادیر $\frac{S_{DS}}{2.5}$ که بین ۰/۱ و ۰/۲ قرار می‌گیرند، می‌توان از درونیابی خطی برای محاسبه ضریب میرایی استفاده کرد. کمیت r در شکل (۱-۲)، مشخصه طول پی است که به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{\bar{h}}{L_0} \leq 0.5 \text{ برای} & \quad r = r_a \\ \frac{\bar{h}}{L_0} \geq 1.0 \text{ برای} & \quad r = r_m \end{aligned}$$

برای مقادیر بینابین $\frac{\bar{h}}{L_0}$ می‌توان از درونیابی خطی جهت محاسبه r استفاده کرد. در این رابطه

L_0 طول کل پی در جهت تحلیل است.



شکل (۱-۲): ضریب میرایی پی (NEHRP, 2004)

استثناء: طبق بند ۵-۶-۲-۱-۲ از دستورالعمل FEMA-450، برای سازه‌های متکی بر شمع‌های

اتکایی (شمع‌های متکی بر نوک) و همچنین در همه موارد دیگری که خاک فونداسیون دارای یک

لایه نرم با خواص نسبتاً یکنواخت بوده و بر روی یک لایه بسیار سخت مانند سنگ با یک افزایش ناگهانی در سختی قرار داشته باشد، β_0 باید از رابطه زیر اصلاح شود:

$$\beta'_0 = \left[\frac{4D_s}{V_s \bar{T}} \right]^2 \beta_0 \quad (10-2)$$

در این رابطه D_s ضخامت لایه خاک است و فقط برای شرایط $\frac{4D_s}{V_s \bar{T}} < 1$ این اصلاح منظور می‌شود. در واقع این اثر بیان می‌کند که وقتی ضخامت لایه نرم محدود باشد، میرایی آن به تناسب لایه نامحدود کمتر است. در هر صورت چه این استثناء منظور شود و چه منظور نشود، ضریب میرایی محاسبه شده از رابطه (۹-۲) نباید از ۰/۰۵ کمتر و از ۰/۲۰ بیشتر باشد.

ج) تغییر در سایر موارد با در نظر گیری اندرکنش

توزیع نیروی زلزله کاهش یافته (\bar{V}) در ارتفاع ساختمان به همان صورتی است که برای ساختمان‌های بدون اندرکنش در نظر گرفته می‌شود. هم‌چنین روش محاسبه پارامترهای دیگر از قبیل برش طبقه، لنگرهای واژگونی و اثرات پیچشی نظیر روش محاسبه این پارامترها در سازه‌های بدون اندرکنش خواهد بود و صرفاً در این حالت باید از نیروهای جانبی کاهش یافته استفاده شود. تغییر مکان‌های اصلاح شده $\bar{\delta}_x$ به صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$\bar{\delta}_x = \bar{V} \left[\frac{M_0 h_x}{K_\theta} + \delta_x \right] \quad (11-2)$$

در این رابطه M_0 لنگر واژگونی در پایه است که با استفاده نیروهای زلزله اصلاح نشده تعیین می‌شود. هم‌چنین h_x ارتفاع از پایه سازه تا تراز مورد بررسی و δ_x تغییر مکان‌های سازه با پایه

گیردار با استفاده از نیروهای زلزله بدون اثر اندرکنش است. از سوی دیگر لازم است دریافت اصلاح- شده طبقات و اثرات پی- دلتا بر اساس الزامات آئین نامه و با استفاده از نیروی برشی اصلاح شده طبقات و همچنین تغییر مکان‌های اصلاح شده محاسبه گردد.

۲-۳-۲- راهکار پاسخ طیفی

آئین نامه (2004) NEHRP در راهکار پاسخ طیفی به هدف لحاظ کردن اثرات اندرکنش خاک و سازه در تحلیل، روابط خاصی برای محاسبه برش پایه و تغییر مکان‌ها ارائه کرده است. بر این اساس اجازه داده شده است که به منظور لحاظ نمودن اثر اندرکنش خاک و سازه در تحلیل طیفی، برش پایه مربوط به مد اصلی ارتعاش (V_1) مطابق رابطه زیر کاهش داده شود:

$$\bar{V}_1 = V_1 - \Delta V_1 \quad (12-2)$$

کاهش برش پایه به میزان ΔV_1 خواهد بود و مقدار این کاهش از رابطه (۲-۴) محاسبه می‌گردد، با این تفاوت که در این جا پارامترهای \bar{h} و \bar{W} از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$\bar{W}_m = \frac{(\sum_{i=1}^n W_i \phi_{im})^2}{\sum_{i=1}^n W_i \phi_{im}^2} \quad \text{وزن مؤثر مودال} \quad (13-2)$$

$$\bar{h} = \frac{(\sum_{i=1}^n W_i \phi_{i1} h_i)^2}{\sum_{i=1}^n W_i \phi_{i1}^2} \quad \text{ارتفاع مؤثر مودال} \quad (14-2)$$

در روابط بالا ϕ_{im} دامنه تغییر مکان سازه در تراز i به ازای مود m است و W_i وزن سازه در تراز i می‌باشد. هم‌چنین برای محاسبه C_s و \bar{C}_s باید از روابط تحلیل طیفی که در بخش ۳-۵ دستورالعمل FEMA-450 آمده است، استفاده شود.

مطابق این راهکار، پریود مؤثر سازه (\bar{T}_1) با توجه به نوع پی از رابطه (۲-۵) و یا رابطه (۲-۷) به دست می‌آید، با این تفاوت که \bar{h} از رابطه (۲-۱۴) محاسبه خواهد شد و در رابطه (۲-۶) برای محاسبه سختی (\bar{k}) مقادیر $T = \bar{T}_1$ و $\bar{W} = \bar{W}_1$ خواهد بود.

مقادیری که برای T ، \bar{T} ، \bar{h} و \bar{W} مطابق توضیحات بالا به دست آمده، برای محاسبه پارامتر α در رابطه (۲-۸) و پارامتر β_0 در رابطه (۲-۱۰) مورد استفاده قرار خواهد گرفت. مطابق دستورالعمل FEMA-450، برای مودهای بالاتر ارتعاش سازه، کاهش در مؤلفه‌های برش اعمال نمی‌گردد. هم‌چنین در هر صورت برش پایه کاهش یافته (\bar{V}_1) نباید کمتر از مقدار ($0.7V_1$) منظور شود. شیوه محاسبه نیروهای اصلاح‌شده طیفی، برش پایه و لنگر واژگونی مطابق روش بیان‌شده در آئین‌نامه برای سازه‌های بدون احتساب اندرکنش خواهد بود، فقط در این حالت از برش پایه اصلاح شده (\bar{V}_1) استفاده خواهد شد. هم‌چنین تغییر مکان طیفی اصلاح شده ($\bar{\delta}_{xm}$)، با توجه به اثرات اندرکنش، از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$\bar{\delta}_{x1} = \frac{\bar{V}_1}{V_1} \left[\frac{M_0 h_x}{K_\theta} + \delta_{x1} \right] \quad (2-15)$$

برای مدهای بالاتر مقدار تغییر مکان‌ها همان مقادیر محاسبه‌شده در تحلیل سازه بدون در نظرگیری اندرکنش خاک و سازه خواهد بود. M_{01} لنگر واژگونی در مد اصلی بدون کاهش برش ناشی از اندرکنش خواهد بود. هم‌چنین $\bar{\delta}_{x1}$ تغییر مکان سازه در تراز x به ازای مود اصلی ارتعاش سازه است که این پارامتر هم بدون اثرات اندرکنش محاسبه شده است.

مقادیر طراحی اصلاح‌شده نیروی برشی، لنگر واژگونی، تغییر مکان‌ها و دریافت طبقات، نظیر آنچه برای تحلیل سازه‌ها بدون اندرکنش خاک و سازه انجام می‌گردد، از طریق جذر مجموع مربعات مودهای مشارکت یافته در ارتعاش به دست خواهند آمد.

۲-۴- آئین نامه اروپا

ضوابط آئین نامه اروپا برای طراحی سازه‌ها در برابر زلزله (Eurocode 8) در ۶ قسمت مطابق جدول زیر ارائه شده است.

جدول (۲-۲): لیست آئین نامه های اروپایی مرتبط با طراحی لرزه‌ای سازه‌ها

EN 1998-1:2004	Design of structures for earthquake resistance. General rules. Seismic actions for buildings.
EN 1998-2:2005 + Amendment 1:2009	Design of structures for earthquake resistance. Bridges.
EN 1998-3:2005	Design of structures for earthquake resistance. Assessment and retrofitting of buildings.
EN 1998-4:2006	Design of structures for earthquake resistance. Silos tanks and pipelines.
EN 1998-5:2004	Design of structures for earthquake resistance. Foundations, retaining structures and geotechnical aspects.
EN 1998-6:2005	Design of structures for earthquake resistance - Part 6: Towers, masts and chimneys

مطابق EN 1998-5:2004 در شرایط زیر لازم است اندرکنش خاک و سازه در تحلیل لرزه‌ای سازه

مورد توجه واقع شود:

- (۱) سازه‌هایی که اثرات پی-دلتا (مرتبه دوم) در آنها قابل توجه باشد.
- (۲) سازه‌هایی که دارای پی‌ها حجیم (سنگین) و یا عمیق هستند.
- (۳) سازه‌های بلند و لاغر، نظیر برج‌ها و دودکش‌ها (موضوع EN 1998-6:2004 در جدول بالا)
- (۴) سازه‌های بنا شده بر روی خاک خیلی نرم، که در آن متوسط سرعت موج برشی در لایه خاک کمتر از ۱۰۰ متر بر ثانیه است.
- (۵) اثرات اندرکنش خاک و سازه در طراحی شمع‌ها برای تمام سازه‌ها باید منظور شود.

مطابق این آیین‌نامه برای اکثر سازه‌های معمولی تحلیل اندرکنش خاک و سازه موجب ارزان‌تر شدن طرح خواهد شد، زیرا کاهش لنگر خمشی و نیروی برشی در اعضاء مختلف سازه را در پی خواهد داشت. با این حال برای سازه‌های ذکر شده در ۵ مورد بالا ممکن است موجب گران‌تر شدن سازه شود. هم‌چنین تفاوت‌های تحلیل اندرکنش خاک و سازه با تحلیل پایه گیردار از دیدگاه این آیین‌نامه شامل موارد زیر است:

- ۱) حرکت پی در یک سازه متکی بر تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر با حرکت میدان آزاد زمین تفاوت دارد و ممکن است مشتمل بر یک مولفه دورانی مهم باشد.
- ۲) پی‌رود اساسی ارتعاش سازه متکی بر تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر بیشتر از سازه پایه بسته خواهد بود.
- ۳) پی‌رود طبیعی، اشکال مودی و ضرایب مشارکت مودی سازه متکی بر تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر با سازه پایه بسته متفاوت خواهد بود.
- ۴) میرایی کلی سازه متکی بر تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر علاوه بر میرایی سازه، مشتمل بر هر دو میرایی تابشی و داخلی پی خواهد بود.

از سوی دیگر مدول برشی (G) و سرعت موج برشی (v_s) به عنوان پارامتر بیانگر سختی خاک در آیین‌نامه مذکور معرفی شده است. با این حال از آنجایی که این پارامترها در کرنش‌های کوچک مقدار حداکثر خود را دارند، برای به کارگیری در رفتار غیرخطی خاک و در کرنش‌های بزرگ از ضریب کاهش مطابق جدول زیر برای دستیابی به مقدار دقیق‌تر آنها استفاده می‌شود.

جدول (۲-۳): ضریب میرایی متوسط و ضرایب کاهش سختی برای خاک‌های با حداکثر سرعت موج

برشی ۳۶۰ متر بر ثانیه (Eurocode 8, 2011: - Worked examples)

Ground acceleration Ratio α_S	Damping ratio	V_S / V_{Smax}	G_S / G_{Smax}
0.1	0.03	0.9 (± 0.07)	0.8 (± 0.1)
0.2	0.06	0.7 (± 0.15)	0.5 (± 0.2)
0.3	0.10	0.6 (± 0.15)	0.36 (± 0.2)

۲-۵- دستورالعمل FEMA - 440

بر اساس دستورالعمل FEMA-440 که در قالب (2005) NEHRP انتشار یافته است، اثرات

سینماتیکی اندرکنش خاک و سازه در موارد زیر قابل توجه است و در تحلیل لرزه‌ای این سازه‌ها

نمی‌توان پاسخ میدان آزاد را به طور مستقیم به سازه اعمال نمود:

- الف) سازه‌های که پی آن‌ها در عمق بیش از ۱۰ فوت ساخته شده است. (اثر عمق کارگذاری پی^۱)
- ب) سازه‌هایی که دارای ابعاد بزرگ در پلان هستند. (اثر ناهمسانی حرکت زمین در دال پی^۲)
- ج) سازه‌هایی که دارای پرپود اساسی کمتر از ۰/۵ ثانیه هستند. (اثر انتشار امواج^۳)

^۱ Embedment effects

^۲ Effect of averaging of variable ground motions across the foundation slab

^۳ Wave scattering effects

اثر دوم که تحت عنوان تعدیل در دال پایه^۱ نیز شناخته می‌شود، در تراز پی سازه به وجود می‌آید. این اثر در سازه‌هایی اهمیت دارد که دارای پی گسترده هستند و یا پی‌های منفرد در آن‌ها توسط شبکه تیرها و یا دال بتن مسلح شده به هم‌دیگر اتصال یافته‌اند. حتی اگر سازه دارای یک سیستم پی با سختی جانبی بالا نباشد، اثر تعدیل در دال پایه در اولین تراز که دارای یک دیافراگم صلب است اتفاق می‌افتد. براین اساس فقط در حالتی این اثر قابل صرف‌نظر است که پی‌ها به طور جانبی به همدیگر اتصال نداشته باشند و سقف‌های سازه هم انعطاف‌پذیر باشند.

در ادامه دو فرآیند کلیدی توصیه شده توسط FEMA-440 برای محاسبه طیف ورودی پی و هم‌چنین میرایی پی به صورت گام به گام ارائه می‌گردد.

۲-۵-۱- فرآیند تخمین طیف حرکت ورودی پی

در این دستورالعمل مطابق راهکاری ساده با در دست داشتن طیف پاسخ میدان آزاد، طیف حرکت ورودی پی برآورد می‌گردد. به عبارت دیگر اثرات سینماتیکی اندرکنش خاک و سازه بر حرکت میدان آزاد اعمال می‌گردد. برای این منظور از پارامتر نسبت پاسخ طیفی^۲ (RRS) برای بیان اثرات سینماتیکی اندرکنش خاک و سازه استفاده شده است. البته در میان سه اثر ذکر شده در بند قبل فقط دو مورد اول در RRS منظور شده است. فرآیند گام به گام محاسبه پارامتر نسبت پاسخ طیفی (RRS) و در نهایت ترسیم طیف پاسخ ورودی پی مطابق نشریه FEMA-440 به صورت زیر است:

گام اول: ابعاد مؤثر پی در پلان (b_e) را از رابطه زیر محاسبه کنید. در این رابطه b و a ابعاد پی در پلان می‌باشند.

^۱Base slab averaging

^۲Ratio of response spectra (RRS) factor

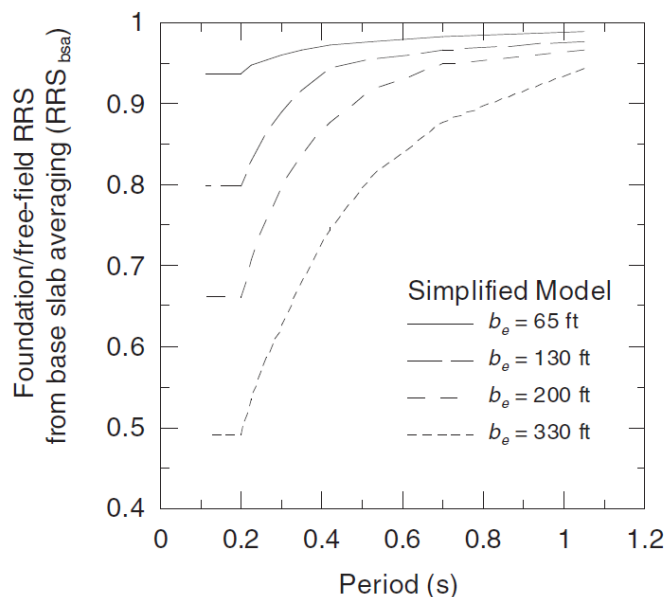
$$b_e = \sqrt{ab} \quad (۱۶-۲)$$

گام دوم: ضریب تعدیل در دال پایه (RRS_{bsa}) را می‌توان با داشتن پریود از شکل (۲-۲) و یا

رابطه تقریبی (۱۷-۲) به دست آورد. b_e برحسب فوت در این رابطه قرار می‌گیرد.

$$RRS_{bsa} = 1 - \frac{1}{14100} \left(\frac{b_e}{T}\right)^{1.2} \quad (۱۷-۲)$$

مقدار حاصله از رابطه بالا همواره باید از مقدار به دست آمده به ازای $T=0.2$ sec بیشتر باشد.



شکل (۲-۲): نسبت پاسخ طیفی برای تعدیل در دال پایه (RRS_{bsa}) برای بعد به ازای مقادیر مختلف بعد

مؤثر پی (NEHRP, 2005)

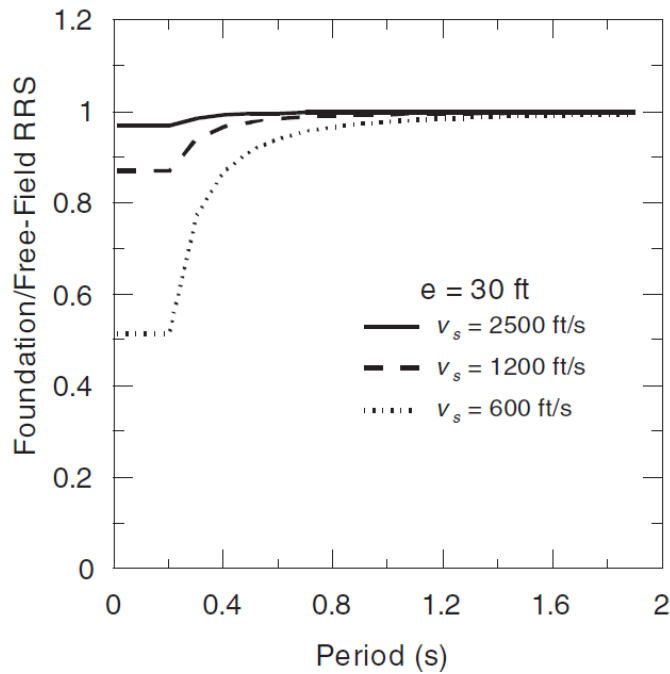
گام سوم: اگر سازه دارای یک بخش زیرزمینی در عمق e از سطح زمین باشد، پارامتر (RRS_e)

که بیانگر نسبت پاسخ طیفی در اثر عمق پی است از شکل (۳-۲) و یا رابطه (۱۸-۲) به دست خواهد

آمد.

$$RRS_e = \cos\left(\frac{2\pi e}{Tnv_s}\right) \quad (۱۸-۲)$$

مقدار حاصله از رابطه بالا همواره باید از مقدار به دست آمده به ازای $T = 0.2 \text{ sec}$ و یا عدد 0.453 بیشتر باشد. در این رابطه e عمق کارگذاری پی، v_s متوسط سرعت موج برشی برای لایه خاک تا عمق b_e در زیر پی و n ضریب کاهش سرعت موج برشی به ازای حداکثر شتاب زمین (PGA) مورد نظر برای ساختگاه است که از جدول (۲-۴) به دست می‌آید.



شکل (۲-۳): نسبت پاسخ طیفی برای اثر عمق (RRS_e) به ازای مقادیر مختلف سرعت موج

برشی (NEHRP, 2005)

جدول (۲-۴): محاسبه ضریب کاهش سرعت موج برشی به ازای مقادیر مختلف حداکثر شتاب زمین (NEHRP, 2005)

Approximate Values of Shear Wave Velocity Reduction Factor, n				
Peak Ground Acceleration (PGA)				
	0.10g	0.15g	0.20g	0.30g
n	0.90	0.80	0.70	0.65

گام چهارم: نسبت پاسخ طیفی RRS برای هر پیوند خاص از حاصلضرب دو ضریب RRS_e و RRS_{bsa} به دست خواهد آمد. به این ترتیب طیف حرکت ورودی پی از ضرب طیف میدان آزاد در ضریب RRS به دست می‌آید.

گام پنجم: گام‌های ۲ تا ۴ را به ازای پیوندهای دیگر تکرار کنید تا طیف کامل حرکت ورودی پی محاسبه گردد.

جزئیات بیشتری در مورد گام‌های ذکر شده در پیوست E از نشریه FEMA-440 آمده است. قابل ذکر است که مطابق این دستورالعمل در مورد سازه‌های بر روی رس نرم (نظیر خاک نوع E آیین‌نامه آمریکا) به طور کلی اثرات سینماتیکی اندرکنش خاک و سازه قابل صرف‌نظر است و می‌توان برای تحلیل دینامیکی سازه حرکت میدان آزاد را به طور مستقیم به پی اعمال کرد. هم‌چنین برای ساختگاه‌های سنگی (ساختگاه نوع A و B آیین‌نامه آمریکا) اثر عمق پی در اثرات سینماتیکی قابل صرف‌نظر است. از سوی دیگر فرآیند ذکر شده برای محاسبه ضریب تعدیل دال پایه در موارد زیر محدودیت دارد و با خطا مواجه است:

۱. این روش ضریب کاهش حرکت ورودی پی، برای ساختگاه‌های سنگی (ساختگاه نوع A و B آیین‌نامه آمریکا) را دست پایین تخمین می‌زند.
۲. برای سازه‌های با سختی جانبی کم، مطالعات زیادی انجام نشده است. بنابراین این روش برای حالتی کاربرد دارد که هم پی و هم سقف‌ها سختی جانبی بالایی داشته باشند.
۳. برای سازه‌های با ابعاد بزرگتر از ۲۰۰ فوت (حدود ۶۰ متر) در پلان، مطالعات زیادی انجام نشده است. بنابراین در این حالت‌ها کاربرد این روش مشروط بر آن است که المان‌های پی به صورت جانبی به هم متصل شده باشند.
۴. برای سازه‌های متکی بر شمع، مطالعات زیادی انجام نشده است. بنابراین برای سازه‌های متکی بر شمع در صورتی این روش قابل استفاده است که دال سرشمع و خاک زیر آن در تماس با هم باشند و یا این‌که دال سر شمع به صورت افقی به یک دال دیگر و یا تیر شبکه‌ای متصل شده باشد.

۲-۵-۲- فرآیند تخمین پریرود اصلاح شده و میرایی پی

وقتی اثرات اندرکنش خاک و سازه در تحلیل منظور می‌شود، لازم است میرایی ناشی از وجود پی و محیط خاکی هم مورد توجه واقع شود. در واقع به دلیل انتشار امواج از طریق پی (میرایی تابشی) انرژی در درون سازه کاهش یافته و میرایی کل سیستم افزایش می‌یابد. این اثر به خصوص در مورد سازه‌های سخت بر روی پی نرم (ساختگاه نوع D و E آیین‌نامه آمریکا) قابل توجه است.

اثر میرایی پی در تحلیل لرزه‌ای سازه به صورت اصلاح میرایی سیستم بیان می‌گردد. برای سازه پایه گیردار نسبت میرایی به طور معمول حدود ۵٪ است و با نماد β_i نمایش داده می‌شود. از سوی دیگر تغییر در میرایی مذکور در اثر حضور پی با نماد β_f نمایش داده می‌شود. در نهایت میرایی

سیستم که در آن اثرات اندرکنش خاک و سازه دیده شده است با نماد β_0 نمایش داده خواهد شد. وقتی که میرایی سیستم از β_i به β_0 تغییر می‌کند، طیف الاستیک طرح هم تغییر خواهد کرد. در صورتی که β_0 بزرگتر از β_i باشد، مقادیر طیف کاهش خواهد یافت.

دستورالعمل FEMA-440 فرآیندی ساده برای برآورد β_f و همچنین تغییر طیف ناشی از اثرات میرایی پی ارائه کرده است. این فرآیند مشتمل بر ۱۱ گام است که در گام دهم محاسبه نهایی β_f و در گام یازدهم تغییر در طیف مورد توجه واقع شده است. در ادامه این فرآیند به اختصار بیان شده است.

گام اول: فرکانس‌های سازه در حالت پایه گیردار (T) و پایه انعطاف پذیر (\bar{T}) محاسبه می‌گردد. برای سختی فنرهای پی می‌توان از روابط توصیه شده در فصل چهارم FEMA 356 و ATC-40 استفاده کرد.

گام دوم: محاسبه سختی مؤثر سازه معادل یک درجه آزادی در حالت پایه گیردار از رابطه زیر:

$$K_{\text{fixed}}^* = M^* \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \quad (19-2)$$

در این رابطه M^* جرم مؤثر سازه برای اولین مود ارتعاش است که از رابطه (۲-۱۳) همین فصل از نوشتار حاضر و یا رابطه (۸-۲۱) از نشریه ATC-40 به دست می‌آید.

گام سوم: شعاع معادل پی از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$r_x = \sqrt{\frac{A_f}{\pi}} \quad (20-2)$$

در این رابطه A_f مساحت پی است، مشروط بر آن که اجزاء پی به صورت جانبی به هم دیگر متصل باشند.

گام چهارم: سختی استاتیکی جانبی پی (K_x) از روابط مربوط به آن محاسبه گردد. روابط محاسبه سختی استاتیکی پی در فصل چهارم FEMA-356 و همچنین فصل دهم ATC-40 ارائه شده است. قابل ذکر است که روابط کامل محاسبه سختی پی در فصل‌های بعدی نوشتار حاضر ارائه شده است. برای اغلب موارد می‌توان سختی جانبی پی را از رابطه زیر محاسبه نمود:

$$K_x = \frac{8Gr_x}{2-\nu} \quad (21-2)$$

در این رابطه G مدول برشی خاک و ν نسبت پواسون است. نسبت پواسون برای ماسه حدود 0.3 و برای رس حدود 0.45 است. برای مدول برشی باید کاهش ناشی از کرنش‌های زیاد متناسب با سطح شتاب حداکثر زمین اعمال گردد.

گام پنجم: در این گام شعاع چرخشی معادل فونداسیون (r_θ) محاسبه می‌گردد. برای این کار لازم است ابتدا سختی استاتیکی چرخشی مؤثر پی (K_θ) از رابطه زیر محاسبه گردد.

$$K_\theta = \frac{K_{fixed}^* h^{*2}}{\left(\frac{T}{T}\right)^2 - 1 - \frac{K_{fixed}^*}{K_x}} \quad (22-2)$$

در این رابطه h^* ارتفاع مؤثر است که در بند ۲-۲ این نوشتار معرفی شده است. همچنین نسبت $\frac{K_{fixed}^*}{K_x}$ اغلب مقداری نزدیک به صفر دارد و قابل صرف نظر است. سایر پارامترها هم پیشتر معرفی شده‌اند. هم‌اکنون شعاع چرخشی معادل پی از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$r_\theta = \left(\frac{3(1-\nu)K_\theta}{8G}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (23-2)$$

گام ششم: مقدار عمق کارگذاری پی (e)، اگر وجود دارد، محاسبه گردد.

گام هفتم: نسبت پریود $\left(\frac{\bar{T}_{eff}}{T_{eff}}\right)$ به طور تخمینی محاسبه گردد.

$$\frac{\bar{T}_{eff}}{T_{eff}} = \left\{ 1 + \frac{1}{\mu} \left[\left(\frac{\bar{T}}{T} \right)^2 - 1 \right] \right\}^{0.5} \quad (24-2)$$

در این رابطه پارامتر μ بیانگر شکل‌پذیری مورد انتظار برای سیستم است و نسبت تغییرمکان حالت شکست به حالت تسلیم را نشان می‌دهد. برای اطلاعات بیشتر راجع این پارامتر به FEMA مراجعه شود.

گام هشتم: نسبت میرایی سازه (β_i) تخمین زده شود. این مقدار اغلب معادل ۰/۵ است.

گام نهم: نسبت میرایی تابشی پی (β_f) از منحنی‌های ارائه‌شده در شکل‌های (۲-۴) و (۲-۵) و

یا رابطه زیر تخمین زده شود.

$$\beta_f = a_1 \left(\frac{\bar{T}_{eff}}{T_{eff}} - 1 \right) + a_2 \left(\frac{\bar{T}_{eff}}{T_{eff}} - 1 \right)^2 \quad (25-2)$$

مطابق این رابطه β_f برحسب درصد به دست می‌آید. هم‌چنین پارامترهای a_1 و a_2 از روابط

زیر به دست می‌آیند.

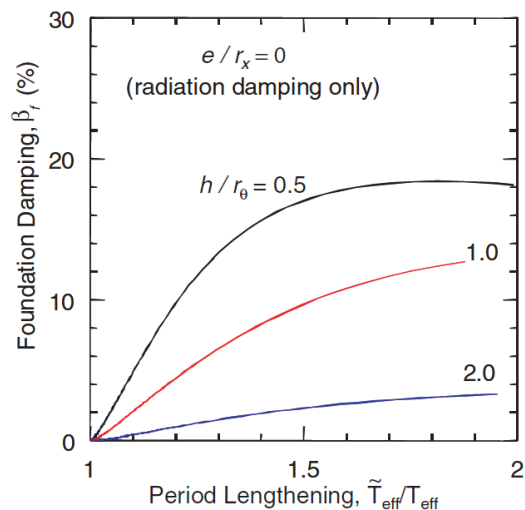
$$a_1 = c_e \exp(4.7 - 1.6h/r_\theta)$$

$$a_2 = c_e [25 \ln(h/r_\theta) - 16]$$

$$c_e = 1.5(e/r_x) + 1$$

توجه شود که روابط بالا برای $\frac{\bar{T}_{eff}}{T_{eff}}$ کمتر از ۱/۵ کاربرد دارد و برای مقادیر بالاتر نتیجه محافظه-

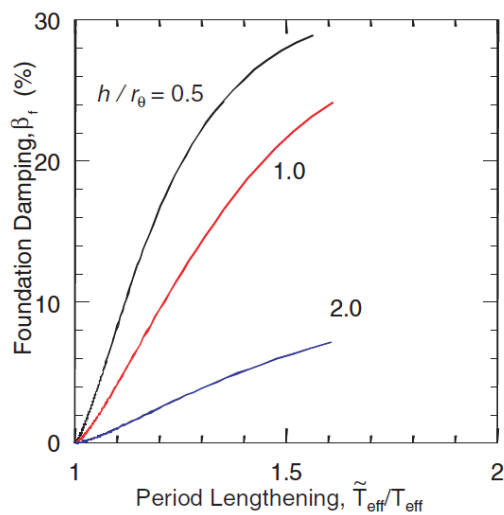
کارانه (مقادیر کمتر) را ارائه می‌دهند.



شکل (۲-۴): نسبت میرایی پی بر حسب نسبت پریود برای پی‌های ($\frac{e}{r_x} = 0$) واقع بر سطح زمین

(NEHRP, 2005)

$e/r_x = 0.5$
(radiation damping only)



شکل (۲-۵): نسبت میرایی پی بر حسب نسبت پریود برای پی‌های ($\frac{e}{r_x} = 0.5$) واقع در عمق زمین

(NEHRP, 2005)

گام دهم: نسبت میرایی برای پی انعطاف‌پذیر (β_0) از رابطه زیر محاسبه شود:

$$\beta_0 = \beta_f + \frac{\beta_i}{\left(\frac{T_{eff}}{T_{eff}}\right)^3} \quad (26-2)$$

گام یازدهم: با توجه به نسبت میرایی محاسبه شده برای پی (β_0) طیف حرکت ورودی پی

اصلاح می‌شود. برای این منظور از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$(S_a)_\beta = \frac{(S_a)_0}{B_{\beta_{eff}}} \quad (27-2)$$

در این رابطه ضریب $B_{\beta_{eff}}$ از رابطه زیر و یا منحنی‌های ارائه شده در فصل ششم FEMA-440

به دست خواهد آمد.

$$B_{\beta_{eff}} = \frac{4}{5.6 - \ln(\beta_{eff})} \quad (28-2)$$

در این جا β_{eff} همان نسبت میرایی پی است که بر حسب درصد در معادله بالا قرار می‌گیرد.

شایان توجه است که در نشریه FEMA-440 محدودیت‌هایی برای استفاده از این راهکار بیان

شده است که خوانندگان در صورت لزوم برای دریافت اطلاعات بیشتر می‌توانند به این مرجع

مراجعه فرمایند.

۶-۲- آیین‌نامه طراحی ساختمان‌ها در برابر زلزله ایران (استاندارد ۲۸۰۰)

موضوع تحلیل اندرکنش خاک و سازه در ویرایش چهارم استاندارد ۲۸۰۰ ایران که در سال ۱۳۹۳

منتشر شده است، به صورت پیوست مورد توجه واقع شده است. مطابق این استاندارد برای

ساختمان‌هایی که بر روی خاک نوع یک، دو و یا سه قرار دارند، می‌توان برش پایه و توزیع نیروی

زلزله را بر اساس تحلیل اندرکنش خاک و سازه محاسبه نمود. در این استاندارد بیان شده است که

این روش تحلیل برای ساختمان‌هایی می‌تواند به کار گرفته شود که دارای پی گسترده و یا عمیق بوده و بیش از دو طبقه زیر زمین داشته باشند. روش محاسبه توصیه‌شده توسط استاندارد ۲۸۰۰ به طور کامل همان روش ارائه شده در FEMA-450 توسط NEHRP(2004) است، با این تفاوت که در استاندارد ایران حداکثر کاهش برش پایه به ۱۵ درصد محدود شده است. در حالی که FEMA-450 آن را تا ۳۰ درصد مجاز دانسته است.

مسائل حل شده فصل دوم:

مسئله (۱-۲): برای یک ساختمان شش طبقه قاب فولادی به ارتفاع ۲۰ و عرض ۱۰ متر که بر روی آبرفتی به ضخامت ۳۰ متر واقع شده است، فرض کنید که مدول الاستیسیته خاک ۳۰۰ کیلوگرم بر سانتی متر مربع و نسبت پواسون ۰/۳ است.

- الف) آیا لازم است اندرکنش خاک-سازه در تحلیل دینامیکی موردنظر باشد؟
- ب) درحالی که اندرکنش مورد توجه است، پیرو سیستم به چه میزان با حالت بدون اندرکنش تفاوت می‌کند؟
- ج) برش پایه به چه میزان با حالت بدون اندرکنش تفاوت می‌کند؟

توجه شود که مدول الاستیسیته خاک در بارگذاری دینامیکی با مدول استاتیکی متفاوت است. همچنین با افزایش کرنش‌های موجود در خاک از مقدار مدول کاسته می‌شود. این دو نکته در حل این مسئله برای سادگی مورد نظر قرار نگرفته است.

حل مسئله:

الف) بررسی ضرورت تحلیل اندرکنش:

در نظر گیری اندر کنش ضروری است \rightarrow $I_f : \frac{V_s}{f \cdot h} < 20$ در صورتیکه

$$\text{آئین نامه} \rightarrow T = 0.08 H^{3/4} = 0.08(20)^{0.75} = 0.757 \text{ sec} \gg \gg \gg f = \frac{1}{T} = 1.32 \text{ HZ}$$

$$V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{300 \times 10^5 \text{ N/m}^2}{2(1+0.3)} = 115.38 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$V_s = \sqrt{\frac{115.38 \times 10^5}{1800}} = 80 \text{ m/sec} \quad \frac{V_s}{f \cdot h} = 4.33$$

است (خاک زمین خیلی نرم است)

ب) محاسبه پریود با وجود اندرکنش:

$$\text{FEMA:} \quad T' = T \sqrt{1 + \frac{K'}{K_X} \left[1 + \frac{K_X h'^2}{K_\theta} \right]}$$

$$h' = 0.7 h = 14 \text{ m}$$

قابل ذکر است که علامت پریود در نمادهای بالا معادل علامت بار است که در متن فصل به کار

گرفته شد. در کتب مرجع از هر دو علامت استفاده شده است.

از مطالبی که در فصل هفتم این کتاب خواهد آمد، سختی انتقالی و دورانی از روابط زیر به دست

می آیند:

$$K_x = \frac{8 Gr}{2-v} ,$$

فرض کنیم که عرض پی ۱۰ در ۱۰ باشد، در این صورت برای شعاع معادل حرکت افقی و

دورانی پی داریم:

$$r_x = \sqrt{\frac{BL}{\pi}} = \sqrt{\frac{10 \times 10}{\pi}} = 5.64 \text{ m} \quad r_m = \sqrt[4]{\frac{4I_0}{\pi}} = \sqrt[4]{\frac{4(BL^3/12)}{\pi}} = 5.71$$

اگر طول و عرض پی مساوی باشند، این دو شعاع به هم نزدیک می شوند و اگر متفاوت باشند،

اختلاف آنها زیاد میشود. محاسبه G بدون در نظر گیری کاهش آن در اثر رفتار غیر خطی خاک

صورت گرفته است.

$$K_x = \frac{8 \times 115.38 \times 10^5 \times 5.64}{2-0.3} = 306232094 \text{ N/m}$$

$$K_\theta = \frac{8G r^3}{3(1-\nu)} = \frac{8 \times 115.38 \times 10^5 \times 5.71^3}{3(1-0.3)} = 8182943482 \text{ N.m}$$

روش تقریبی FEMA برای محاسبه K' با توجه به وزن ساختمان به این صورت است:

$$K' = 4\pi^2 \left(\frac{\bar{W}}{gT^2} \right) \quad , \quad \bar{W} = 0.7w$$

وزن تقریبی ساختمان:

$$W = 1000 \times 6 \times (10 \times 10) = 6 \times 10^5 \Rightarrow \bar{W} = 42 \times 10^5 \text{ N}$$

$$K' = 4\pi^2 \left(\frac{42 \times 10^5}{9.81 \times 0.757^2} \right) = 3 \times 10^7 \text{ N/m}$$

لذا داریم:

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{1 + \frac{K'}{K_x} \left(1 + \frac{K_x h'^2}{K_\theta} \right)} \approx 1.35$$

ج) محاسبه میزان کاهش در برش پایه در اثر اندرکنش:

برای محاسبه میزان کاهش برش پایه از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$\Delta V = \left[C_s - C'_s \left(\frac{1}{2\beta'} \right)^{0.4} \right] W' \leq 0.3 V$$

در این رابطه $C_s = \frac{ABI}{R}$ است و برای محاسبه نیز از همین رابطه استفاده می‌شود، با این تفاوت

که برای محاسبه C'_s از T' استفاده خواهد شد. قابل ذکر است که آئین نامه ۲۸۰۰ ایران کاهش

برش پایه را به ۱۵ درصد محدود می‌کند.

د) میرایی معادل سیستم از رابطه ξ_e به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\xi_e = \xi_s \frac{\bar{\omega}^2}{\omega_s^2} + \left[1 - \frac{\bar{\omega}^2}{\omega_s^2} \right] \xi_g + \frac{\bar{\omega}^2}{\omega_n^2} \xi_x + \frac{\bar{\omega}^2}{\omega_r^2} \xi_\theta$$

در سمت راست عبارت بالا، جمله اول اثر میرایی سازه، جمله دوم میرایی داخلی زمین، جمله

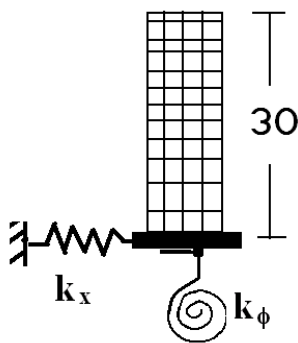
سوم میرایی هندسی افقی پی و جمله چهارم اثر میرایی هندسی چرخشی پی است.

مسئله (۲-۲): برای یک ساختمان به ارتفاع ۳۰ متر نسبت پرپود (T) در حالت با در نظرگیری

اندرکنش را به حالت بدون در نظرگیری اندرکنش محاسبه کنید. ($\frac{T_{SSI}}{T_{Fixed Base}} = ?$)

راهنمایی: از روابط مورد توصیه آیین نامه FEMA و یا آیین نامه دیگر استفاده کنید.

$$K_x = 10e7 \text{ N/m}, K_\phi = 10e8 \text{ N.m}$$



$$\frac{T'}{T} = \sqrt{1 + \frac{K'}{K_x} \left(1 + \frac{K_x h^2}{K_\theta} \right)}$$

$$T = 0.07H^{3/4} = 0.07(30)^{0.75} = 0.9 \text{ sec}$$

بهتر بود K_x و K_θ را هم از روابط فصل هفتم این کتاب محاسبه می‌کردیم.

$$h' = 0.7h = 0.7 \times 30 = 21 \text{ m}$$

$$\bar{W} = 0.7 (\text{ابعاد سقف}) (\text{تعداد طبقه}) (\text{بار}) = 0.7(10 \times 10)(10)(10000) = 0.7 \times 10^7 N$$

$$K' = 4\pi^2 \left(\frac{\bar{W}}{gT^2} \right) = \frac{4\pi^2(0.7 \times 10^7)}{9.81 \times 0.9^2} = 3.48 \times 10^7 N/m$$

از صورت مسئله داریم:

$$\rightarrow K_x = 1 \times 10^7 N/m \text{ و } K_\theta = 1 \times 10^9 \rightarrow \frac{T'}{T} = 4.45$$

دقت کنید که چرا در مسئله قبل اندرکنش تأثیر چندانی در تغییر پریود نداشت، ولی در این

مسئله خیلی مؤثر بود.

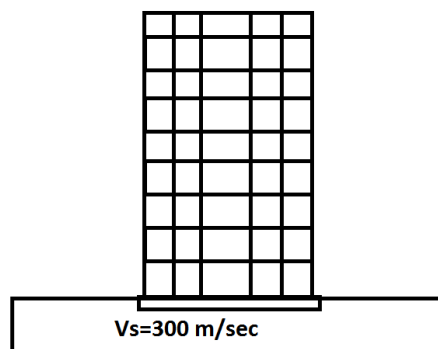
مسئله (۲-۳): برای سازه اسکلت فلزی شکل مقابل، بر اساس FEMA-440 نسبت میرایی تابشی

و پریود مؤثر با وجود اندرکنش خاک و سازه را محاسبه کنید. پی گسترده به ابعاد ۲۰ در ۳۰ متر

مربع طراحی شده است. ارتفاع هر طبقه سه متر است. مدول برشی را با داشتن سرعت موج برشی

و توجه به میزان کاهش آن به واسطه زلزله‌های بزرگ محاسبه کنید. برای داده‌های داده نشده اعداد

معقولی در نظر بگیرید.



حل مسئله:

سرعت موج برشی با توجه به زلزله طرح به میزان ۳۵ درصد کاهش داده می‌شود و بر این اساس سرعت موج برشی معادل ۱۹۵ متر بر ثانیه خواهد بود. از طرف دیگر برای یک ساختمان قاب فولادی داریم:

$$T = 0.08H^{0.75} = 0.95 \text{ sec}$$

نسبت پی‌رود از رابطه زیر به دست خواهد آمد:

$$\bar{T} = T \sqrt{1 + \frac{25\alpha r_a \bar{h}}{v_s^2 T^2} \left[1 + \frac{1.12 r_a \bar{h}^2}{\alpha \theta r_m^3} \right]}$$

$$r_a = \sqrt{\frac{A_0}{\pi}} = \sqrt{\frac{20 \times 30}{\pi}} = 13.82 \text{ m}$$

$$r_m = \sqrt[4]{\frac{4I_0}{\pi}} = \sqrt[4]{\frac{4(20 \times 30^3)/12}{\pi}} = 15.47 \text{ m}$$

$$\bar{h} = 0.7 \times 9 \times 3 = 18.9 \text{ m}, \bar{w} = 0.7 \times 9 \times 600 \times 1000 = 3780 \text{ ton}$$

$$\alpha = \frac{\bar{w}}{\gamma A_0 \bar{h}} = \frac{3780000}{2000 \times 20 \times 30 \times 18.9} = 0.17$$

$$\frac{r_m}{T(V_s)} = \frac{15.47}{0.95 \times 195} = 0.084 \gg \text{from appendix E of FEMA} \gg \alpha_\theta \approx 1$$

$$\frac{\bar{T}}{T} = \sqrt{1 + \frac{25 \times 0.17 \times 13.82 \times 18.9}{195^2 \times 0.95^2} \left[1 + \frac{1.12 (13.82) 18.9^2}{15.47^3} \right]} = 1.04,$$

$$\bar{T} = T(1.04) = 0.99 \text{ sec}$$

$$K_{\text{fixed}}^* = M^* \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 = 3780000 \left(\frac{2\pi}{0.95} \right)^2 = 165.35 \times 10^6 \text{ N/m}$$

$$G = \rho V_s^2 = 2000 \times 195^2 = 76 \times 10^6 \text{ N/m}^2$$

$$K_x = \frac{8Gr}{2-\nu} = \frac{8 \times 76 \times 10^6 \times 13.82}{2-0.3} = 4.95 \times 10^9 \text{ N/m}$$

$$K_\theta = \frac{K_{\text{fixed}}^* h^{*2}}{\left(\frac{\bar{T}}{T}\right)^2 - 1 - \frac{K_{\text{fixed}}^*}{K_x}} = \frac{(165.35 \times 10^6) 18.9^2}{(1.04)^2 - 1 - \frac{(165.35 \times 10^6)}{4.95 \times 10^9}} = 1.23 \times 10^{12} \text{ N-m}$$

$$r_\theta = \left(\frac{3(1-\nu)K_\theta}{8G} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{3(1-0.3) \times 1.23 \times 10^{12}}{8 \times 76 \times 10^6} \right)^{\frac{1}{3}} = 16.20$$

$$\frac{\bar{T}_{eff}}{T_{eff}} = \left\{ 1 + \frac{1}{\mu} \left[\left(\frac{\bar{T}}{T} \right)^2 - 1 \right] \right\}^{0.5} = \left\{ 1 + \frac{1}{3} [(1.04)^2 - 1] \right\}^{0.5} =$$

1.014

در رابطه بالا فرض شد که پارامتر μ که بیانگر شکل‌پذیری مورد انتظار برای سیستم است برابر

۳ باشد. نسبت میرایی تابشی پی (β_f) از منحنی‌های ارائه شده در شکل‌های (۲-۴) و (۲-۵) و یا

رابطه (۲-۲۵) تخمین زده شود. در این جا که نسبت نزدیک یک است، β_0 تقریباً همان β_i است.

ملاحظه می‌شود که در این حالت میرایی تابشی مقدار بسیار کمی دارد. مقدار β_i هم اغلب معادل

۵٪ است.

مسائل حل نشده فصل دوم:

۱. برای سازه شکل مقابل تغییر در فرکانس سیستم به واسطه در نظرگیری اندرکنش خاک

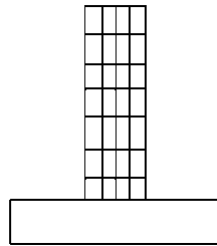
و سازه را محاسبه کنید. راجع به اهمیت در نظرگیری اندرکنش برای این ساختمان ۷

طبقه که دارای اسکلت بتنی است بحث کنید.

خصوصیات خاک: $E=200\text{kg/cm}^2, v=0.3, \gamma=20\text{kN/m}^3$ میرایی داخلی خاک ۵ درصد،

سازه: ارتفاع طبقات ۳ متر و دهانه ها ۴ متر است. پی گسترده است. از نظرات آئین نامه ها و

محققین مختلف استفاده کنید.



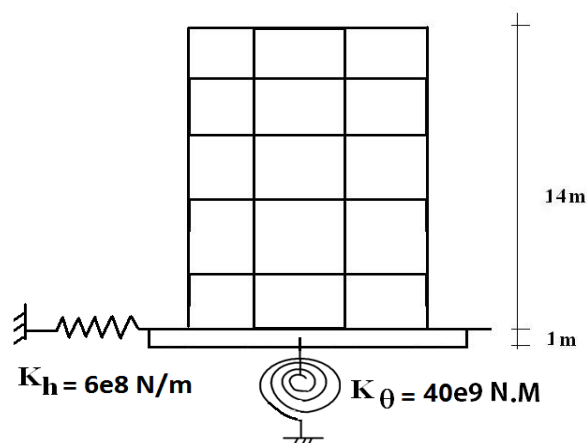
۲. برای سازه شکل مقابل اگر پریود آن در حالت پایه گیردار 0.5 ثانیه باشد، پریود ارتعاش

و میرایی آن با وجود اندرکنش خاک و سازه محاسبه کنید. نسبت میرایی برای سازه ۵

درصد، برای حرکت انتقالی پی ۳۵ درصد و برای حرکت گهواره‌ای پی ۱۱ درصد

فرض شود. عرض پی گسترده مربعی ۱۶ متر است. این مسئله را یک بار با استفاده از

استاندارد ژاپن و یک بار بر اساس دستورالعمل آمریکایی FEMA-450 حل کنید.



۳. وزن معادل، سختی معادل یک درجه آزادی، میرایی معادل و ارتفاع معادل برای یک ساختمان مسکونی ده طبقه اسکلت بتنی به مساحت ۳۰۰ مترمربع و ارتفاع ۳۰ متر را مطابق FEMA-450 محاسبه کنید. پی‌یود پایه گیردار حدود یک ثانیه و نسبت پی‌یود در حالت ارتعاش آزاد به پی‌یود پایه گیردار برای آن ۱/۲ است. فرض کنید وزن هر مترمربع ۱۰۰۰ کیلوگرم است.

۴. مسئله اول را با فرض آن که بر روی ۲۰ پی منفرد قرار گرفته است با توجه به دستورالعمل FEMA-450 دوباره حل کنید و نتیجه دو سازه را با هم مقایسه کنید. پی‌ها مربعی به عرض ۳ متر هستند. سختی انتقالی با شعاع پی و سختی دورانی با تابع توان دوم شعاع پی نسبت مستقیم دارند. برای داده‌های داده نشده اعداد معقولی در نظر بگیرید.

برای سازه مسئله حل شده (۲-۳)، بر اساس آئین‌نامه ۲۸۰۰ ایران مقدار کاهش در برش پایه در اثر تأثیر اندرکنش خاک و سازه چه قدر است؟

فصل سوم

مروری بر مفاهیم پایه در دینامیک

سازه‌ها

۳-۱- مقدمه

دینامیک سازه‌ها یکی از مهم‌ترین مبانی لازم برای درک مباحث اندرکنش خاک و سازه است. بر همین اساس در این فصل به طور اجمالی اصول اولیه در دینامیک سازه‌ها بیان می‌گردد. در صورتی که خواننده پیش‌تر مبحث دینامیک سازه را به طور مستقل گذرانده است، نیازی به مطالعه این فصل ندارد. در غیر این صورت در این جا حداقل‌های لازم برای مطالعه فصل‌های بعدی بیان شده است. تلاش شده است که با ارائه مثال‌های کلاسیک و ابتدایی درک مطالب ساده‌تر شود. در هر صورت برای بررسی عمیق‌تر موضوعات این فصل بهتر است به منابع اصلی (کتاب‌های دینامیک سازه) مراجعه شود.

سیستم‌های دینامیکی از یک دیدگاه به چهار دسته زیر تقسیم می‌گردند:

- سیستم‌های با جرم متمرکز
 - سیستم‌های صلب
 - سیستم‌های با جرم پیوسته
 - سیستم‌های ترکیبی (که در آن‌ها ترکیبی از سه نوع سیستم دیگر دیده می‌شود)
- از سوی دیگر هر یک از سیستم‌های دینامیکی ذکر شده در یکی از دو گروه زیر تقسیم می‌شوند:

- سیستم‌های یک درجه آزادی
- سیستم‌های چند درجه آزادی

با استناد به قانون دوم نیوتن، می‌توان نشان داد که معادله تعادل دینامیکی در حالتی که سیستم

تحت نیروی خارجی $P(t)$ قرار دارد، به صورت زیر خواهد بود:

$$m\ddot{u} + ku + c\dot{u} = P(t) \quad (1-3)$$

در معادله بالا، m ماتریس جرم، k ماتریس سختی و c ماتریس میرایی است. همچنین u بردار تغییرشکل‌ها و $P(t)$ بردار نیروهای خارجی است. اگر نیروی خارجی به طور مستقیم به سیستم وارد نگردد و به جای آن سیستم تحت اثر شتاب پایه \ddot{u}_g قرار داشته باشد (شرایط زلزله)، خواهیم داشت:

$$m\ddot{u} + ku + c\dot{u} = -m\ddot{u}_g \quad (2-3)$$

همچنین در حالت ارتعاش آزاد که هیچ نوع بار خارجی و شتاب پایه به سیستم وارد نمی‌شود، داریم:

$$m\ddot{u} + ku + c\dot{u} = 0 \quad (3-3)$$

از حل معادله اخیر، فرکانس ارتعاش آزاد سیستم در مودهای مختلف به دست می‌آید. برای حل سه معادله بیان شده، راه حل‌های تحلیلی و عددی وجود دارد. در این فصل روش‌های ریاضی حل معادله تعادل، روش دیاگرام آزاد و در نهایت روش‌های حل ماتریس بیان می‌گردد. معادلات (۱-۳) تا (۳-۳) در فضای زمان (Time Domain) نوشته شده‌اند. اگر بخواهیم معادله تعادل را در فضای فرکانس بنویسیم (Frequency Domain)، خواهیم داشت:

$$[\{k\} + i\omega\{c\} - \omega^2\{m\}] \times \{u\} = P(\omega) \quad (4-3)$$

در این حالت معادله تعادل شکل دیفرانسیلی ندارد، ولی دارای دو جزء حقیقی و موهومی است. در مجموع دو جزء مذکور تحت عنوان سختی دینامیکی (S) نامیده می‌شوند و لذا معادله تعادل دینامیکی به صورت زیر هم نوشته می‌شود:

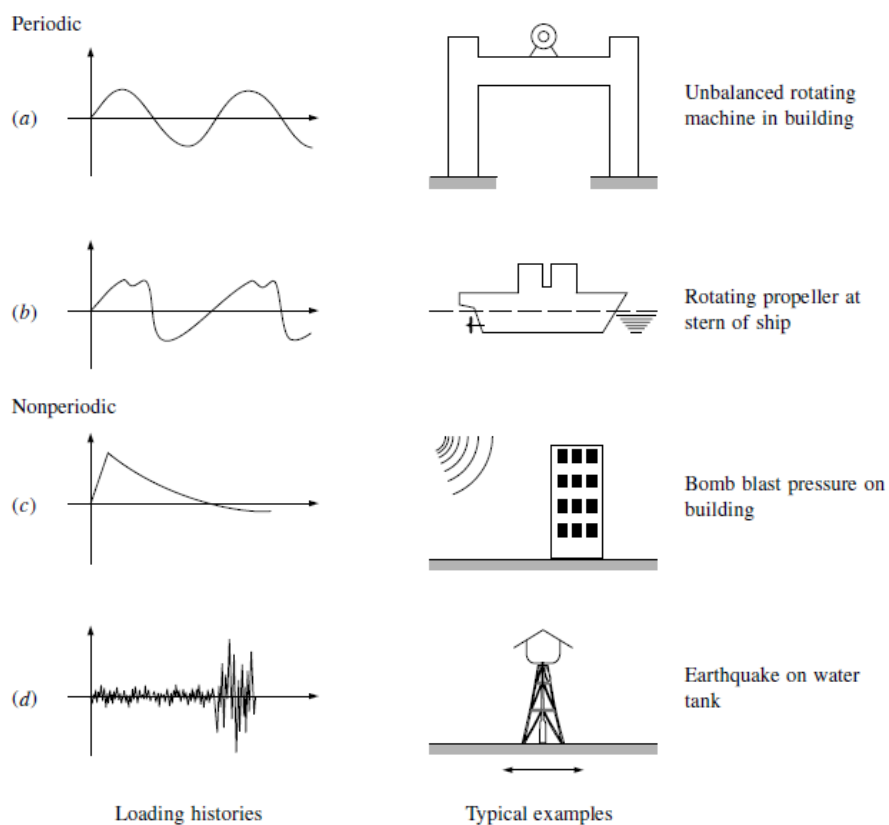
$$\{S\} \times \{u\} = P(\omega) \quad (5-3)$$

$$\{S\} = K_R + i K_I \quad , K_R = \{k\} - \omega^2 \{m\} \quad , K_I = \omega \{c\}$$

جزء حقیقی نماد سختی و جزء موهومی نماد استهلاک انرژی است. هر چه فرکانس (ω) بیشتر شود، اثر میرایی در سختی دینامیکی بیشتر دیده می‌شود.

۲-۳- روش‌های ریاضی حل معادله دیفرانسیل تعادل دینامیکی

معادله دیفرانسیل حرکت دینامیکی سازه در حالت‌های خاصی که سازه و بارگذاری شرایط پیچیده‌ای ندارند دارای حل دقیق است. در حالت‌های دیگر نیز به صورت تقریبی قابل حل است. در ادامه سه حالت خاص مورد بحث واقع می‌شود.



شکل (۳-۱): چند نمونه بارگذاری دینامیکی و مثال کاربردی آن (Clough and Penzien, 2003)

۳-۲-۱- پاسخ ارتعاش آزاد

اگر طرف راست در معادله تعادل دینامیکی (۳-۵) را مساوی صفر قرار دهیم، معادله ارتعاش

آزاد به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\ddot{u} + 2\xi\omega\dot{u} + \omega^2 u = 0 \quad (۳-۶)$$

فرض کنید شرایط اولیه تغییر مکان و سرعت به صورت u_0 و \dot{u}_0 باشد، در این صورت می‌توان نشان داد که پاسخ معادله دیفرانسیل بالا به صورت زیر خواهد بود:

$$u(t) = \exp(-\xi\omega t) \left[u_0 \cos \omega_D t + \frac{\dot{u}_0 + \xi\omega u_0}{\omega_D} \sin \omega_D t \right] \quad (۷-۳)$$

که در آن صورت ω_D فرکانس زاویه‌ای میرا شده است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\omega_D = \omega \sqrt{1 - \xi^2}$$

۳-۲-۲- شتاب پایه هارمونیک

در صورتی که شتاب وارده به پایه سازه یک موج هارمونیک (همساز) با دامنه \ddot{u}_g و فرکانس دورانی ω باشد، می‌توان پاسخ پایدار (جواب خصوصی) و همچنین پاسخ گذرا (جواب عمومی) معادله دیفرانسیل حرکت دینامیکی سازه یک درجه آزادی را به راحتی به دست آورد. اگر معادله شتاب پایه به صورت زیر بیان شود:

$$\ddot{u} = \ddot{u}_g \sin(\omega t)$$

پاسخ پایدار (جواب خصوصی معادله دیفرانسیل) به صورت زیر خواهد بود:

$$u(t) = \rho \sin(\bar{\omega} t - \phi)$$

همان‌گونه که دیده می‌شود، پاسخ تغییر مکان دارای یک اختلاف فاز نسبت به موج شتاب است.

در معادله بالا ρ دامنه پاسخ تغییر مکان است و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\rho = \frac{\ddot{u}_g}{\omega^2} \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \quad \beta = \frac{\bar{\omega}}{\omega}$$

همچنین زاویه اختلاف فاز (ϕ) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\phi = \arctg \left(\frac{2\xi\beta}{1-\beta^2} \right)$$

پاسخ گذرا (جواب عمومی) معادله بالا نیز با وارد نمودن شرایط اولیه ($u_0 = 0, \dot{u}_0 = 0$) در

پاسخ کلی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$u(t) = \exp(-\xi\omega t) \{ A \cos\omega_D t + B \sin\omega_D t \}$$

$$A = \rho \sin\phi \qquad B = -\rho \frac{\bar{\omega} \cos\phi - \xi\omega \sin\phi}{\omega_D}$$

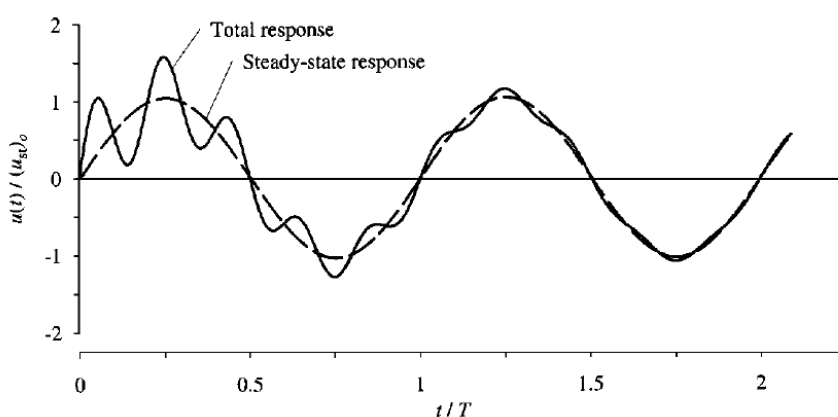
توجه شود که پاسخ معادله دیفرانسیل حاصل جمع دو پاسخ خصوصی و عمومی است و در

صورتی که t به سمت بی‌نهایت میل کند، پاسخ عمومی به سوی صفر میل می‌کند. پاسخ عمومی

تحت عنوان پاسخ نوسان آزاد هم نامیده می‌شود. در معادلات بالا، ω_D فرکانس دورانی میراشده

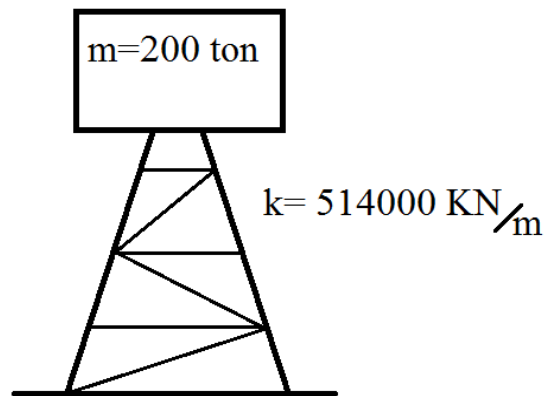
است که از رابطه $\omega_D = \omega \sqrt{1 - \xi^2}$ به دست خواهد آمد. همچنین $\bar{\omega}$ فرکانس دورانی شتاب

وارد به سازه (تحریک ورودی) و ω فرکانس ارتعاش آزاد سازه است.



شکل (۲-۳): پاسخ یک سیستم دارای میرایی به بارگذاری هارمونیک تناوبی (Chopra, 1995)

مثال (۳-۱): قطاری به مدت ۲۵ ثانیه، شتاب هارمونیک با دامنه یک متر بر مجذور ثانیه را به پی سازه شکل زیر وارد می‌کند. زمان تناوب نوسان زمین ناشی از حرکت قطار نیم ثانیه است. با فرض آن که نسبت میرایی سازه ۳ درصد باشد، تغییر مکان آن را ده ثانیه پس از عبور قطار حساب کنید. تنها پاسخ پایدار (steady-state response) را در نظر بگیرید.



$$\bar{\omega} = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.5} = 12.57 \text{ Rad/sec}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 50.7 \text{ Rad/sec}$$

$$\omega_D = \omega\sqrt{1 - \xi^2} = 50.7\sqrt{1 - (0.03)^2} = 50.68$$

$$\beta = \frac{\bar{\omega}}{\omega} = 0.248$$

در مبحث اندرکنش خاک آب و سازه در مورد جرم آب داخل مخزن و اثرات هیدرودینامیکی

آن بحث می‌شود.

$$\rho = \frac{1}{50.72} \left(\frac{1}{\sqrt{(1-0.248^2)^2 + (4 \times 0.03^2 \times 0.248^2)}} \right) = 4.14 \times 10^{-4} m$$

$$\varphi = \arctg \left(\frac{2 \times 0.03 \times 0.248}{1 - 0.248^2} \right) = 1.58 \times 10^{-2} \text{Rad}$$

$$u_p = \rho \sin(\bar{\omega} t - \varphi) \quad \text{پاسخ خصوصی}$$

$$u_p(t = 25) = 4.14 \times 10^{-4} \sin(12.57 \times 25 - 1.58 \times 10^{-2}) = 10 \times 10^{-5} m$$

برای آن که تغییر مکان سازه ده ثانیه پس از عبور قطار را بررسی کنیم، باید تغییر مکان و سرعت در لحظه $t=25 \text{ sec}$ را به عنوان شرایط اولیه برای نوسان آزاد در معادله پاسخ ارتعاش آزاد (معادله ۳-۶) به کار گیریم.

$$\bar{t} = t - t_0 = 35 - 25 = 10 \text{ sec}$$

$$u(t = 35) = \exp(-\xi \omega \bar{t}) \left[u(25) \cos \omega_D \bar{t} + \frac{\dot{u}(25) + \xi \omega u(25)}{\omega_D} \sin \omega_D \bar{t} \right]$$

$$\Rightarrow u(35) = -2.57 \times 10^{-11} m$$

۳-۲-۳ پاسخ به تحریک ضربه‌ای

پاسخ یک سازه یک درجه آزادی با جرم متمرکز به شتاب ضربه‌ای به صورت زیر خواهد بود:

$$u(t) = \exp(-\xi \omega \bar{t}) \int_0^{t_a} \frac{\ddot{u}_g}{\omega_D} \text{Sin}(\omega_D \bar{t}) dt$$

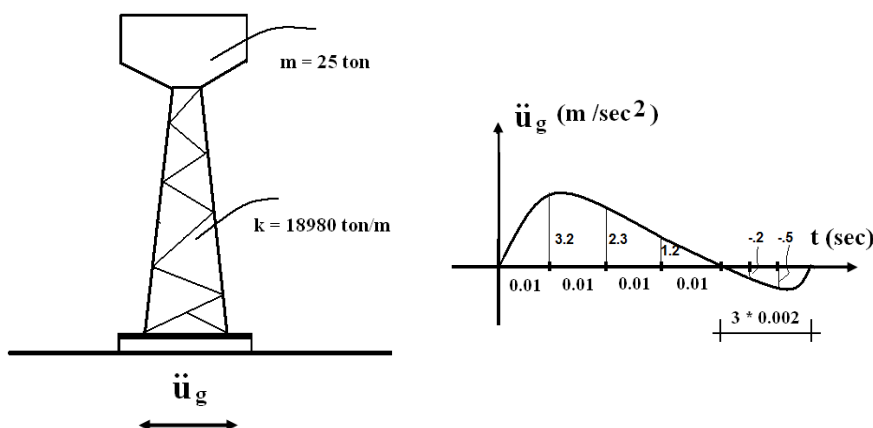
در معادله بالا، t_a مدت تداوم بارگذاری شتاب است و \bar{t} از رابطه $\bar{t} = t - t_a$ به دست می‌آید.

برای تاریخچه شتاب به هر شکل دلخواه می‌توان آن را به صورت ضربه‌های پیاپی شبیه سازی کرده و از رابطه زیر پاسخ تغییر مکان را محاسبه نمود:

$$u(t) = \frac{1}{\omega_D} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) \exp\{-\xi \omega(t - \tau)\} \text{Sin}(\omega_D(t - \tau)) d\tau$$

در معادله بالا فرض شده است که شتاب در طول فاصله زمانی بسیار کوتاه $d\tau$ بر سازه وارد شده است و پاسخ سازه در زمان $t - \tau$ مورد بررسی واقع شده است. این معادله تحت عنوان "تابع اولیه دیوهامل" شناخته می‌شود و برای حل آن روش‌های عددی مبتنی بر درونیابی ارائه شده است. برای مطالعه بیشتر می‌توان به کتب مرجع دینامیک سازه مراجعه نمود.

مثال (۳-۲): سازه شکل زیر تحت اثر شتاب ناشی از انفجار مطابق نمودار داده شده قرار گرفته است. تغییر مکان و نیروی وارد بر سازه در لحظه $t = 0.15 \text{ sec}$ را محاسبه کنید. فرض کنید که $\xi = 0.02$ است.



حل: ابتدا فرکانس ارتعاش آزاد سازه را محاسبه می‌کنیم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{189800}{25}} = 87.13, \quad \omega_D = 87.13(\sqrt{1 - 0.02^2}) = 87.11 \text{ Rad/sec}$$

پاسخ تغییر مکان برای بارگذاری ضربه از رابطه زیر به دست خواهد آمد:

$$u(t) = \exp(-\xi\omega t) \int_0^t \frac{\ddot{u}_g}{\omega_D} \text{Sin}(\omega_D \bar{t}) dt$$

$$\Rightarrow u(t) = \exp\{-0.02(87.13)(\bar{t})\} \int_0^{t_d} \frac{\ddot{u}_g}{87.11} \sin(\omega_D \bar{t}) dt$$

برای آن که تغییر مکان حداکثر باشد، باید عبارت $\sin(\omega_D \bar{t})$ مساوی یک باشد. ولی در لحظه مورد نظر ممکن است این عبارت حداکثر نباشد. از سوی دیگر عبارت $\int_0^{t_d} \ddot{u}_g dt$ در واقع سطح زیر منحنی شتاب-زمان است. لذا داریم:

$$\int_0^{t_d} \ddot{u}_g dt = \sum_{i=1}^n (\ddot{u}_g)_i \Delta t_i = 0.0656$$

برای لحظه $t = 0.15 \text{ sec}$ خواهیم داشت:

$$\bar{t} = t - t_d = 0.15 - 0.046 = 0.104 \text{ sec}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow u(0.15) &= \exp(-0.02 \times 87.13 \times 0.104) \left(\frac{0.0656}{87.11} \right) \sin(87.11 \times 0.104) \\ &= 2.24 \times 10^{-4} \text{ m} \end{aligned}$$

$$F(0.15) = k \times u(0.15) = 189800 \times 2.24 \times 10^{-4} = 42.5 \text{ kN}$$

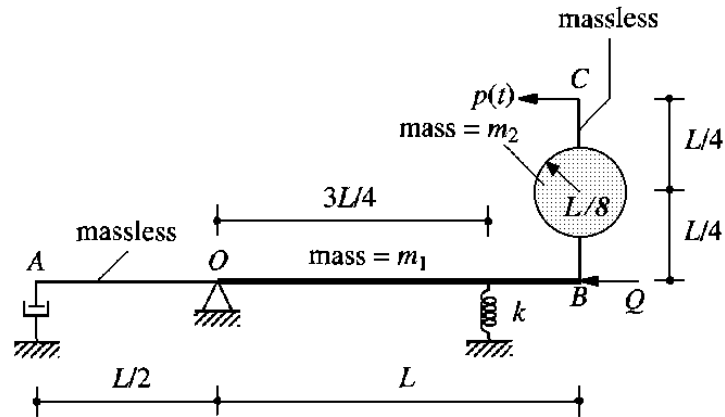
توجه شود که در حل بارگذاری ضربه فرض می‌گردد که مدت زمان تداوم ضربه (t_d) بسیار کوچکتر از زمان تناوب اصلی سازه است. بر همین اساس پاسخ تقریبی ضربه با در نظر گرفتن ارتعاش آزاد پس از پایان شتاب ناشی از ضربه به دست می‌آید.

مثال (۳-۳): با فرض کوچک بودن تغییر مکان‌ها برای سیستم شکل زیر فرکانس طبیعی و نسبت

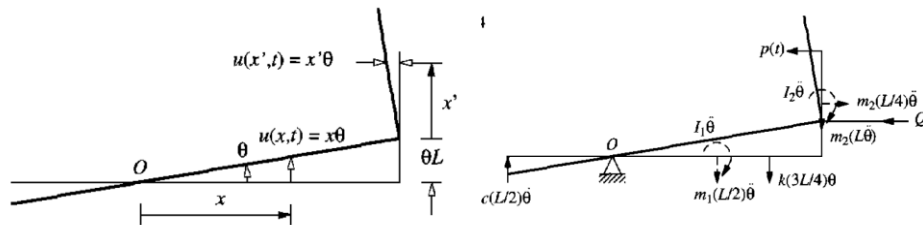
میرایی را محاسبه کنید. میله AO بدون جرم و میله OB دارای جرم m_1 می‌باشد. میله BC هم فاقد

جرم است، ولی جرم m_2 در میانه آن عمل می‌کند. جرم گسترده دایره‌ای به شعاع $l/8$

است. (Chopra, 1995)



سیستم نشان داده شده فقط دارای یک درجه آزادی چرخش (θ) حول تکیه‌گاه O است. در شکل زیر نحوه حرکت سیستم (شکل چپ) و همچنین دیاگرام آزاد نیروهای وارده بر آن (شکل راست) نشان داده شده است.



سیستم دارای یک فنر و یک میراگر و دو جرم است. برای محاسبه نیروی فنر، سختی آن در تغییر مکان سیستم در محل فنر ضرب می‌گردد. همچنین برای محاسبه نیروی میراگر مقدار میرایی در سرعت حرکت سیستم در محل میراگر ضرب می‌شود. بنابراین برای این دو داریم:

$$f_{spring} = k \theta \frac{3L}{4} \quad , \quad f_{damper} = c \dot{\theta} \frac{L}{2}$$

جرم m_1 هم جابه‌جایی قائم دارد و هم دوران می‌کند. بنابراین یک نیروی اینرسی و یک لنگر

اینرسی دارد:

$$f_{I1} = m_1 \ddot{u} = m_1 \ddot{\theta} \frac{l}{2}, \quad M_{I1} = I_1 \ddot{\theta}$$

جرم m_2 دو جابه‌جایی قائم افقی و یک حرکت دورانی دارد. بنابراین دو نیروی اینرسی و یک

لنگر اینرسی دارد:

$$f_{Ix2} = m_2 \ddot{u}_x = m_2 \ddot{\theta} \frac{l}{4}, \quad f_{Iy2} = m_2 \ddot{u}_y = m_2 \ddot{\theta} L, \quad M_{I2} = I_2 \ddot{\theta}$$

می‌دانیم که ممان اینرسی دورانی برای یک میله ساده به طول l و برای یک صفحه دایره‌ای به

شعاع r از روابط زیر به دست می‌آید: (Chopra, 1995)

$$I_1 = m_1 \frac{l^2}{12}, \quad I_2 = \frac{1}{2} m_2 (r)^2 = \frac{1}{2} m_2 \left(\frac{l}{8}\right)^2$$

حال اگر مقادیر فوق را در معادلات جایگذاری کرده و حول نقطه تکیه‌گاه لنگرگیری کنیم،

خواهیم داشت:

$$\sum M_0 = 0 \Rightarrow$$

$$I_1 \ddot{\theta} + \left(m_1 \frac{l}{2} \ddot{\theta}\right) \frac{l}{2} + I_2 \ddot{\theta} + (m_2 l \ddot{\theta}) l + \left(m_2 \frac{l}{4} \ddot{\theta}\right) \left(\frac{l}{4}\right) + \left(c \frac{l}{2} \dot{\theta}\right) \frac{l}{2} + k \theta \left(\frac{3l}{4}\right) \left(\frac{3l}{4}\right) = p(t) \frac{l}{2}$$

اگر جملات این معادله را به صورت معادله (۳-۱) مرتب کنیم، داریم:

$$\left(\frac{m_1 l^2}{3} + \frac{137}{128} m_2 l^2\right) \ddot{\theta} + \frac{c l^2}{4} \dot{\theta} + \frac{9 k l^2}{16} \theta = p(t) \frac{l}{2}$$

بنابراین جرم، سختی، میرایی و نیروی معادل سیستم مطابق زیر خواهد بود:

$$\tilde{m} = \left(\frac{m_1}{3} + \frac{137}{128} m_2 \right) l^2, \quad \tilde{k} = \frac{9kl^2}{16}, \quad \tilde{c} = \frac{cl^2}{4}, \quad \tilde{P} = p(t) \frac{l}{2}$$

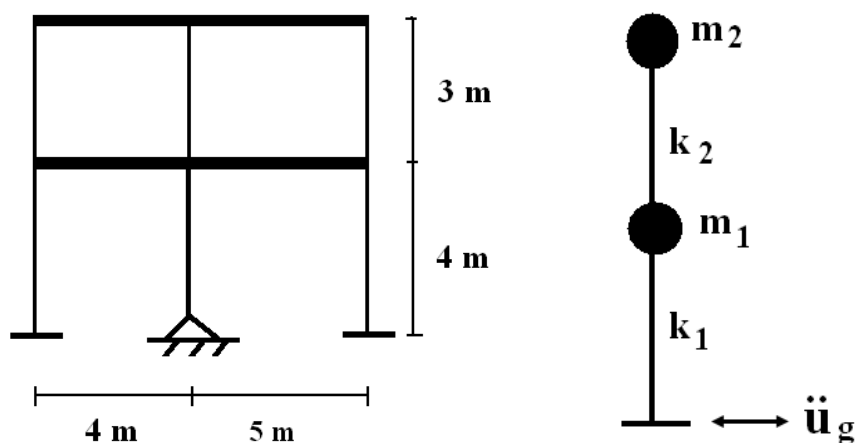
و لذا فرکانس ارتعاش آزاد و نسبت میرایی سیستم از روابط زیر به دست خواهد آمد:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\tilde{k}}{\tilde{m}}} = \sqrt{\frac{\frac{9k}{16}}{\left[\frac{m_1}{3} + \frac{137}{128} m_2 \right]}}, \quad \xi = \frac{\tilde{c}}{2\sqrt{\tilde{k}\tilde{m}}}$$

۳-۳- روش دیاگرام آزاد برای حل مسائل دینامیکی

در این روش برای محاسبه پاسخ‌های سیستم به بار دینامیکی ابتدا دیاگرام جسم آزاد همه جرم-های سیستم ترسیم می‌گردد. در مرحله بعد برای هر جرم تعادل نیروها نوشته شده و یک معادله به دست می‌آید. در نهایت برای یک سیستم با n درجه آزادی n معادله خواهیم داشت که از حل n معادله و n مجهول، پاسخ سیستم به دست خواهد آمد.

مثال (۳-۴): برای ساختمان دو طبقه شکل (۳-۳) که تحت شتاب \ddot{u}_g در پایه قرار گرفته است، با صرف نظر از میرایی معادلات لازم برای محاسبه تغییر مکان‌ها را بنویسید. وزن سقف طبقه اول ۱۲۰۰ کیلوگرم بر مترمربع و وزن سقف دوم ۱۰۰۰ کیلوگرم بر مترمربع است. بعد عمود بر صفحه برای این قاب سه متر منظور شود.



شکل (۳-۳): چپ) قاب دو طبقه با پای مفصلی و گیردار؛ راست) مدل جرم متمرکز برای قاب مذکور

حل: ابتدا لازم است مدل تحلیلی این سازه ارائه گردد. از آنجایی که تیرها در مقایسه با ستونها سختی جانبی زیادی دارند، می‌توان طبقات را صلب در نظر گرفت و جرم آنها را به صورت متمرکز شبیه‌سازی کرد. بنابراین مدل جرم متمرکز این سیستم به صورت شکل (۳-۳) خواهد بود.

جرم‌های m_1 و m_2 به ترتیب وزن طبقه اول و دوم هستند. بنابراین خواهیم داشت:

$$m_1 = 3 \times (4 + 5) \times 1200 = 32400 \text{ kg}$$

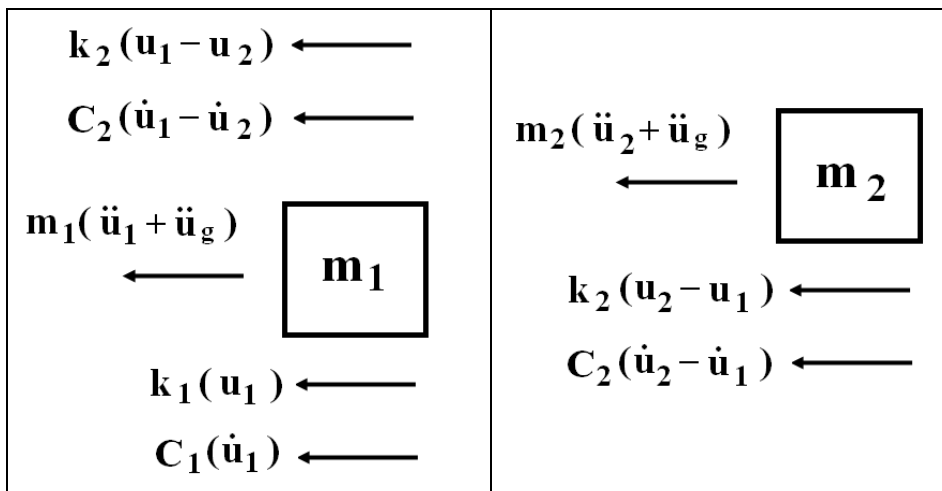
$$m_2 = 3 \times (4 + 5) \times 1000 = 27000 \text{ kg}$$

سختی هر طبقه با جمع سختی ستون‌های آن طبقه به دست خواهد آمد. برای طبقه اول اگر پای ستون گیردار باشد، سختی هر ستون معادل $\frac{12EI}{l^3}$ و اگر مفصلی باشد، معادل $\frac{3EI}{l^3}$ خواهد بود. در طبقات بالاتر همواره سختی جانبی ستون معادل $\frac{12EI}{l^3}$ خواهد بود. بنابراین خواهیم داشت:

$$k_1 = \frac{12EI}{l_1^3} + \frac{3EI}{l_1^3} + \frac{12EI}{l_1^3}$$

$$k_2 = \frac{12EI}{l_2^3} + \frac{12EI}{l_2^3} + \frac{12EI}{l_2^3}$$

دیاگرام آزاد برای هر یک از جرم‌ها در شکل زیر نمایش داده شده است. قابل ذکر است که در این جا نیروی استاتیکی وزن وارد نمی‌شود، زیرا محاسبه تغییرشکل‌های ناشی نیروی وزن مورد نظر نیست و فقط تغییرشکل‌های دینامیکی ناشی از شتاب پایه مورد نظر است.



دقت شود که برای محاسبه نیروی اینرسی مقدار مطلق شتاب (جمع شتاب نسبی و شتاب پایه) باید مورد استفاده واقع شود، ولی برای محاسبه نیروی میرایی و نیروی سختی از سرعت‌های نسبی و تغییر مکان‌های نسبی (اختلاف تغییر مکان دو سر فنر) استفاده می‌شود. از تعادل نیروهای وارد بر جرم طبقه اول در جهت افقی داریم:

$$c_1 \dot{u}_1 + k_1 u_1 + k_2 (u_1 - u_2) + c_2 (\dot{u}_1 - \dot{u}_2) + m_1 (\ddot{u}_1 + \ddot{u}_g) = 0$$

همچنین اگر تعادل برای جرم دوم را بنویسیم، داریم:

$$k_2(u_2 - u_1) + c_2(\dot{u}_2 - \dot{u}_1) + m_2(\ddot{u}_2 + \ddot{u}_g) = 0$$

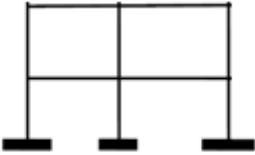
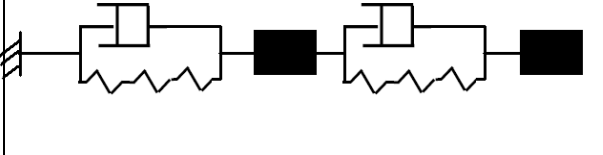
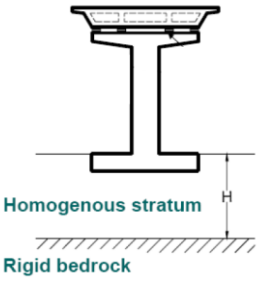
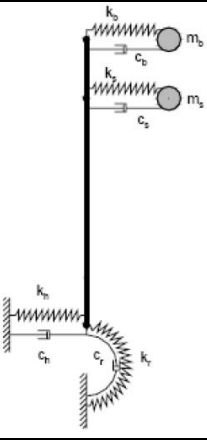
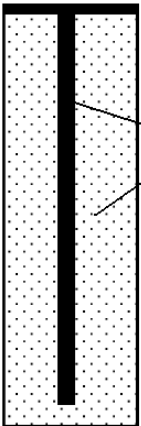
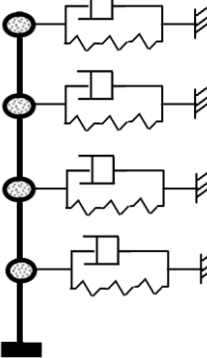
دو معادله دیفرانسیلی بالا فقط دو مجهول u_1 و u_2 را دارند، بنابراین قابل حل هستند. برای حل این معادلات به طور معمول از نرم‌افزارهایی مانند Matlab و یا Maple استفاده می‌شود. در بخش‌های بعدی این معادلات به صورت ماتریسی هم نوشته می‌شوند.

۳-۴- حل ماتریسی سیستم‌های اجزای مجزا

مدل اجزای مجزا به مدلی گفته می‌شود که سازه واقعی را با تعدادی جرم، فنر و میراگر معادل سازی می‌کند و مسئله را به صورت تحلیلی حل می‌کند. این مدل‌ها در برابر مدل‌های اجزای محدود قرار دارند که سازه واقعی را با تعدادی المان شبیه سازی می‌کنند و در نهایت مسئله را به صورت عددی حل می‌کنند. مدل‌های اجزای مجزا بسیار ساده‌تر از مدل‌های اجزای محدود حل می‌شوند و اغلب جواب‌های نسبتاً خوبی به دست می‌دهند.

در صورتی که بتوان سیستم مورد بررسی را با ترکیب تعدادی جرم، فنر و میراگر معادل سازی نمود، از حل معادلات تعادل دینامیکی فرکانس ارتعاش آزاد و پاسخ دینامیکی سازه به دست می‌آید. برای این منظور می‌توان دیاگرام آزاد برای هر جرم را نوشته و نیروهای دینامیکی وارد بر آن را نشان داد. پس از آن به تعداد درجات آزادی هر جرم معادله تعادل نوشته شده و در نهایت ماتریس‌های جرم، سختی و میرایی و همچنین بردار بارهای خارجی تشکیل می‌شود.

در شکل (۳-۴) تبدیل چند سازه مختلف به سیستم‌های اجزای مجزا نمایش داده شده است. برای یک سازه خاص هر چه تعداد اجزای بیشتر باشد دقت نتیجه حاصله بیشتر خواهد شد. در ادامه، روند حل مسائل بر اساس این راهکار در قالب یک مثال بیان شده است.

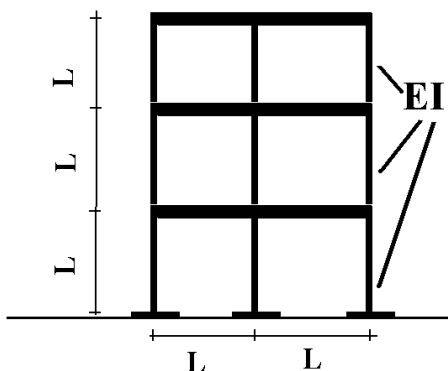
سازه واقعی	مدل اجزای مجزا
	
 <p>Homogenous stratum Rigid bedrock H</p>	
 <p>Pile Soil</p>	

شکل (۳-۴): نمایش مدل اجزای مجزا برای چند سیستم سازه‌ای

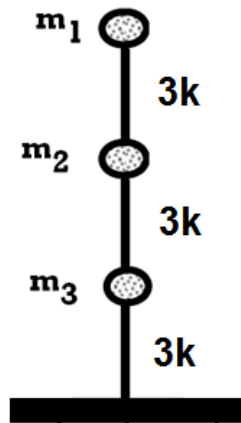
مثال (۳-۵): برای سازه شکل زیر که در آن همه ستون‌ها از ابعاد مشابهی برخوردار هستند، تحریک ورودی به صورت یک شتاب هارمونیک ($a=a_0 \sin \omega t$) در پایه سازه است. مسئله به صورت پارامتری حل شود و اعداد جاگذاری نشود.

- الف) ماتریس جرم را بنویسید.
- ب) ماتریس سختی و میرایی را بنویسید.
- ج) معادلات لازم برای تحلیل دینامیکی را به دست آورید.

پی امکان حرکت افقی و چرخشی دارد. ولی در این جا بدون در نظر گیری اندرکنش خاک-سازه مسئله را به صورت پایه گیردار حل کنید. در فصل هفتم این نوشتار این مسئله با در نظر گیری اندرکنش مجدداً حل شده است.



حل مسئله: لازم است ماتریس‌های جرم، سختی و میرایی و همچنین بردار بار خارجی نوشته شوند و در نهایت از حل تعادل دینامیکی پاسخ سازه محاسبه گردد. مدل اجزای مجزا سازه به صورت زیر خواهد بود.



- برای ماتریس جرم خواهیم داشت:

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}$$

- فرض کنید که سختی جانبی هر ستون برابر k باشد، در این صورت ماتریس سختی سیستم به صورت زیر خواهد بود:

$$K = \begin{bmatrix} 3k & -3k & 0 \\ -3k & 6k & -3k \\ 0 & -3k & 6k \end{bmatrix}, \quad k = \frac{12EI}{l^3}$$

k_{11} در واقع نیرویی است که اگر در درجه آزادی اول قرار گیرد، تغییر مکان واحد در درجه آزادی اول ایجاد خواهد کرد. این سختی برای یک ستون برابر k است و چون سه ستون به درجه آزادی اول متصل هستند، در مجموع $k_{11} = 3k$ خواهد شد. همین مقدار برای درجه آزادی دوم و سوم $k_{22} = k_{33} = 6k$ است، زیرا شش ستون به آن درجه آزادی‌ها وصل است. برای بدست آوردن درایه‌های غیر قطری هم به این ترتیب عمل می‌شود که به عنوان مثال برای k_{32} می‌گوییم،

این درایه برابر مقدار نیرویی است که وقتی در درجه آزادی سوم وارد می‌شود، تغییر مکان واحد در درجه آزادی دوم ایجاد می‌کند.

می‌توان نشان داد که در ساختمان‌های قابی شکل در یک باند با عرض یک درآیه در پیرامون قطر، قرار می‌گیرند و سایر درآیه‌ها صفر هستند. همچنین می‌توان نشان داد که مقدار همه درآیه‌های غیر قطری در باند مذکور مساوی $-3k$ خواهند شد.

• برای محاسبه ماتریس میرایی سیستم داریم:

$$C = \begin{bmatrix} C_s & 0 \\ 0 & C_f \end{bmatrix}$$

که در آن C ماتریس میرایی سازه است و با داشتن ضرایب میرایی رایلی (α و β) به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$C = \alpha M + \beta K$$

در صورتی که نخواهیم از میرایی رایلی استفاده کنیم و فقط ضریب میرایی ثابت برای سازه مورد نظر باشد، داریم: (میرایی فقط وابسته به ماتریس سختی است)

$$C = \frac{2\xi_s}{\omega} K$$

که در آن ξ_s ضریب میرایی سازه و ω فرکانس ارتعاش آزاد سازه معادل است.

۳-۵- سیستم‌های با جرم گسترده (جابه‌جایی تعمیم یافته)

در مدل‌های اجزای مجزا جرم‌ها می‌توانند از سه نوع باشند: جرم‌های متمرکز نقطه‌ای، جرم‌های گسترده صلب و جرم‌های گسترده انعطاف‌پذیر (Distributed mass). در این فصل جرم‌های گسترده انعطاف‌پذیر مورد بحث واقع می‌شود. قابل ذکر است که مجموعه‌ای از جرم‌های متمرکز نقطه‌ای که تغییرشکل همگی آن‌ها با یک تابع شکل قابل بیان است هم در گروه جرم‌های گسترده انعطاف‌پذیر دسته‌بندی می‌شوند. به این سیستم‌ها سیستم‌های با مختصات کلی (Generalized coordinate) و یا سیستم‌های با جابه‌جایی تعمیم‌یافته (Generalized displacement) نیز گفته می‌شود. باید توجه شود که در این حالت سختی و میرایی هم می‌توانند گسترده و یا تعمیم‌یافته باشند و حتی نیروی خارجی هم به جای اعمال در نقاط در یک طول گسترده شده باشد.

می‌دانیم که در حالت عمومی تغییر مکان یک نقطه از سیستم دینامیکی، با یک تابع دو متغیره بیان می‌گردد که تابع مختصات آن نقطه و زمان مورد نظر برای بررسی تغییر مکان است. به عبارت دیگر:

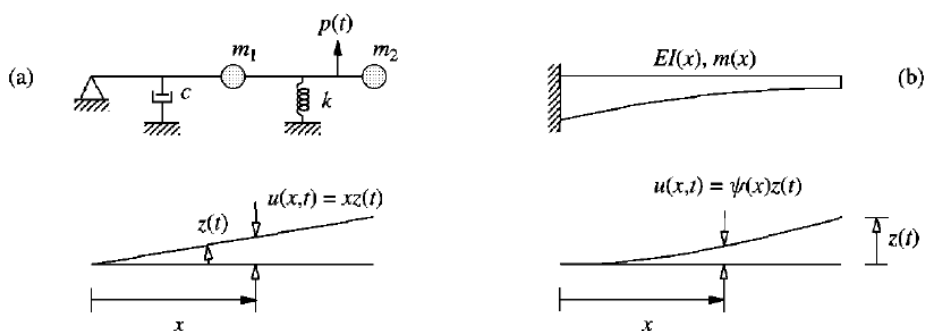
$$u = f(x, t) \quad (۸-۳)$$

با این حال اگر بپذیریم که شکل تغییر مکان سیستم از یک تابع خاص تبعیت می‌کند، و نام آن را تابع شکل بگذاریم، در این صورت با داشتن مقدار تغییر مکان در یک نقطه از سیستم و تابع شکل، مقدار تغییر مکان در هر نقطه دیگر از سیستم مطابق زیر به دست خواهد آمد:

$$u(x, t) = \psi(x)z(t) \quad (۹-۳)$$

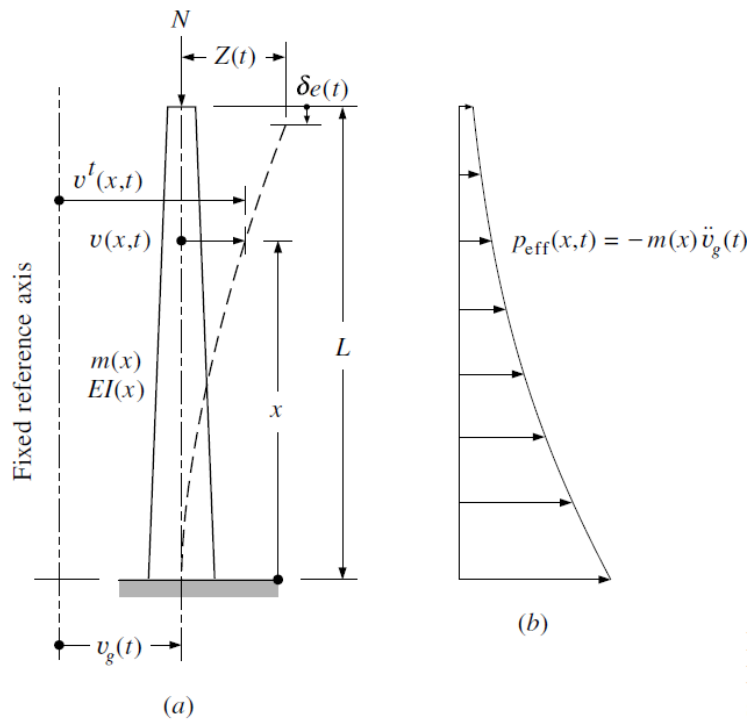
در رابطه بالا $\psi(x)$ تابع شکل تغییر مکان سیستم و $z(t)$ مقدار تغییر مکان در یک نقطه مشخص از سیستم است. مزیت این رابطه آن است که متغیرهای زمان و مکان از هم جدا شده‌اند. به عبارت دیگر تغییر مکان که یک تابع دو متغیره بود، به دو تابع یک متغیره وابسته شده است. اگر بتوانیم تابع

شکل را برای سیستم حدس بزنیم، پاسخ سیستم به هر تحریک خارجی به راحتی به دست خواهد آمد. در شکل (۵-۳ الف) یک میله صلب و در شکل (۵-۳ ب) یک تیر طره‌ای با جرم گسترده نشان داده شده است. با استفاده از روش جرم پیوسته که در این بند بیان خواهد شد، می‌توان این سیستم‌ها را نظیر یک سازه یک درجه آزادی (SDF) تحلیل نمود.



شکل (۵-۳): سیستم‌های یک درجه آزادی با مختصات کلی (Chopra, 1995)

در شکل (۶-۳) یک دودکش نیروگاه نشان داده شده است. این سازه نمونه یک سیستم گسترده است که در آن جرم، سختی، میرایی و بار خارجی به صورت گسترده توزیع شده‌اند. برای آن‌که بتوانیم این سازه را نظیر یک سیستم یک درجه آزادی تحلیل کنیم لازم است ابتدا جرم، سختی و میرایی و نیروی معادل سیستم را به دست آوریم. به عنوان مثال جرم کل این دودکش ممکن است ۱۰۰ تن باشد، ولی جرم معادل آن که در تحلیل به روش مختصات عمومی استفاده می‌شود این مقدار نیست و به طور مثال ممکن است ۷۰ تن باشد.



شکل (۳-۶): دودکش بتنی نیروگاه، نمونه یک سازه با جرم پیوسته (Clough and Penzien, 2003)

فرض کنید که پارامترهای معادل را با یک نشان ستاره (*) از پارامترهای واقعی متمایز کنیم. در این صورت معادله تعادل دینامیکی برای سیستم یک درجه آزادی معادل به صورت زیر نوشته می‌شود: (Clough and Penzien, 2003)

$$m^* \ddot{Z}(t) + c^* \dot{Z}(t) + k^* Z(t) - k_G^* Z(t) = p_{eff}^*(t) \quad (۱۰-۳)$$

در این رابطه m^* جرم کلی، c^* میرایی کلی، k^* سختی کلی، k_G^* سختی هندسی کلی و p_{eff}^* نیروی اعمالی کلی خواهد بود. برای محاسبه پارامترهای ستاره‌دار در رابطه بالا باید کار مجازی خارجی را مساوی کار مجازی داخلی قرار داد. این فرآیند در کتب دینامیک سازه (Chopra, 1995)

به طور کامل تشریح شده است و در این جا فقط نتیجه نهایی آن ارائه می‌گردد. در نهایت مشخصه‌های کلی حرکت دینامیکی به صورت روابط زیر بیان می‌گردند:

$$\begin{aligned}
 m^* &= \int_0^L m(x)\psi(x)^2 dx = \text{generalized mass} \\
 c^* &= a_1 \int_0^L EI(x)\psi''(x)^2 dx = \text{generalized damping} \\
 k^* &= \int_0^L EI(x)\psi''(x)^2 dx = \text{generalized flexural stiffness} \quad (11-3) \\
 k_G^* &= N \int_0^L \psi'(x)^2 dx = \text{generalized geometric stiffness} \\
 p_{eff}^*(t) &= -\ddot{v}_g(t) \int_0^L m(x)\psi(x) dx = \text{generalized effective load}
 \end{aligned}$$

در رابطه میرایی، a_1 ثابت میرایی است که در میرایی رایلی معادل ضریب میرایی وابسته به سختی β است. اگر از میرایی ثابت استفاده شود، در این حالت $a_1 = \frac{2\xi}{\omega}$ خواهد بود. همچنین در روابط بالا N نیروی محوری وارد به سیستم است که سختی هندسی را ایجاد خواهد کرد و در مجموع باعث کماتش شده و سختی نهایی سیستم را کاهش می‌دهد. بر همین اساس با علامت منفی در معادله تعادل دینامیکی وارد شده است. می‌توان سختی نهایی (سختی ترکیبی) را به صورت زیر نوشت:

$$\bar{k}^* = k^* - k_G^* \quad (12-3)$$

در این صورت معادله تعادل دینامیکی سیستم به صورت زیر خواهد شد:

$$m^* \ddot{Z}(t) + c^* \dot{Z}(t) + \bar{k}^* Z(t) = p_{eff}^*(t) \quad (13-3)$$

در حالت عمومی ممکن است که سیستم مورد مطالعه فقط جرم و سختی‌های پیوسته نداشته باشد، بلکه جرم‌ها و سختی‌های متمرکز هم در سیستم وجود داشته باشند. بر همین اساس شکل عمومی رابطه بالا به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned}
 m^* &= m^* = \int_0^L m(x)\psi(x)^2 dx + \sum m_i \psi_i^2 + \sum j_i \psi_i'^2 \\
 c^* &= \int_0^L k(x)\psi(x)^2 dx + a_1 \int_0^L EI(x)\psi''(x)^2 dx + \sum c_i \psi_i^2 \\
 \bar{k}^* &= \int_0^L k(x)\psi(x)^2 dx + \int_0^L EI(x)\psi''(x)^2 dx + \sum k_i \psi_i^2 - \int_0^L N(x)\psi'(x)^2 dx \\
 p^*(t) &= \int_0^L p(x,t)\psi(x) dx + \sum p_i(t)\psi_i(x)
 \end{aligned}
 \tag{۱۴-۳}$$

در روابط بالا اگر سختی و میرایی به صورت متمرکز باشند، تابع شکل به صورت اختلاف دوسر فنر و یا میراگر نوشته می‌شود. به عبارت دیگر به جای ψ_i عبارت $\Delta\psi_i$ قرار خواهد گرفت. همچنین قابل ذکر است که در مختصات کلی برای محاسبه فرکانس ارتعاش آزاد از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$\omega = \sqrt{\frac{\bar{k}^*}{m^*}}
 \tag{۱۵-۳}$$

۳-۵-۱- انتخاب تابع شکل مناسب برای تحلیل در مختصات کلی

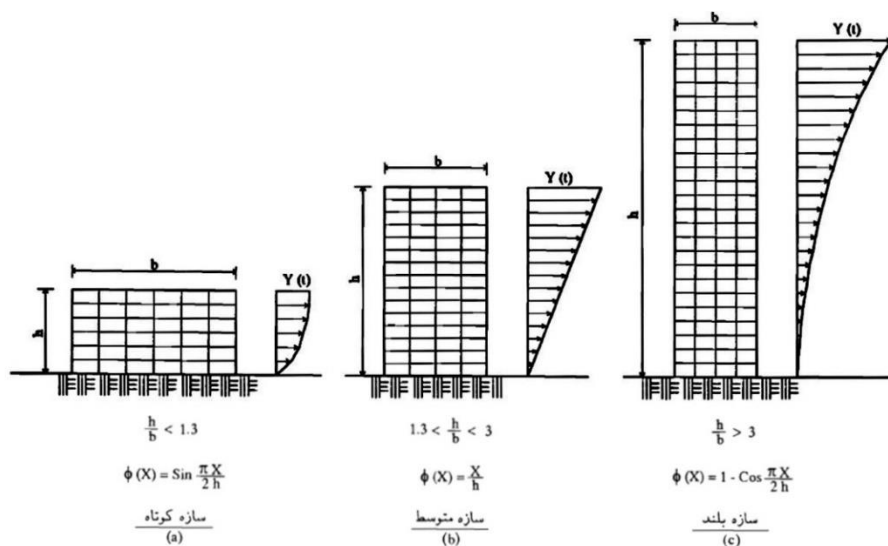
در تحلیل به روش مختصات عمومی مقدار همه ویژگی‌ها (جرم، سختی، نیروی خارجی، میرایی) تحت تأثیر تابع شکل انتخابی است. بر همین اساس اگر تابع شکل مناسبی انتخاب نشده باشد ممکن است نتایجی که به دست می‌آید فاصله زیادی با واقعیت داشته باشند. به طور کلی تابع شکل باید دو شرط زیر را برآورده نماید:

- الف) شرایط مرزی تغییر شکل سازه را ارضاء نماید.
- ب) به شکل حقیقی ارتعاش سازه نزدیک باشد.

برای برآورده شدن شرط دوم می‌توان تعداد زیادی تابع شکل را به کار گرفت و فرکانس سازه را برای همه آن‌ها به دست آورد. در میان آن‌ها تابع شکلی که کمترین فرکانس را برای سازه به دست می‌دهد، به شرایط واقعی سازه نزدیکتر است. در واقع هر تابع فرضی، غیر از شکل واقعی ارتعاش

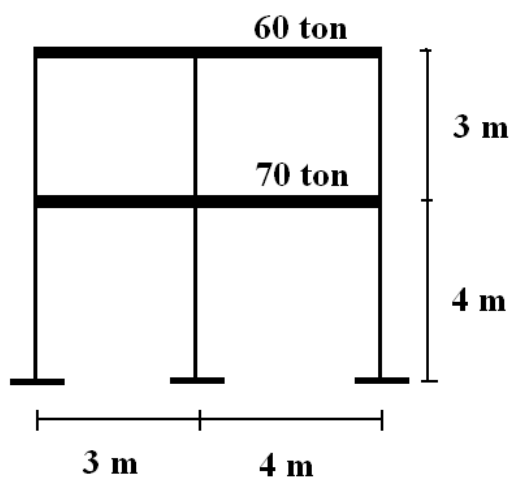
سازه، سختی سازه را بیش از مقدار واقعی آن به دست می‌دهد. در نتیجه، آن تابعی که کمترین مقدار را برای فرکانس به دست می‌دهد به واقعیت نزدیک‌تر است.

برای ساختمان‌های چند طبقه، تابع شکل مناسب وابسته به ابعاد ساختمان است. همان‌گونه که در شکل (۷-۳) نشان داده شده است، برای ساختمان‌های کوتاه که در آنها نسبت ارتفاع به عرض ساختمان کمتر از $1/5$ است، تابع شکل مناسب به صورت سینوسی $(\psi(x) = \sin \frac{\pi x}{2H})$ مناسب خواهد بود. برای ساختمان‌های متوسط که در آنها $1/5 \leq \frac{H}{D} \leq 3$ می‌باشد، تابع شکل نزدیک به خطی است و می‌توان از تابع $\psi(x) = (x/H)^n$ برای آن‌ها استفاده کرد. همچنین برای ساختمان‌های بلند که ارتفاع آنها بیش از سه برابر عرض آنها است، تابع شکل مناسب به صورت کسینوسی $(\psi(x) = 1 - \cos \frac{\pi x}{2H})$ پیشنهاد شده است. تابع اخیر برای همه سازه‌های طره‌ای نیز مناسب است. (نعیم، ۱۳۷۴).



شکل (۷-۳): انتخاب تابع شکل مناسب برای سازه‌ها

مثال (۳-۶): فرکانس طبیعی نوسان قاب شکل زیر را با استفاده از تابع شکل $\psi(x) = \sin \frac{\pi x}{2H}$ و روش مختصات کلی محاسبه کنید. ستون‌های بتنی دارای ابعاد ۵۰ در ۵۰ سانتی‌متر و مدول الاستیسیته آن‌ها معادل $E=2 \times 10^6$ کیلوگرم بر سانتی‌متر مربع است.



حل: سیستم یک ساختمان کوتاه، متشکل از دو جرم نقطه‌ای است که می‌توانیم برای شکل تغییرشکل آن‌ها از تابع شکل سینوسی استفاده کنیم. ابتدا سختی و جرم معادل سیستم را محاسبه می‌کنیم:

$$\psi_1 = \sin \frac{4\pi}{14} = 0.78 \quad , \quad \psi_2 = \sin \frac{7\pi}{14} = 1$$

$$\Delta\psi_1 = 0.78 - 0 = 0.78 \quad , \quad \Delta\psi_2 = 1 - 0.78 = 0.22$$

$$k_1 = 3 \left(\frac{12EI}{l_1^3} \right) = 3 \left(\frac{12 \times (2 \times 10^6) \times \left(\frac{1}{12} \times 0.5^4 \right)}{4^3} \right) = 58600 \text{ kN/m}$$

$$k_2 = 3 \left(\frac{12EI}{l_2^3} \right) = 3 \left(\frac{12 \times (2 \times 10^6) \times \left(\frac{1}{12} \times 0.5^4 \right)}{3^3} \right) = 138900 \text{ kN/m}$$

$$K^* = \sum_{i=1}^2 k_i (\Delta\psi_i)^2 = (58600 \times 0.78^2) + (138900 \times 0.22^2) = 42380 \text{ kN/m}$$

$$m^* = \sum_{i=1}^2 m_i (\psi_i)^2 = [(70 \times 0.78^2) + (60 \times 1^2)] \times 1000 = 102600 \text{ kg}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k^*}{m^*}} = \sqrt{\frac{42380000}{102600}} = 20.32 \text{ Rad/sec}$$

قابل ذکر است که در حالتی که فقط جرم نقطه‌ای داریم، اگر بخواهیم از روش مختصات کلی

مسئله را حل کنیم، روابط محاسبه پارامترهای مختصات کلی به صورت زیر خواهند شد:

$$k^* = \sum_{i=1}^n k_i (\Delta\psi_i)^2 \qquad m^* = \sum_{i=1}^n m_i (\psi_i)^2$$

$$c^* = \sum_{i=1}^n c_i (\Delta\psi_i)^2 \qquad p^* = \sum_{i=1}^n p_i \psi_i$$

که در آن مقدار $\Delta\psi_i$ از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta\psi_i = \psi_i - \psi_{i-1}$$

همان‌گونه که در روابط بالا دیده می‌شود، برای محاسبه میرایی و سختی از تغییر مکان‌های نسبی

و برای محاسبه جرم از تغییر مکان مطلق استفاده شده است. همچنین اگر بخواهیم نیروی برشی در

طبقه i را محاسبه نماییم، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$F_i^* = \sum_{i=1}^2 V(m_i \psi_i) / L^*$$

که در آن V نیروی برش پایه سازه است و L^* هم از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$L^* = \sum_{i=1}^n m_i \psi_i$$

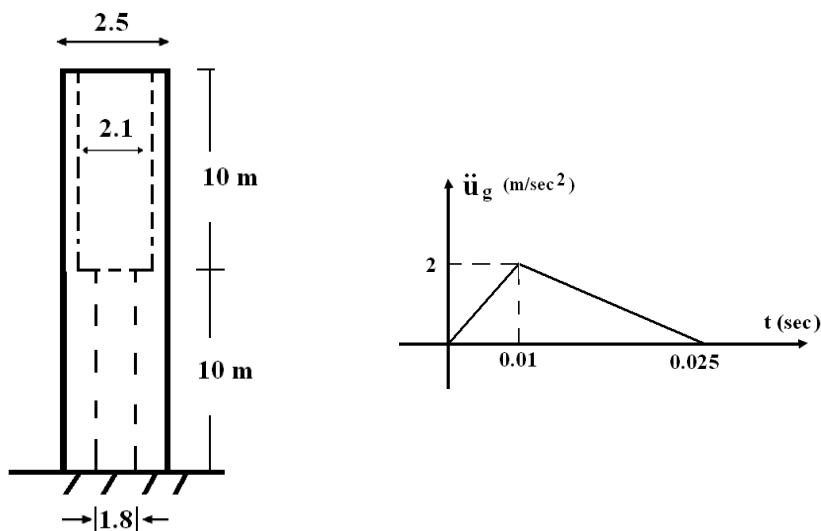
همچنین در حالتی که تحریک خارجی شتاب $\ddot{u}_g(t)$ در پایه مدل باشد و بار خارجی دیگری بر سیستم وارد نشود، نیروی معادل (p^*) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$p^* = -L^* \ddot{u}_g(t)$$

و لذا معادله تعادل دینامیکی سیستم به صورت زیر خواهد شد:

$$m^* \ddot{z} + k^* z + c^* \dot{z} = -L^* \ddot{u}_g(t)$$

مثال (۷-۳): دودکش شکل مقابل تحت اثر شتاب ضربه قرار گرفته است. توزیع نیروی جانبی ناشی از ضربه را در ارتفاع سازه در لحظه $t = 0.04 \text{ sec}$ محاسبه کنید. ضربه به پای دودکش برخورد کرده است. ضریب میرایی سازه را برابر ۵ درصد میرایی بحرانی در نظر بگیرید.



شکل (۸-۳): ابعاد هندسی دودکش مورد نظر برای تحلیل و نمودار بار ضربه وارده بر آن

حل: نیروی جانبی برای سیستم‌های با جرم پیوسته از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$f(x, t) = \omega^2 m(x) \psi(x) Y(t)$$

برای حل مسئله و محاسبه $f(x, t)$ باید ابتدا فرکانس ارتعاش آزاد (ω) محاسبه گردد. با توجه به آن که دودکش نشان داده شده در شمار سازه‌های طره‌ای است، می‌توانیم از تابع شکلی به صورت $\psi(x) = (1 - \cos \frac{\pi x}{2H})$ برای آن استفاده نماییم. تابع جرم واحد طول و ممان اینرسی دودکش از روابط زیر به دست می‌آید:

برای $0 < x < 10$ داریم:

$$m(x) = 2.4\pi (1.25^2 - 0.9^2) = 5.67 \text{ ton/m}$$

$$I(x) = \frac{\pi}{4} (1.25^4 - 0.9^4) = 1.4 \text{ m}^4$$

برای $10 < x < 20$ داریم:

$$m(x) = 2.4\pi (1.25^2 - 1.05^2) = 3.47 \text{ ton/m}$$

$$I(x) = \frac{\pi}{4} (1.25^4 - 1.05^4) = 0.96 \text{ m}^4$$

$$\psi'' = \frac{\pi^2}{1600} \cos\left(\frac{\pi x}{40}\right)$$

$$k^* = \int_0^{20} EI(x) \psi''^2 dx = 10046 \text{ ton/m}$$

$$m^* = \int_0^{20} m(x) \psi^2 dx = 0.567 \int_0^{10} \left(1 - \cos \frac{\pi x}{40}\right)^2 dx + 0.347 \int_{10}^{20} \left(1 - \cos \frac{\pi x}{40}\right)^2 dx = 16.16 \text{ ton/m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{10046}{16.16}} = 24.93 \text{ Rad/sec}$$

در مرحله دوم تابع تغییرمکان دودکش در طول زمان ارتعاش، $Y(t)$ ، محاسبه می‌شود. برای بارگذاری ضربه می‌توانیم از رابطه زیر استفاده نماییم: (Chopra, 1995)

$$Y(t) = \lambda \exp(-\xi\omega\bar{t}) \frac{\int_0^{t_d} \ddot{u}_g dt}{\omega_D} \text{Sin}(\omega_D \bar{t})$$

که در آن: t_d کل مدت بارگذاری و t لحظه مورد نظر باشد)

$$\lambda = \frac{L}{M}, \quad L = \int_0^H m(x)\psi(x)dx, \quad \bar{t} = t - t_d$$

$$\int_0^{t_d} \ddot{u}_g dt = \text{سطح زیر منحنی} = 0.025 \text{ m/sec}, \quad \bar{t} = 0.04 - 0.025 = 0.015 \text{ sec}$$

$$\omega_D = \omega \sqrt{1 - \xi^2} = 24.93 \sqrt{1 - 0.05^2} = 24.9 \text{ Rad/sec}$$

$$\lambda = \frac{L}{M} = 1.7$$

$$Y(0.04) = 1.7 \exp(-0.05 \times 24.93 \times 0.015) \frac{0.025}{24.90} \text{Sin}(24.9 \times 0.015) = 6.11 \times 10^{-4} \text{m}$$

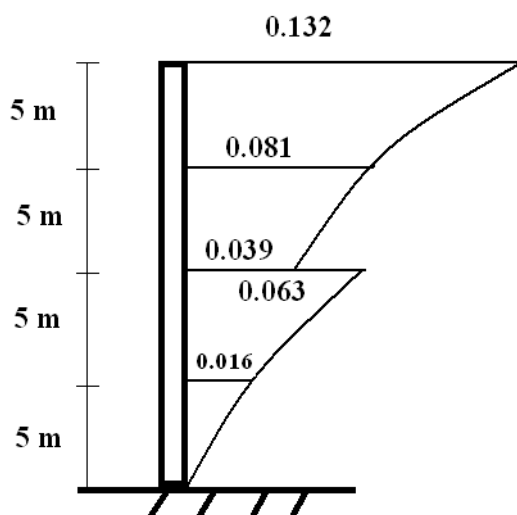
$$f(x, t) = \omega^2 m(x)\psi(x)Y(t)$$

$$0 < x < 10 \Rightarrow f(x, 0.04) = 24.93^2 \times 0.567 \times \left(1 - \text{Cos} \frac{\pi x}{40}\right) \times 6.11 \times 10^{-4} = 0.215 \left(1 - \text{Cos} \frac{\pi x}{40}\right)$$

$$10 < x < 20 \Rightarrow f(x, 0.04) = 24.93^2 \times 0.347 \times \left(1 - \text{Cos} \frac{\pi x}{40}\right) \times 6.11 \times 10^{-4} = 0.132 \left(1 - \text{Cos} \frac{\pi x}{40}\right)$$

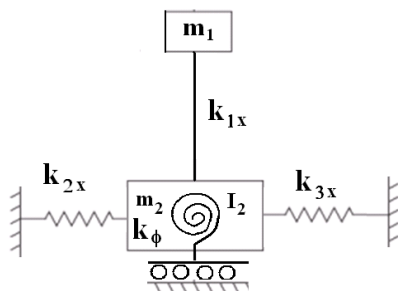
در شکل (۳-۹) تغییرات نیروی برشی در طول دودکش نمایش داده شده است. سطح زیر نمودار

مذکور برش پایه خواهد بود.



شکل (۳-۹): نمودار تغییرات نیروی برشی در طول دودکش به ازای بارگذاری ضربه

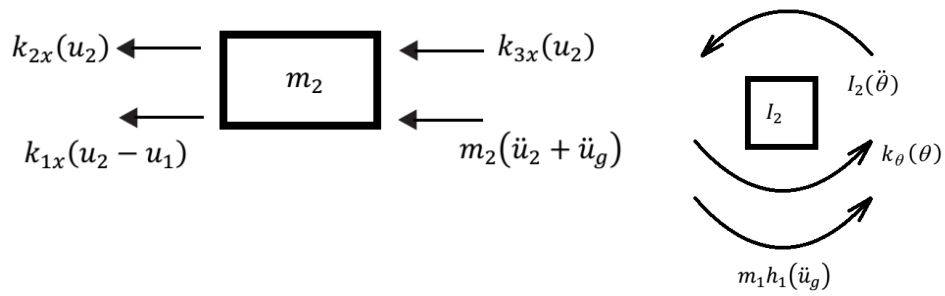
مثال (۳-۸):



۱. اگر سیستم شکل روبرو تحت ارتعاش افقی (\ddot{u}_g) باشد، معادله تعادل دینامیکی افقی در جهت X و دورانی را برای جرم m_2 را بنویسید. فرض کنید ارتفاع جرم m_1 معادل h است.

حل: جرم m_2 دارای درجه آزادی حرکت افقی (u_2) و دوران (θ) است. دیاگرام جسم آزاد

برای آن به صورت زیر خواهد بود:



بنابراین معادله تعادل افقی با صرف نظر از میرایی به صورت زیر خواهد بود:

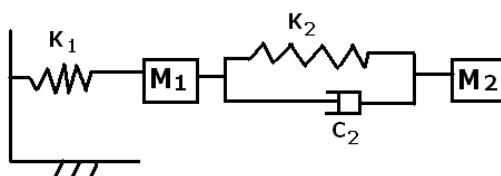
$$k_{2x}(u_2) + k_{3x}(u_2) + m_2(\ddot{u}_2 + \ddot{u}_g) + k_{1x}(u_2 - u_1) = 0$$

همچنین معادله تعادل دورانی به صورت زیر خواهد بود:

$$k_\theta(\theta) + I_2(\ddot{\theta}) + m_1 h_1(\ddot{u}_g) = 0$$

مسائل حل نشده فصل سوم:

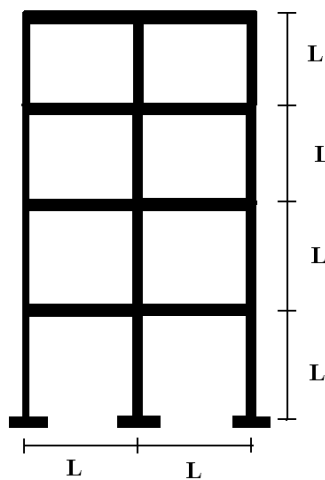
۱. دیاگرام آزاد برای جرم شماره ۲ از مجموعه شکل مقابل را ترسیم کرده و معادله تعادل دینامیکی را برای آن جرم بنویسید. تحریک ورودی بر ساختگاه وارد می شود و معادل $U=U_0(\sin \omega t)$ است. جرم‌ها فقط آزادی حرکت افقی دارند.



۲. تحلیل لرزه‌ای سازه شکل مقابل با استفاده از مختصات عمومی مورد نظر است؛ جرم همه طبقات m و سختی هر ستون در یک طبقه EI است.

الف) تابع شکل مناسب را انتخاب نموده و فرکانس ارتعاش آزاد را برای سیستم محاسبه نمایید.

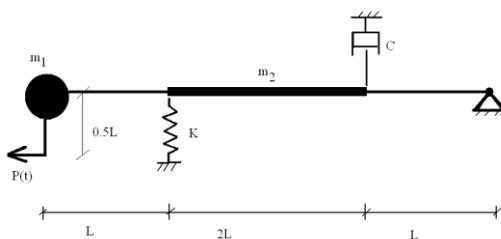
ب) با صرف نظر از میرایی اجزای معادله تعادل دینامیکی سیستم یک درجه آزادی در دستگاه عمومی را به دست آورید. برای این منظور فرض کنید که تحریک خارجی شتاب افقی زلزله $a=0.4g(\sin 30t)$ در پایه سیستم است.



ج) با استفاده از یک نرم افزار مناسب برای این سازه تحلیل دینامیکی تاریخچه زمانی انجام دهید. پاسخ تغییرمکان سیستم یک درجه آزادی را با پاسخ سیستم واقعی (چهار درجه آزادی) مورد مقایسه قرار دهید.

$$L=3m, EI= 64 \times 10^6 \text{ N-m}^2, m=20$$

ton



۳. برای سیستم یک درجه آزادی شکل

مقابل فرکانس ارتعاش آزاد را محاسبه کنید.

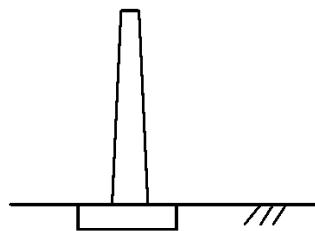
جرم صلب اول $0.2L$ شعاع دارد. جرم

دوم یک میله پیوسته صلب است.

۴. بر اساس روش جرم پیوسته تغییرمکان در وسط

دودکش نیروگاه شکل زیر را محاسبه کنید.

قطر داخلی دودکش در پایین ۲ متر و در بالا یک متر است. ضخامت بتن پوشش دودکش نیم متر است. ارتفاع دودکش ۲۰ متر است. پی صلب است و آزادی حرکت ندارد. بار خارجی تغییرمکان در پایه دودکش است که به صورت سینوسی با دامنه ۱۰ سانتیمتر و دوره تناوب یک ثانیه اعمال می شود.



فصل چهارم

مروری بر روش‌های محاسبه فرکانس

ارتعاش آزاد

۴-۱- مقدمه

ارتعاش آزاد، ارتعاشی است که بدون حضور نیروی خارجی صورت می‌پذیرد. فرکانس این ارتعاش صرفاً تابع خصوصیات طبیعی سیستم (جرم و سختی) است. بر همین اساس آن را فرکانس طبیعی هم می‌نامند. برای محاسبه فرکانس ارتعاش آزاد سازه‌های ژئوتکنیکی سه راه‌کار حل تحلیلی، حل عددی و مدل فیزیکی وجود دارد. در حل تحلیلی معادله ارتعاش آزاد سیستم بدون وجود بار خارجی حل می‌گردد و در نهایت فرکانس‌های ارتعاش طبیعی و شکل مودهای ارتعاشی به دست می‌آید. در این دسته چندین راه‌کار دقیق و تقریبی وجود دارد که در ادامه مورد بحث واقع خواهند شد.

در روش‌های عددی معادله دیفرانسیل حاکم بر مسئله از حالت مشتق جزئی (PDE) خارج شده و به صورت معادله دیفرانسیل معمولی (ODE) نوشته می‌شود. محاسبه فرکانس ارتعاش آزاد با استفاده از حل عددی تحت عنوان آنالیز مودال در نرم‌افزارها معرفی شده است. اغلب نرم‌افزارهای ژئوتکنیکی از قبیل SAP، ANSYS، FLAC و Abaqus به راحتی آنالیز مودال را برای انواع سازه‌ها انجام می‌دهند.

در راهکار مدل‌سازی فیزیکی یک مدل آزمایشگاهی در مقیاس کوچکتر از واقعیت ساخته شده و تحت ارتعاش واقع می‌شود. تحریک خارجی دارای فرکانس‌های متعددی خواهد بود و پاسخ سیستم برای هر فرکانس توسط ابزارهای الکترونیکی ثبت می‌گردد. فرکانس‌هایی که بیشترین پاسخ را در سیستم ایجاد می‌نمایند به عنوان فرکانس طبیعی سیستم شناخته می‌شوند. در ادامه به تشریح روش‌های تحلیلی و عددی پرداخته شده است.

۴-۲- روش‌های تحلیلی برای محاسبه فرکانس ارتعاش آزاد

روش‌های تحلیلی به دو دسته حل دقیق (Exact Solution) و حل تقریبی (Approximate Solution) تقسیم می‌شوند. ارائه یک حل دقیق برای مسائل دینامیکی مهندسی ژئوتکنیک فقط زمانی که مسئله دارای شکل و شرایط مرزی ساده و یکنواخت است، امکان پذیر است. به عنوان نمونه یک تیر طره‌ای ساده با مقطع یکنواخت دارای حل دقیق برای محاسبه فرکانس‌های طبیعی است، ولی وقتی تیر مذکور با فنرهایی محدود شده و به عنوان تیر بر بستر الاستیک دینامیکی مورد بررسی واقع می‌شود، حل دقیق آن دشوار خواهد بود. در نمودار زیر دسته‌بندی روش‌های محاسبه فرکانس ارتعاش آزاد آورده شده است:

الف) حل دقیق:

- حل مستقیم معادله دیفرانسیل ارتعاش (تیر بر بستر الاستیک دینامیکی)
- حل ماتریسی سیستم تجزیه شده به پارامترهای متمرکز

ب) حل تقریبی:

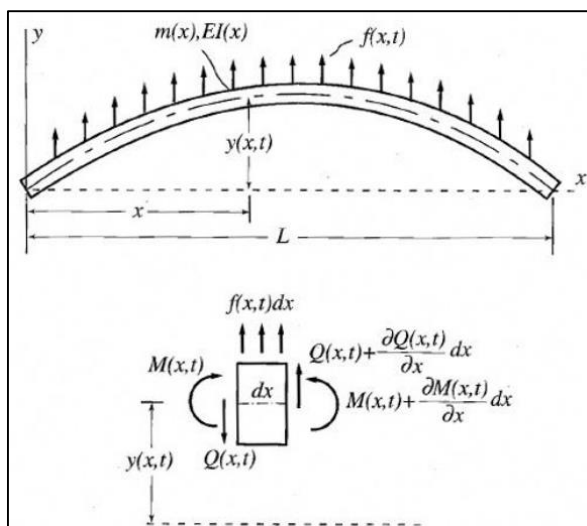
- روش رایلی
- روش رایلی-ریتز
- روش گلرکین

جهت محاسبه فرکانس طبیعی ارتعاش آزاد یک سیستم به روش تحلیلی، لازم است به بررسی معادله حرکت ارتعاش آزاد آن سیستم پرداخت. بدین منظور ابتدا روش‌های تعیین معادله حرکت ارتعاش مورد بحث قرار می‌گیرد. برای یافتن معادله دیفرانسیل حاکم بر ارتعاش یک سیستم، روش

های مختلفی وجود دارد که از جمله آنها می‌توان به روش اصل بقای انرژی و روش نیوتن اشاره نمود. در ادامه، این روش‌ها با ارائه مثال‌هایی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۴-۲-۱- استفاده از روش نیوتن برای رسیدن به معادله دیفرانسیل حاکم

در این روش، ابتدا برای سیستم و یا المانی از سیستم، دیاگرام آزاد نیروها و لنگرها رسم می‌گردد، سپس با نوشتن معادله تعادل برای المان مذکور، معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت سیستم به دست می‌آید. به عنوان مثال برای رسیدن به معادله دیفرانسیل جزئی حاکم بر ارتعاش یک دیوار حائل ساده به روش نیوتن، می‌توان آن را همانند یک تیر ساده تحت ارتعاش جانبی در نظر گرفت و دیاگرام آزاد نیروها و لنگرها را برای یک المان از آن رسم نمود (شکل ۴-۱)، از نوشتن معادلات تعادل، معادله حاکم بر مسئله حاصل می‌آید. این فرآیند در روابط بعدی بیان شده است.



شکل (۴-۱): دیاگرام آزاد یک المان از تیر تحت ارتعاش (Meirovitch, 2001)

با نوشتن تعادل نیروها برای المان نشان داده شده در شکل (۱-۴) داریم:

$$\left[Q(x, t) + \frac{\partial Q(x, t)}{\partial x} dx \right] - Q(x, t) + f(x, t) = m(x) \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2}, \quad 0 < x < l \quad (1-4)$$

همچنین با نوشتن تعادل لنگرها برای المان خواهیم داشت:

$$\left[M(x, t) + \frac{\partial M(x, t)}{\partial x} dx \right] - M(x, t) + \left[Q(x, t) + \frac{\partial Q(x, t)}{\partial x} dx \right] dx + f(x, t) dx \frac{dx}{2} = 0, \quad 0 < x < l \quad (2-4)$$

چون dx بسیار کوچک است از توان ۲ آن می‌توان صرف‌نظر کرد، در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{\partial M(x, t)}{\partial x} + Q(x, t) = 0, \quad 0 < x < l \quad (3-4)$$

با قرار دادن معادله (۳-۴) در معادله تعادل نیروها خواهیم داشت:

$$-\frac{\partial^2 M(x, t)}{\partial x^2} + f(x, t) = m(x) \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2}, \quad 0 < x < l \quad (4-4)$$

حال رابطه زیر از مکانیک جامدات انتخاب می‌گردد:

$$M(x, t) = EI(x) \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \quad (5-4)$$

با جایگذاری معادله (۵-۴) در معادله (۴-۴)، به معادله دیفرانسیل ارتعاش تیر خواهیم رسید، که

معادله‌ای از مرتبه چهارم است:

$$-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \right] + f(x, t) = m(x) \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2}, \quad 0 < x < l \quad (6-4)$$

معادله حاصله یک معادله پایه در ارتعاش تیرها است و می‌توان از آن برای برآورد ارتعاش آزاد

و اجباری سایر سازه‌های طره‌ای نظیر دیوارهای حائل هم استفاده کرد. روشی که در این جا برای به

دست آوردن معادله دیفرانسیل ارتعاش مورد استفاده واقع شد، تحت عنوان روش نیوتن در بسیاری

از مسائل تحلیلی ژئوتکنیک لرزه‌ای قابل استفاده است. روش‌های دقیق و تقریبی حل معادله

دیفرانسیل ارتعاش تیر در بخش‌های بعدی این نوشتار بیان شده است.

۴-۲-۲- روش انرژی

روش های انرژی بر اصل بقای انرژی استوار هستند. مطابق این قانون، در سیستمی که نه انرژی را به صورت حرارت از دست می دهد و نه دریافت می کند (سیستم آدیاباتیکی)، انرژی کل ثابت است. در این حالت می توان نوشت:

$$E = E_p + E_k = cte \quad (۷-۴)$$

در این رابطه E_p انرژی پتانسیل و E_k انرژی جنبشی سیستم است. انرژی جنبشی به سرعت جسم بستگی دارد و به دو صورت ایجاد می شود، در اثر دوران جسم و در اثر انتقال آن. در هر حالت می توان رابطه انرژی جنبشی را به صورت زیر نوشت:

$$E_k = \frac{1}{2} I_0 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m \dot{u}^2 \quad (۸-۴)$$

که در آن I_0 ممان اینرسی جرمی، θ زاویه دوران، m جرم و u جابجایی جسم است. از سوی دیگر انرژی پتانسیل ممکن است در اثر کرنش های کشسان مصالح و یا کار انجام شده در یک میدان نیرو مانند جاذبه ذخیره شود. بنابراین می توان نوشت:

$$E_p = \frac{1}{2} k u^2 + m \cdot g \cdot u \cdot \cos \alpha \quad (۹-۴)$$

در رابطه بالا k سختی سیستم و α زاویه امتداد جابجایی سیستم با امتداد نیروی جاذبه است. از آنجایی که مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل ثابت است، در نتیجه مشتق انرژی کل سیستم برابر صفر می شود. بنابراین برای رسیدن به معادله حرکت یک سیستم مرتعش، کافی است که معادلات مربوط به انرژی جنبشی و پتانسیل سیستم را یافته و از مجموع این دو مشتق بگیریم و حاصل را برابر صفر قرار دهیم. در روش انرژی به جای نیرو که کمیتی برداری است، فقط با کمیت های عددی مواجه هستیم، به همین دلیل این روش در بسیاری موارد نسبت به روش تعادل نیروها برتری دارد.

همچنین می‌توان اثبات کرد که تأثیر میرایی در بحث محاسبه فرکانس طبیعی سازه‌ها ناچیز است، این امر خود به کارگیری روش‌های انرژی را در حل مسائل فراهم می‌کند.

۴-۳- روش‌های حل معادله دیفرانسیل ارتعاش

روش‌های حل معادله دیفرانسیل ارتعاش به دو دسته دقیق (مستقیم) و تقریبی تقسیم می‌شوند. با این حال، ارائه یک حل دقیق برای مسائل کرانه‌ای، فقط زمانی که مسئله دارای یک شرایط ساده و یکنواخت باشد، امکان‌پذیر است. مثلاً در مورد تیرهایی که دارای شرایط تکیه‌گاهی ساده و سطح مقطع و ممان اینرسی ثابت در راستای طولشان هستند حل دقیق به راحتی ارائه می‌شود. با این حال در واقعیت بسیاری از مسائلی واقعی مهندسی دارای این شرایط ساده نیستند. در این موارد به جای حل مستقیم، با استفاده از برخی روش‌های حل تقریبی نظیر روش رابلی، مسئله به صورت غیر مستقیم حل می‌گردد. در ادامه برخی راهکارهای حل دقیق و تقریبی معادله دیفرانسیل ارتعاش سازه بیان شده است.

۴-۳-۱- روش حل مستقیم برای ارتعاش آزاد یک تیر یکنواخت

در بخش قبل، یک تیر ساده تحت ارتعاش در نظر گرفته شد و با رسم دیاگرام آزاد نیروها و لنگرها برای یک المان از آن و همچنین از نوشتن معادلات تعادل استاتیکی، معادله حاکم بر مسئله به صورت زیر به دست آمد: (Rao, 2007)

$$-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + f = m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (4-10)$$

با در نظر گرفتن ارتعاش آزاد ($f=0$) خواهیم داشت:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (11-4)$$

معادله فوق با تعریف ضریب c ، ساده‌سازی می‌گردد:

$$c^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} (x, t) + \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} (x, t) = 0, \quad c = \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (12-4)$$

حال برای حل معادله ارتعاش آزاد فوق از روش جداسازی متغیرها، استفاده می‌گردد:

$$y(x, t) = Y(x) \cdot T(t) \quad (13-4)$$

با جایگذاری معادله (۱۳-۴) در معادله ارتعاش خواهیم داشت:

$$\frac{c^2}{Y(x)} \cdot \frac{d^4 Y(x)}{dx^4} = -\frac{1}{T(t)} \cdot \frac{d^2 T(t)}{dt^2} = a = \omega^2 \quad (14-4)$$

معادله (۱۴-۴) را می‌توان به دو معادله مجزا با متغیرهای مکانی و زمانی تفکیک کرد:

$$\frac{d^4 Y(x)}{dx^4} - \beta^4 Y(x) = 0 \quad (15-4)$$

$$\frac{d^2 T(t)}{dt^2} + \omega^2 T(t) = 0 \quad (16-4)$$

در روابط (۱۵-۴) پارامتر β^4 به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\beta^4 = \frac{\omega^2}{c^2} = \frac{\rho A \omega^2}{EI} \quad (17-4)$$

معادله (۱۶-۴) دارای جواب عمومی زیر است:

$$T(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t \quad (18-4)$$

A و B ثوابتی هستند که با داشتن شرایط اولیه مسئله مقدار آن‌ها مشخص می‌شود. همچنین با

تشکیل معادله مشخصه برای معادله (۴-۱۵) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} S^4 - \beta^4 &= 0 \\ S_{1,2} &= \pm\beta \\ S_{3,4} &= \pm i\beta \end{aligned} \quad (۴-۱۹)$$

پس جواب عمومی به شکل زیر خواهد شد:

$$Y(x) = C_1 e^{\beta x} + C_2 e^{-\beta x} + C_3 e^{i\beta x} + C_4 e^{-i\beta x} \quad (۴-۲۰)$$

به تابع مکانی فوق، معادله مودهای نرمال ارتعاش می‌گویند و به صورت‌های زیر قابل بازنویسی است.

$$Y(x) = C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x + C_3 \cosh \beta x + C_4 \sinh \beta x \quad (۴-۲۱)$$

$$\begin{aligned} Y(x) &= C_1 (\cos \beta x + \cosh \beta x) + C_2 (\cos \beta x - \cosh \beta x) \\ &+ C_3 (\sin \beta x + \sinh \beta x) + C_4 (\sin \beta x - \sinh \beta x) \end{aligned} \quad (۴-۲۲)$$

همچنین با توجه به رابطه (۴-۱۷) فرکانس ارتعاش آزاد تیر مورد نظر به شکل زیر قابل محاسبه است:

$$\omega_n = (\beta_n)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} = (\beta_n l)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A l^4}} \quad (۴-۲۳)$$

مقادیر ثوابت C_1, C_2, C_3, C_4 و همچنین ضریب β در رابطه فرکانس، با توجه به شرایط مرزی مسئله

پیدا می‌شوند. به طور مثال اگر سازه را مشابه یک تیر یک سر گیردار مرتعش در نظر بگیریم خواهیم

داشت:

$$\beta_n l = (2n - 1)\pi/2 \quad (24-4)$$

در نتیجه فرکانس طبیعی اول تا چهارم سازه به شکل زیر خواهد شد:

$$\omega_n = \left(\frac{(2n-1)\pi}{2}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho Al^4}} \quad (25-4)$$

در رابطه فوق E مدول الاستیسیته مصالح سازه، I ممان اینرسی، A سطح مقطع واحد عرض تیر، ρ چگالی و l طول تیر هستند. همچنین n نشان‌دهنده مجموعه اعداد طبیعی است که با قرار دادن هر عدد طبیعی به جای آن یکی از فرکانس‌های طبیعی سازه محاسبه می‌گردد.

۴-۳-۲- روش‌های تقریبی برای حل معادلات دیفرانسیل ارتعاش

مبنای روش‌های تقریبی حل معادلات دیفرانسیل ارتعاش سازه‌ها، گسسته سازی سیستم پیوسته

است که به ۲ دسته کلی تقسیم می‌شوند: (Meirovitch, 2001)

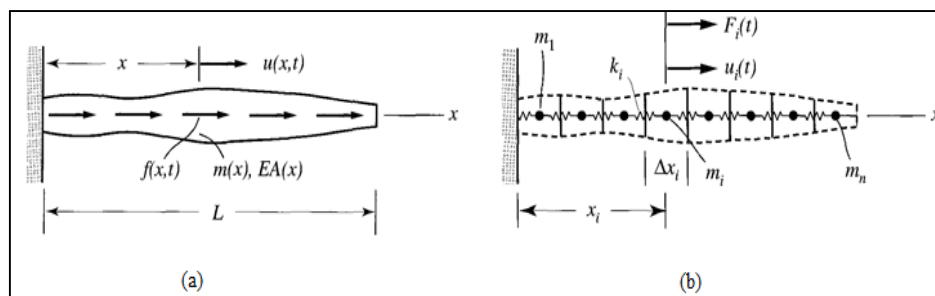
۱- روش‌های پارامترهای متمرکز

۲- روش‌های سری‌های گسسته

۴-۳-۲-۱- روش‌های پارامترهای متمرکز

در این روش‌ها، کل سیستم پیوسته به قسمت‌های گسسته متمرکز تقسیم می‌گردد و در هر قسمت جرم مربوط به آن قسمت به صورت متمرکز قرار داده می‌شود. این جرم‌های متمرکز توسط فنرهای بدون جرم و با سختی برابر سختی سیستم، به هم متصل می‌گردند. در نتیجه جابه‌جایی سیستم پیوسته $Y(x,t)$ به صورت جابه‌جایی گسسته $Y_i(t)$ در هر قسمت و با اندیس مربوط به همان قسمت بیان می‌شود. در این گونه روش‌ها، هرچه تعداد قسمت‌های گسسته بیشتر شوند، دقت راه

حل افزایش می‌یابد. در شکل (۲-۴) نحوه گسسته‌سازی یک سیستم پیوسته به روش پارامترهای متمرکز نشان داده شده است.



شکل (۲-۴): نحوه گسسته‌سازی یک سیستم پیوسته به روش پارامترهای متمرکز

۲-۲-۳-۴- روش‌های سری‌های گسسته

از جمله این روش‌ها می‌توان به روش‌های رایلی، رایلی - ریتز^۱ و گلرکین^۲ اشاره نمود. بر اساس روش رایلی، کمترین مقدار ویژه برای یک سیستم پایستار، برابر کمترین مقداری است که پارامتر خارج قسمت رایلی، با در نظر گیری تابع شکل مناسب می‌تواند اختیار کند. همچنین در تکمیل این روش، ریتز تکنیکی را ارائه نمود که مقدار ویژه مدهای بالاتر ارتعاش را به دست می‌آورد. بر اساس آن با استفاده از سری‌های متناهی که از حاصل ضرب توابع شکل در یک سری ضرایب ثابت تشکیل شده‌اند، می‌توان به جای حل مستقیم مسئله، مقدار ویژه آن را برای مدهای بالاتر ارتعاش سیستم به صورت تقریبی به دست آورد. به مجموع این ۲ روش حل تقریبی رایلی - ریتز می‌گویند. روش

1. Rayleigh-Ritz method
2- Galerkin method

گلرکین هم یکی دیگر از روش های گسسته‌سازی توسط سری‌ها است که مبنای آن به حداقل رساندن میانگین وزنی است.

۴-۴- روش رایلی برای محاسبه فرکانس ارتعاش آزاد

رایلی (Rayleigh, 1873) بر اساس اصل بقای انرژی روشی تقریبی برای برآورد فرکانس طبیعی ارتعاش سازه‌ها ارائه کرده است. این روش برای سازه‌های دارای جرم متمرکز و پیوسته کارایی دارد و می‌تواند فرکانس ارتعاش آزاد سازه‌های ژئوتکنیکی نظیر دیوارهای حائل، شیب‌های خاک مسلح و همچنین سازه‌های بنا شده بر روی خاک نرم را به دست دهد.

بر مبنای اصل بقای انرژی در یک سیستم نامیرای در حال ارتعاش لازم است حداکثر انرژی پتانسیل برابر حداکثر انرژی جنبشی باشد. (Chopra (1995) در کتاب دینامیک سازه‌ها نحوه محاسبه فرکانس ارتعاش آزاد را بر اساس اصل بقای انرژی که به روش رایلی موسوم است تشریح کرده است. بر این اساس داریم:

$$\omega_n^2 = \frac{\int_0^L EI(x) [\psi']^2 dx}{\int_0^L m(x) [\psi(x)]^2 dx} \quad (۲۶-۴)$$

⇒ برای یک سیستم جرم پیوسته

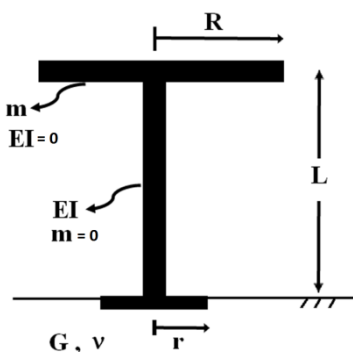
$$\omega_n^2 = \frac{\sum_{j=1}^N K_j (\psi_j - \psi_{j-1})^2}{\sum_{j=1}^N m_j (\psi_j)^2} \quad (۲۷-۴)$$

⇒ برای یک سیستم با جرم‌های متمرکز

روابط بالا به خارج قسمت رایلی معروف هستند و در آنها $\psi(x)$ تابع شکل برای جرم پیوسته و ψ_j مقدار تابع شکل برای جرم j ام است. همچنین $m(x)$ جرم واحد طول، $EI(x)$ سختی خمشی گسترده و k_j سختی طبقه j برای قاب N طبقه است. باید توجه نمود که دقت فرکانس محاسبه شده

بر اساس روش رایلی تابع میزان دقت تابع شکل انتخابی در تخمین شکل ارتعاش سازه است. اگر تابع شکل به درستی انتخاب نشده باشد، نتایج روش رایلی گمراه کننده خواهند بود.

مثال (۴-۱): با استفاده از روش رایلی ابتدا فرکانس طبیعی ارتعاش سازه شکل مقابل را در حالت پایه گیردار محاسبه کنید. از جرم ستون و تأثیر نیروی محوری در کاهش سختی ستون صرف-نظر کنید. در ادامه با فرض در نظرگیری اثرات اندرکنش خاک و سازه فرکانس طبیعی را دوباره از روش رایلی برآورد نمایید. پی دایره‌ای به شعاع r است و امکان حرکت انتقالی و دورانی دارد.



شکل (۴-۳): سازه چتری شکل با امکان حرکت انتقالی و دورانی در پی

حل: مطابق روش رایلی در حالت پایه گیردار داریم:

$$\omega_n^2 = \frac{\int_0^L EI(x) [\psi']^2 dx}{\sum_{j=1}^N m_j (\psi_j)^2}$$

$\psi(x) = 1 - \text{Cos} \frac{\pi x}{2L}$ بگیریم $\Rightarrow \psi(0) = 0$ و $\psi(L) = 1$

$$\psi'(x) = \theta = \frac{\pi}{2L} \sin \frac{\pi x}{2L} \Rightarrow \psi'(L) = \frac{\pi}{2L}$$

انرژی جنبشی سیستم (مخرج کسر) در جرم‌ها ظاهر می‌گردد. در این جا فقط یک جرم داریم که با توجه به هندسه آن اینرسی دورانی هم دارد. لذا داریم:

$$\sum_{j=1}^N m_j (\psi_j)^2 = m \psi^2(L) + I \psi'^2(L) = m + \frac{mR^2 \pi^2}{16L^2}$$

انرژی پتانسیل در جایی ظاهر می‌گردد که سختی وجود دارد. در اینجا فقط ستون سختی گسترده دارد. بنابراین داریم:

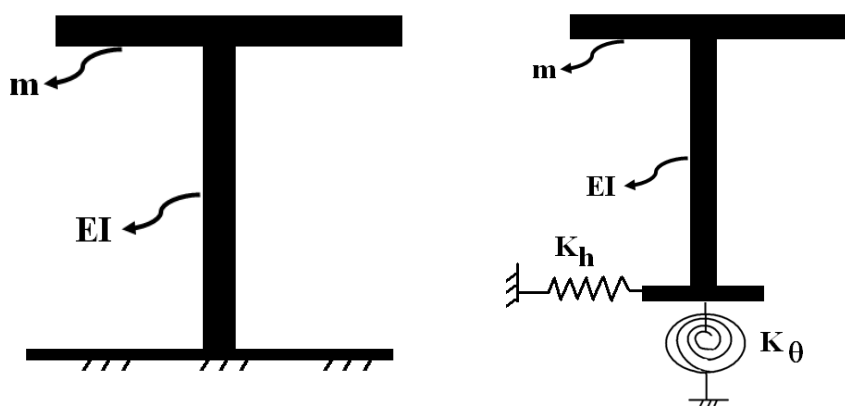
$$\int_0^L EI(x) [\psi']^2 dx = EI \int_0^L \left(\frac{\pi}{4L^2} \cos x \right)^2 dx = EI \frac{\pi^4}{32L^3}$$

در نهایت خارج قسمت رایلی به صورت زیر خواهد بود:

$$\omega_n^2 = \frac{EI \frac{\pi^4}{32L^3}}{m + \frac{mR^2 \pi^2}{16L^2}}$$

در ادامه برای حالت SSI دوباره ω_n را محاسبه می‌کنیم. در این حالت فرض می‌کنیم که جرم پی ناچیز است، بنابراین انرژی جنبشی سیستم تغییری نمی‌کند. با این حال دو فنر (دورانی و انتقالی) در پی ظاهر خواهند شد و لذا داریم:

$$K_x = \frac{8Gr}{2 - \nu} \quad \text{و} \quad K_\theta = \frac{8Gr^3}{3(1 - \nu)}$$



شکل (۴-۴): مدل سازه (سمت چپ: پایه گیردار و سمت راست: با در نظرگیری اندرکنش)

در حالتی که اندرکنش منظور می‌شود، تابع شکل قبلی قابل استفاده نیست. زیرا آن تابع مقدار تغییر مکان در پایه سیستم را صفر به دست می‌داد. در این جا می‌توان از یک تابع کثیرال جمله و یا یک تابع مثلثاتی استفاده کرد. به عنوان نمونه می‌توانیم بنویسیم:

$$\psi(x) = a + b \left(\cos \frac{\pi x}{2L} \right)$$

برای محاسبه ثوابت معادله بالا باید شرایط مرزی را بنویسیم:

شرط اول: نیروی برشی در پایه سیستم مساوی نیروی فنر افقی است. بنابراین داریم:

$$V(x) = EI \frac{d^3 \psi}{dx^3} \rightarrow V(x=0) = K_h \psi(0) = EI \frac{d^3 \psi}{dx^3}$$

شرط دوم: لنگر خمشی در پایه سیستم مساوی لنگر فنر دورانی است. بنابراین داریم:

$$M(x) = EI \frac{d^2 \psi}{dx^2} \rightarrow M(x=0) = K_\theta \theta(0) = EI \frac{d^2 \psi}{dx^2}$$

بدین ترتیب تابع شکل جدید به دست آمده و با استفاده از روش رایلی فرکانس ارتعاش آزاد سیستم محاسبه می‌گردد. قابل ذکر است که این تابع دارای درصد خطای بالایی است و توابع دیگر برای این منظور مناسب هستند. به عنوان نمونه مطالعات (Shirgir et al., 2016) که در فصل دوازدهم هم بیان شده است را ببینید. فنرهای افقی و دورانی دارای انرژی‌هایی هستند که به صورت سیگما در رابطه رایلی اضافه خواهند شد.

۴-۵- روش رایلی - ریتز برای محاسبه فرکانس ارتعاش آزاد

به منظور کامل کردن روش رایلی، ریتز (Ritz, 1909) راهکاری را ارائه کرد که در آن به کمک ترکیب خطی از توابع شکل می‌توان فرکانس مدهای بالاتر ارتعاش را نیز محاسبه کرد. در این روش برای محاسبه توابع $Y^i(x)$ از ترکیب خطی توابع شکل معلوم x_i و ضرایب مجهول C_i استفاده می‌شود. به عبارت دیگر داریم:

$$\begin{aligned} Y^{(1)}(x) &= c_1 X_1(x) \\ Y^{(2)}(x) &= C_1 X_1(x) + C_2 X_2(x) = \sum_{i=1}^2 C_i x_i(x) \\ Y^{(n)}(x) &= C_1 X_1(x) + C_2 X_2(x) + \dots + C_n X_n(x) = \sum_{i=1}^n C_i X_i(x) \end{aligned} \quad (۲۸-۴)$$

محاسبه C_i برای برآورد فرکانس ارتعاش آزاد مورد نیاز نیست. در روابط بالا، $Y(x)$ نماد تغییر شکل سیستم است. در این حالت فرکانس‌های ارتعاش آزاد از معادله زیر به دست می‌آیند:

(Karnovsky and Lebed, 2004)

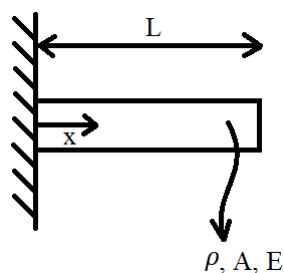
$$\begin{vmatrix} k_{11} - m_{11}\omega^2 & k_{12} - m_{12}\omega^2 & \dots \\ k_{21} - m_{21}\omega^2 & k_{22} - m_{22}\omega^2 & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} = 0$$

درآیه‌های سختی و جرم در معادله بالا از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$m_{ij} = \int_0^l \rho A X_i X_j dx \quad (۲۹-۴)$$

$$k_{ij} = \int_0^l EI X_i'' X_j'' dx \quad (۳۰-۴)$$

مثال (۴-۲): فرکانس اول و دوم را برای تیر طره‌ای با مقطع ثابت A محاسبه کنید.



حل: فرض کنید که تابع شکل تغییرشکل‌های تیر به صورت زیر باشد:

$$y(x) = \sum C_i X_i = C_1 \left(\frac{x}{l}\right)^2 + C_2 \left(\frac{x}{l}\right)^3$$

این ترکیب به خوبی شرایط مرزی تیر را ارضاء می‌کند. از روابط قبل داریم:

$$m_{11} = \int_0^l m X_1^2(x) dx = \int_0^l m \left(\frac{x}{l}\right)^4 dx = \frac{ml}{5}$$

$$m_{12} = m_{21} = \int_0^l m X_1(x) X_2(x) dx = \int_0^l m \left(\frac{x}{l}\right)^5 dx = \frac{ml}{6}$$

$$m_{22} = \int_0^l m X_2^2(x) dx = \int_0^l m \left(\frac{x}{l}\right)^6 dx = \frac{ml}{7}$$

که در آن $m = \rho A$ خواهد بود. همچنین برای سختی‌ها خواهیم داشت:

$$k_{11} = \int_0^l EIX_1''^2(x) dx = \int_0^l EI \left(\frac{2}{l^2}\right)^2 dx = \frac{4EI}{l^3}$$

$$k_{12} = k_{21} = \int_0^l EIX_1''(x)X_2''(x) dx = \int_0^l EI \frac{2}{l^2} \frac{6x}{l^3} dx = \frac{6EI}{l^3}$$

$$k_{22} = \int_0^l EIX_2''^2(x) dx = \int_0^l EI \left(\frac{6x}{l^3}\right)^2 dx = \frac{12EI}{l^3}$$

معادله محاسبه فرکانس‌ها به صورت زیر خواهد بود:

$$D = \begin{vmatrix} 4 - \frac{ml^4}{5EI} \omega^2 & 6 - \frac{ml^4}{6EI} \omega^2 \\ 6 - \frac{ml^4}{6EI} \omega^2 & 12 - \frac{ml^4}{7EI} \omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

محاسبه فرکانس با فرض یک تابع شکل از اولین درآیه معادله بالا به شکل زیر صورت می‌پذیرد:

$$4 - \frac{\lambda}{5} = 0, \quad \lambda = \omega^2 \frac{ml^4}{EI} \quad \omega_1 = \frac{4.4721}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}$$

همچنین محاسبه فرکانس مُد اول و دوم با فرض دو تابع شکل از رابطه زیر صورت می‌پذیرد:

$$\lambda^2 - 1224\lambda + 15121 = 0 \quad \lambda_1 = 12.4802, \quad \lambda_2 = 1211.519$$

و لذا داریم:

$$\omega_1 = \frac{3.5327}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}, \quad \omega_2 = \frac{34.8068}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}$$

خوب است گفته شود که مقدار دقیق فرکانس اساسی این مثال از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\omega = \frac{3.5156}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}$$

بنابراین روش رایلی - ریتز نسبت به روش رایلی از دو برتری برخوردار است:

- الف) قادر است فرکانس مدهای بالاتر را محاسبه کند.
- ب) فرکانس اساسی (مود اول) دقیق‌تر محاسبه می‌کند.

۴-۶- روش گالرکین برای محاسبه فرکانس ارتعاش آزاد

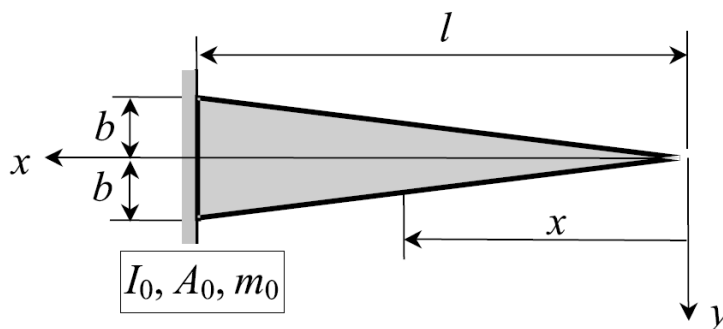
روش گالرکین (Galerkin, 1915) برای محاسبه فرکانس اساسی و همچنین فرکانس موده‌های بالاتر در سیستم‌های پیوسته کارایی دارد. این روش مشابه روش رایلی - ریتز است، با این تفاوت که محاسبه سختی‌ها از روابط دیگری انجام خواهد شد. در جدول (۴-۱) روابط محاسبه جرم و سختی در روش گالرکین آورده شده است.

جدول (۴-۱): ضرایب جرم و سختی در روش گالرکین (Karnovsky and Lebed, 2004)

Vibration	Mass coefficient	Stiffness coefficient
Transversal	$m_{ij} = \int_0^l \rho A X_i X_j dx$	$k_{ij} = \int_0^l (E I X_i'')'' X_j dx$
Longitudinal	$m_{ij} = \int_0^l \rho A X_i X_j dx$	$k_{ij} = -\int_0^l (E A X_i')' X_j dx$
Torsional	$m_{ij} = \int_0^l \rho A X_i X_j dx$	$k_{ij} = -\int_0^l (G I_p X_i')' X_j dx$

مثال (۴-۳): فرکانس اساسی تیر غیریکنواخت شکل زیر را بر اساس روش گالرکین محاسبه

کنید. ضخامت تیر را واحد در نظر بگیرید. (Karnovsky and Lebed, 2004)



حل: ابتدا خصوصیات هندسی تیر را از روابط زیر به دست می‌آوریم:

$$I_x = I_0 \left(\frac{x}{l}\right)^3 = \frac{2}{3} b^3 \left(\frac{x}{l}\right)^3 ; A_x = A_0 \frac{x}{l} = 2b \frac{x}{l} ; m_x = m_0 \frac{x}{l} = 2b\rho \frac{x}{l}$$

حال شرایط مرزی تیر را به صورت زیر خواهیم داشت:

$$y(l) = 0, \quad y'(l) = 0, \quad EIy''(0) = 0; \quad EIy'''(0) = 0$$

بنابراین تابع شکل زیر به خوبی می‌تواند این شرایط را ارضاء نماید. در این جا تابع X_i همان

تابع شکل است که قبلا با ψ_i هم نشان داده می‌شد.

$$y(x) = C_1X_1(x) + C_2X_2(x)$$

برای توابع شکل خواهیم داشت:

$$X_1(x) = \left(\frac{x}{l} - 1\right)^2; \quad X_2(x) = \left(\frac{x}{l} - 1\right)^2 \frac{x}{l}$$

اگر فقط از یک تابع شکل برای برآورد فرکانس استفاده کنیم، خواهیم داشت:

$$X_1'' = \frac{2}{l^2}; \quad EIX_1'' = EI_0 \frac{x^3}{l^3} \frac{2}{l^2}; \quad (EIX_1'')'' = EI_0 \frac{12x}{l^5}$$

ضرایب جرم و سختی از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$k_{11} = \int_0^l (EIX_1'')'' X_1 dx = \int_0^l EI_0 \frac{12x}{l^5} \left(\frac{x^2}{l^2} - \frac{2x}{l} + 1\right) dx = \frac{EI_0}{l^3}$$

$$m_{11} = \int_0^l \rho AX_1^2 dx = \int_0^l m_0 \frac{x}{l} \left(\frac{x^2}{l^2} - \frac{2x}{l} + 1\right)^2 dx = m_0 \frac{l}{30}$$

معادله فرکانس به صورت $k_{11} - m_{11}\omega^2 = 0$ خواهد بود و فرکانس اساسی ارتعاش از روابط

زیر محاسبه می‌گردد:

$$\omega^2 = \frac{30EI_0}{m_0 l^4} \quad \text{یا} \quad \omega^2 = \frac{30Eb^2}{3\rho l^4} \quad \text{و} \quad \omega = 5.48 \frac{b}{l^2} \sqrt{\frac{E}{3\rho}}$$

در صورتی که دو تابع شکل را به کار گیریم:

$$X_2'' = \frac{6x}{l^3} - \frac{4}{l^2}; \quad EIX_2'' = EI_0 \left(\frac{6x^4}{l^6} - \frac{4x^3}{l^5} \right); \quad (EIX_2'')'' = EI_0 \left(\frac{72x^2}{l^6} - \frac{24x}{l^5} \right)$$

در این حالت روابط سختی و جرم به صورت زیر نوشته می شود:

$$k_{22} = \int_0^l (EIX_2'')'' X_2 dx = \int_0^l EI_0 \left(\frac{72x^2}{l^6} - \frac{24x}{l^5} \right) \left(\frac{x^3}{l^3} - \frac{2x^2}{l^2} + \frac{x}{l} \right) dx = \frac{2EI_0}{5l^3}$$

$$m_{22} = \int_0^l \rho AX_2^2 dx = \int_0^l m_0 \frac{x}{l} \left(\frac{x^3}{l^3} - \frac{2x^2}{l^2} + \frac{x}{l} \right)^2 dx = m_0 \frac{l}{280}$$

$$k_{12} = \int_0^l (EIX_1'')'' X_2 dx = \int_0^l EI_0 \frac{12x}{l^5} \left(\frac{x^3}{l^3} - \frac{2x^2}{l^2} + \frac{x}{l} \right) dx = \frac{2EI_0}{5l^3}$$

$$m_{12} = \int_0^l \rho AX_1 X_2 dx = \int_0^l m_0 \frac{x}{l} \left(\frac{x^2}{l^2} - \frac{x}{l} + 1 \right) \left(\frac{x^3}{l^3} - \frac{2x^2}{l^2} + \frac{x}{l} \right) dx = m_0 \frac{l}{105}$$

معادله فرکانس:

$$\left(\frac{EI_0}{l^3} - \frac{m_0 l}{30} \omega^2 \right) \left(\frac{2EI_0}{5l^3} - \frac{m_0 l}{280} \omega^2 \right) - \left(\frac{2EI_0}{5l^3} - \frac{m_0 l}{105} \omega^2 \right)^2 = 0$$

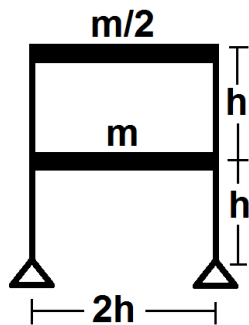
و در نهایت فرکانس اساسی به صورت زیر خواهد بود:

$$\omega = \frac{5.319}{l^2} \sqrt{\frac{EI_0}{m_0}} \quad \text{یا} \quad \omega = 5.319 \frac{b}{l^2} \sqrt{\frac{E}{3\rho}}$$

خوب است بدانیم که مقدار دقیق این فرکانس به صورت زیر نوشته می‌شود که اختلاف ناچیزی با نتیجه بالا دارد:

$$\omega = 5.315 \frac{b}{l^2} \sqrt{\frac{E}{3\rho}}$$

مثال (۴-۴): برای سازه شکل مقابل فرکانس مود اول و دوم ارتعاش آزاد را از طریق نوشتن ماتریس‌های جرم و سختی محاسبه کنید. ستون‌ها دارای پای مفصلی هستند. سختی همه ستون‌ها معادل EI فرض شود.



حل: ابتدا ماتریس سختی و جرم محاسبه می‌شود. برای یک ستون مفصلی سختی جانبی $\frac{3EI}{h^3}$

است.

$$K = \frac{EI}{h^3} \begin{bmatrix} 30 & -24 \\ -24 & 24 \end{bmatrix}, \quad M = m \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$[K - M\omega_n^2] = \begin{bmatrix} \frac{30EI}{h^3} - m\omega_n^2 & \frac{-24EI}{h^3} \\ \frac{-24EI}{h^3} & \frac{24EI}{h^3} - 0.5m\omega_n^2 \end{bmatrix}$$

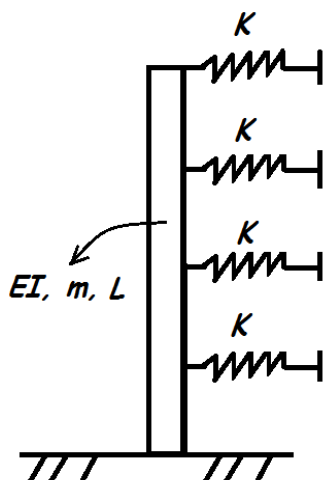
$$|K - M\omega_n^2| = 0 \rightarrow \left(\frac{30EI}{h^3} - m\omega_n^2\right)\left(\frac{24EI}{h^3} - 0.5m\omega_n^2\right) - \left(\frac{-24EI}{h^3}\right)^2 = 0$$

$$\rightarrow \omega_1^2 = \frac{EI}{mh^3}(3.886) \text{ و } \omega_2^2 = \frac{EI}{mh^3}(74.114)$$

مثال (۴-۵): برای سیستم خمشی شکل مقابل فرکانس ارتعاش آزاد را با استفاده از روش تقریبی

رایلی محاسبه کنید.

میله قائم دارای سختی خمشی و جرم است. فنرها با فاصله مساوی در ارتفاع قرار گرفته‌اند.



حل: اگر فرض کنیم که تابع شکل به صورت زیر باشد، داریم:

$$\psi(x) = 1 - \cos \frac{\pi x}{2L}$$

در این صورت خواهیم داشت:

$$\omega_n^2 = \frac{\int_0^L EI(x) [\psi''']^2 dx + \sum_{j=1}^N K_j (\psi_j - \psi_{j-1})^2}{\int_0^L m(x) [\psi(x)]^2 dx + \sum_{j=1}^N m_j (\psi_j)^2}$$

$$\psi\left(\frac{3L}{4}\right) = 0.62 \quad \psi(L) = 1 \quad \psi\left(\frac{L}{2}\right) = 0.29 \quad \psi\left(\frac{L}{4}\right) = 0.08 \quad \psi(0) = 0$$

$$\psi'(x) = \frac{\pi}{2L} \sin \frac{\pi x}{2L}$$

$$\psi''(x) = \left(\frac{\pi}{2L}\right)^2 \cos \frac{\pi x}{2L}$$

با فرض EI و m ثابت داریم:

$$\int_0^L EI(x) [\psi''']^2 dx = EI \int_0^L \left[\left(\frac{\pi}{2L}\right)^2 \cos \frac{\pi x}{2L}\right]^2 dx = \frac{EI\pi^4}{32L^3}$$

$$\int_0^L m(x) [\psi(x)]^2 dx = m \int_0^L \left[1 - \cos \frac{\pi x}{2L}\right]^2 dx = 0.2267mL$$

$$\sum_{j=1}^N K_j (\psi_j - \psi_{j-1})^2 = k \{(0.08 - 0)^2 + (0.29 - 0.08)^2 + (0.62 - 0.29)^2 + (1 - 0.62)^2\} = 0.3k$$

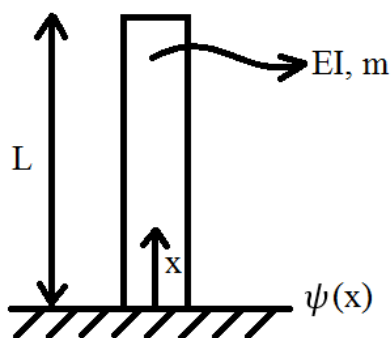
$$\omega_n^2 = \frac{\frac{EI\pi^4}{32L^3} + 0.3k}{0.2267mL}$$

مسئله (۶-۴): معادله لازم برای تعیین دقیق فرکانس‌های طبیعی ارتعاش سازه طره‌ای شکل مقابل

را بدست آورید. تابع شکل مورد نظر در زیر داده شده است.

$$\psi = B_1 \cos \lambda x + B_2 \sin \lambda x + B_3 \cosh \lambda x + B_4 \sinh \lambda x$$

$$\lambda = \left(\omega^2 \frac{m}{EI} \right)^{\frac{1}{4}}$$



حل: تابع شکل داده شده است و لازم است چهار شرط مرزی برای محاسبه ضرایب B_1 تا B_4

نوشته شود.

$$x = 0 \rightarrow \psi = 0 \Rightarrow B_1 + B_3 = 0 \quad (1)$$

$$x = 0 \rightarrow \psi' = 0 \Rightarrow B_2 + B_4 = 0 \quad (2)$$

$$x = L \rightarrow M = 0 \Rightarrow -EI\psi'' = 0 \quad (3)$$

$$x = L \rightarrow V = 0 \Rightarrow -EI\psi''' = 0 \quad (4)$$

باتوجه به معادله ۳ داریم:

$$\lambda^2(-B_1 \cos \lambda x - B_2 \sin \lambda x + B_3 \cosh \lambda x + B_4 \sinh \lambda x) = 0$$

باتوجه به معادله ۴ داریم:

$$\lambda^3(B_1 \cos \lambda x - B_2 \cosh \lambda x + B_3 \sinh \lambda x + B_4 \cosh \lambda x) = 0$$

اگر B_3 و B_4 را از معادله بالا با قرارگیری مقادیر مناسب حذف کنیم، داریم:

$$(\cos \lambda L + \cosh \lambda L)B_1 + (\sin \lambda L + \sinh \lambda L)B_2 = 0$$

$$(\sin \lambda L - \sinh \lambda L)B_1 + (\cos \lambda L + \cosh \lambda L)B_2 = 0$$

برای آنکه B_1 و B_2 جواب غیر صفر داشته باشند باید دترمینان ماتریس ضرایب آن‌ها صفر باشد،

پس داریم:

$$(\cos \lambda L + \cosh \lambda L)^2 - (\sin \lambda L - \sinh \lambda L)(\sin \lambda L + \sinh \lambda L) = 0$$

جمله دوم در واقع به صورت $\sin \lambda L^2 - \sinh \lambda L^2$ نوشته می‌شود و در نهایت پس از ساده-

سازی به معادله زیر می‌رسیم:

$$2(1 + \cos \lambda L \cosh \lambda L) = 0$$

از صورت مسئله داریم که $\lambda = \left(\omega^2 \frac{m}{EI}\right)^{\frac{1}{4}}$ ، بنابراین داریم:

$$\left[\cos L \left(\omega^2 \frac{m}{EI}\right)^{\frac{1}{4}} \right] + \left[\cosh L \left(\omega^2 \frac{m}{EI}\right)^{\frac{1}{4}} \right] = 0$$

معادله بالا، معادله فرکانس ارتعاش آزاد تیرهای طره‌ای است.

نکته ۱: برای سایر تیرها معادله دیفرانسیل ارتعاش به صورت زیر خواهد بود:

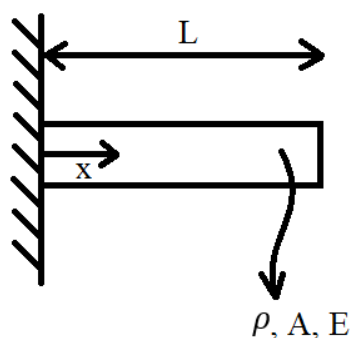
$$\text{تیر دوسر گیردار} \quad \rightarrow 1 - \cos L \left(\omega^2 \frac{m}{EI}\right)^{\frac{1}{4}} \cosh L \left(\omega^2 \frac{m}{EI}\right)^{\frac{1}{4}} = 0$$

$$\text{تیر دو سر ساده} \quad \rightarrow \omega_n = \frac{n^2 \pi^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}$$

$$\text{یک سر گیردار و یک سر ساده} \quad \rightarrow \tan \left\{ L \left(\omega^2 \frac{m}{EI}\right)^{\frac{1}{4}} \right\} = \tanh \left\{ L \left(\omega^2 \frac{m}{EI}\right)^{\frac{1}{4}} \right\}$$

نکته ۲: در روابط بالا ارتعاش عرضی تیر مورد نظر بوده است. اگر ارتعاش طولی تیر مورد نظر

باشد، خواهیم داشت:



$$u(x, t) = \left(A \cos \frac{\omega x}{V_c} + B \sin \frac{\omega x}{V_c} \right) (C \cos \omega t + D \sin \omega t)$$

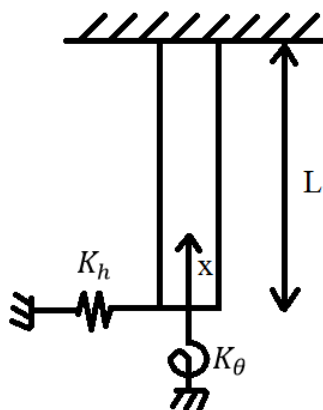
$$V_c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad , \quad V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

نکته ۳: در صورتی که بخواهیم اندرکنش خاک و سازه را وارد مسئله نماییم به جای تکیه‌گاه

گیردار متصل به زمین، از فنرهای افقی و دورانی استفاده می‌شود. در این صورت باید از تابع شکلی

استفاده شود که تغییر مکان لازم را در محل اتصال سازه به زمین داشته باشد. به‌عنوان مثال برای سازه

شکل زیر داریم:



$$x = 0 \rightarrow EI\psi''' = K_h\psi \quad (1)$$

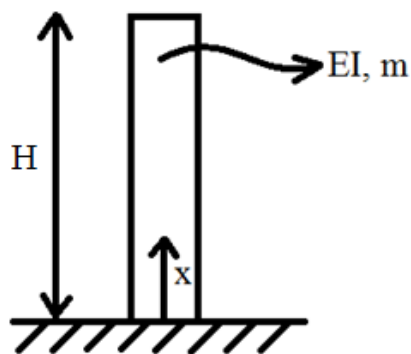
$$x = 0 \rightarrow EI\psi'' = -K_\theta \frac{\delta\psi}{\delta x} \quad (2)$$

$$x = L \rightarrow \psi = 0 \text{ و } \psi' = 0 \quad (3)$$

مسئله (۴-۷): برای کنسول شکل مقابل با فرض آن که مودهای ارتعاش دارای تابع شکل

کسینوسی باشند، با در نظرگیری مود اول و دوم ارتعاش، فرکانس ارتعاش آزاد را محاسبه کنید.

همچنین شکل مودها را بدست آورید.



حل: برای محاسبه فرکانس ارتعاش آزاد می‌توان از روش تقریبی رایلی- ریتز استفاده کرد.

برای درآیه‌های ماتریس جرم و سختی داریم:

$$K_{ij} = \int_0^H EI \psi''_i(x) \psi''_j(x) dx$$

$$m_{ij} = \int_0^H m \psi_i(x) \psi_j(x) dx$$

برای توابع شکل می‌توانیم از روابط زیر استفاده کنیم:

$$\psi_1(x) = 1 - \cos\left(\frac{\pi x}{2H}\right)$$

$$\psi_2(x) = 1 - \cos\left(\frac{3\pi x}{2H}\right)$$

ماتریس سختی به صورت زیر خواهد شد:

$$[K^*] = \frac{EI}{H^3} \begin{bmatrix} 3.044 & 0 \\ 0 & 246.567 \end{bmatrix}$$

همچنین ماتریس جرم به صورت زیر بدست خواهد آمد:

$$[M^*] = mH \begin{bmatrix} 0.228 & 0.575 \\ 0.575 & 1.924 \end{bmatrix}$$

برای آن‌که فرکانس آزاد را محاسبه کنیم باید قرار دهیم:

$$|[K^*] - \omega^2[M^*]| = 0$$

بنابراین داریم:

$$\begin{vmatrix} 3.044 \frac{EI}{H^3} - 0.228M\omega^2 & -0.757M\omega^2 \\ -0.575M\omega^2 & 246.567 \frac{EI}{H^3} - 1.924M\omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow 0.108(\omega^2)^2 - 62.066 \left(\frac{EI}{MH^3} \right) \omega^2 + 740.687 \left(\frac{EI}{MH^3} \right)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \omega_1^2 = 12.142 \left(\frac{EI}{MH^3} \right) \Rightarrow \omega_1 = 3.49 \left(\frac{EI}{mH^4} \right)^{0.5}$$

$$\Rightarrow \omega_2^2 = 562.44 \left(\frac{EI}{MH^3} \right) \Rightarrow \omega_2 = 23.71 \left(\frac{EI}{mH^4} \right)^{0.5}$$

$$M = mH$$

مقادیر ω_1 و ω_2 ی حل شده از حل بالا اختلاف بسیار کمی با حل دقیق دارند.

برای بدست آوردن شکل مودها خواهیم داشت:

برای مود اول ارتعاش داریم:

$$\omega_1 = 3.49 \left(\frac{EI}{MH^4} \right)^{0.5}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} K_{11} - M_{11} \omega^2 \\ K_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{11} \\ \varphi_{21} \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} 3.044 \frac{EI}{H^3} - [0.228(\omega_1^2)M] & -0.757(\omega_1^2)M \\ -0.575(\omega_1^2)M & 246.567 \frac{EI}{H^3} - 1.924(\omega_1^2)M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{11} \\ \varphi_{21} \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 0.267 & -7.003 \\ -7.003 & 223.125 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{11} \\ \varphi_{21} \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \frac{\varphi_{21}}{\varphi_{11}} = 0.031$$

$$\Rightarrow \psi(x) = [1.00 \quad 0.031] \begin{bmatrix} 1 - \cos\left(\frac{\pi x}{2H}\right) \\ 1 - \cos\left(\frac{3\pi x}{2H}\right) \end{bmatrix}$$

مسئله (۸-۴): مسئله قبل را با فرض تابع شکل $\psi_n(x) = \left(\frac{x}{H}\right)^{n+1}$ دوباره حل کنید.

$$\psi_1(x) = \left(\frac{x}{H}\right)^2$$

$$\psi_2(x) = \left(\frac{x}{H}\right)^3$$

$$\underline{[K^*]} = \frac{EI}{H^3} \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 12 \end{bmatrix}$$

$$\underline{[M^*]} = M \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{7} \end{bmatrix}$$

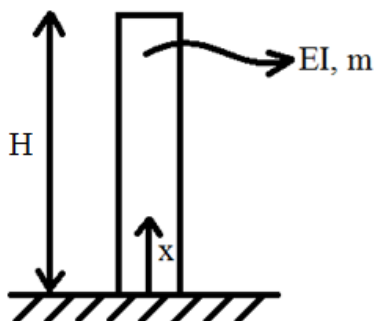
$$\left| \underline{[K^*]} - \omega^2 \underline{[M^*]} \right| = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} \frac{4EI}{H^3} - \frac{1}{5}M\omega^2 & \frac{6EI}{H^3} - \frac{1}{6}M\omega^2 \\ \frac{6EI}{H^3} - \frac{1}{6}M\omega^2 & \frac{12EI}{H^3} - \frac{1}{7}M\omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\omega_1 = 3.53 \left(\frac{EI}{mH^4}\right)^{0.5}$$

$$\omega_2 = 34.806 \left(\frac{EI}{mH^4}\right)^{0.5}$$

جواب‌های این روش با حل دقیق برای مود اول اختلاف کم و برای مود دوم اختلاف زیادی دارند.

نکته: برای تیرها فرکانس ارتعاش آزاد از رابطه‌ی زیر قابل محاسبه است:



$$\omega_n = C_n \left(\frac{EI}{mH^4} \right)^{0.5}$$

$$C_n = (\alpha_n H)^2$$

محاسبه $\alpha_n H$ به روش تقریبی:

$$(\alpha_n H) = \left(n - \frac{1}{2} \right) \pi$$

$$1 + \{[\cos(\alpha_n H)][\cosh(\alpha_n H)]\} = 0 \quad \text{روش دقیق:}$$

هم‌چنین تابع $\psi_n(x)$ به صورت زیر خواهد بود:

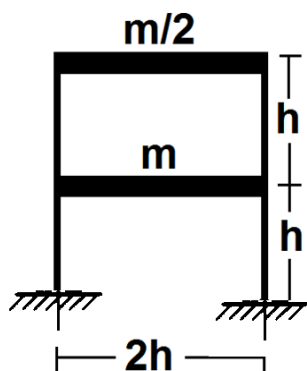
$$\psi_n(x) = [\cosh(\alpha_n H) - \cos(\alpha_n H)] - \beta_n [\sinh(\alpha_n H) - \sin(\alpha_n H)]$$

که در آن از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\beta_n = \frac{\cos(\alpha_n H) + \cosh(\alpha_n H)}{\sin(\alpha_n H) + \sinh(\alpha_n H)}$$

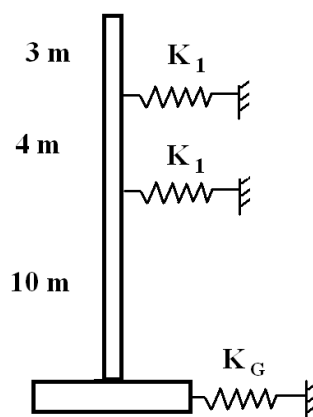
n	$C_n = (\alpha_n H)^2$	β_n	Shape
1	3.5160	0.734096	
2	22.0345	1.018466	
3	61.6972	0.999225	
4	120.0902	1.000033	
5	199.8600	1.0000	

مسائل حل نشده فصل چهارم:



۱. برای سازه شکل مقابل فرکانس مود اول و دوم ارتعاش آزاد را محاسبه کنید. ستون‌ها دارای پای گیردار هستند. سختی همه ستون‌ها معادل EI فرض شود. نتیجه را با پاسخ مثال (۴-۴) مقایسه کنید.

۲. سازه مقابل، لوله فولادی با مقطع دایره توخالی با قطر خارجی نیم متر و ضخامت یک سانتی‌متر است. اندرکنش خاک زیر پی با فنر افقی به سختی K_G مدل‌سازی شده است. بر اساس روش جرم پیوسته؛ الف) فرکانس ارتعاش آزاد سازه در دو حالت با و بدون اثرات اندرکنش خاک-سازه را محاسبه کنید.

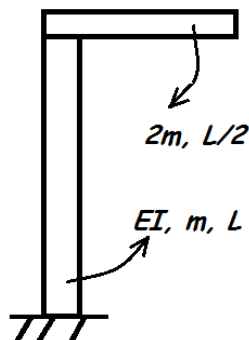


ب) برای لحظه $t=5$ ثانیه، تغییر مکان در سازه را به ازای بار خارجی دینامیکی $P=80(\sin 2t)$ محاسبه کنید. این بار بر حسب کیلونیوتن بوده و به مدت دو دقیقه به صورت متمرکز در وسط ارتفاعی سازه وارد می‌شود.

$$K_G = 1 \times 10^9 \text{ N-m}, K_1 = 1 \times 10^8 \text{ N-m}$$

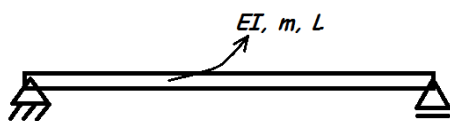
$$, E = 2 \times 10^7 \text{ N/m}^2$$

ج) با استفاده از یک نرم افزار مناسب برای این سازه تحلیل دینامیکی تاریخچه زمانی انجام دهید. پاسخ تغییر مکان سیستم یک درجه آزادی را با پاسخ سیستم واقعی مورد مقایسه قرار دهید.



۳. با استفاده از روش تقریبی رایلی - ریتز فرکانس مود اول و مود دوم ارتعاش سیستم مقابل را محاسبه کنید. برای حل مسئله از تابع شکل مناسب استفاده کنید.

ستون دارای سختی خمشی است و سقف صلب فقط می تواند به صورت افقی حرکت کند.



۴. با استفاده از روش گلرکین و با به کارگیری تابع شکل کنیرال جمله درجه ۳، فرکانس مودهای اول تا سوم ارتعاش تیر داده شده را محاسبه کنید.

فصل پنجم

اثر ساختگاه در تحلیل لرزه‌ای سازه‌ها

۵-۱- مقدمه

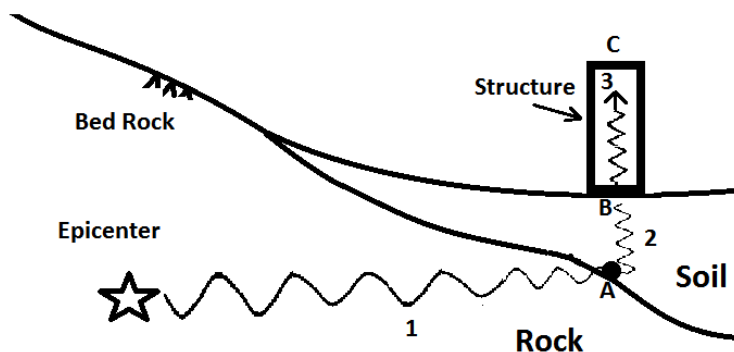
امواج لرزه‌ای از نقطه ایجاد آن‌ها تا برخورد به سازه مسیرهای متفاوتی را طی می‌کنند. در شکل (۱-۵) سه مسیر متفاوت برای این امواج نشان داده شده است. در مسیر (۱) امواج با کاهش دامنه مواجه هستند. این کاهش دامنه به دلیل آن است که هر چه امواج در مسیر خود پیشروی می‌کنند در فضای بزرگتری پخش می‌شوند. با توجه به آن که مقدار انرژی کل تولید شده ثابت است، دامنه امواج با کاهش مواجه خواهد شد. محققین روابط مختلفی برای محاسبه کاهش شتاب در برابر فاصله ارائه کرده‌اند. این روابط تحت عنوان "روابط کاهندگی (Attenuation Relations)" شناخته می‌شوند و بر اساس اندازه‌گیری شدت امواج در زلزله‌های گذشته به صورت تجربی برای هر منطقه تعیین می‌گردند. Douglas (2001) تعداد زیادی از این روابط را در یک کتاب گردآوری کرده است. بحث جامع این روابط در موضوع این نوشتار نیست و خوانندگان می‌توانند به کتب لرزه‌خیزی و برآورد خطر زلزله مراجعه نمایند.

در مسیر (۲) امواج هر چند مسیر کوتاهی را طی می‌کنند، ولی با تغییرات قابل توجهی مواجه هستند. این تغییرات تحت تأثیر جنس و هندسه لایه‌های خاک، وجود و یا عدم وجود سازه و یا شمع در لایه خاک و همچنین توپوگرافی سطح زمین ایجاد می‌گردد. بحث اصلی مورد نظر در فصل حاضر به مسیر (۲) مربوط می‌شود که تحت عنوان "اثر ساختگاه (Site Effect)" در ادبیات فنی مطرح می‌شود. در طول مسیر (۳)، سازه امکان حرکت جانبی بیشتری دارد و لذا امواج لرزه‌ای تقویت شده و دامنه بزرگتری خواهند یافت. به دلیل آن که سازه قیدهای جانبی کمتری نسبت به خاک دارد، امواج در مسیر (۳) دامنه ارتعاش بالاتری نسبت به مسیر (۲) خواهند داشت.

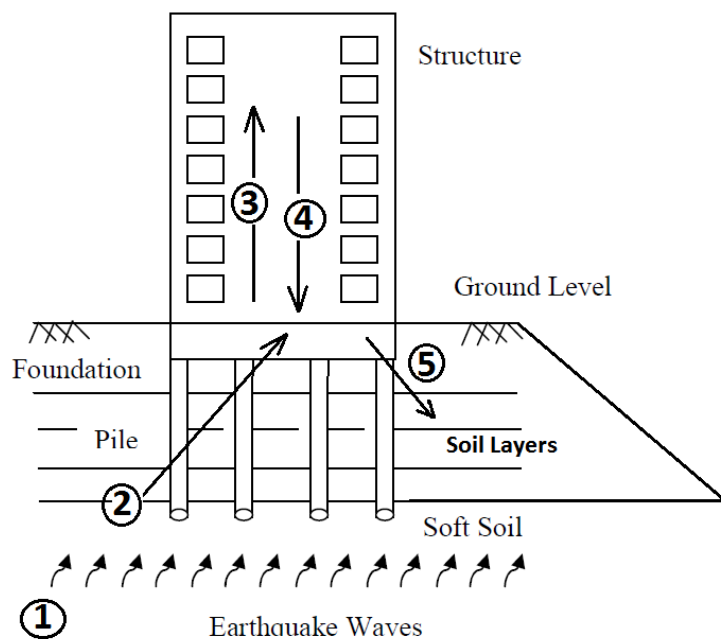
در شکل (۲-۵) به طور دقیق‌تری مسیر امواج در اطراف سازه نمایش داده شده است. ارتعاش سازه در اثر موج (۳) باعث می‌شود که سازه به حرکت درآمده و خود به عنوان یک منبع جدید برای

تولید ارتعاش، ایفای نقش نماید. امواج (۴) در اثر این پدیده به وجود خواهند آمد. این وضعیت نمادی از اندرکنش اینرسی دار (Inercial Interaction) محسوب می‌شود. امواج (۴) پس از برخورد با شالوده سازه به درون زمین انتشار می‌یابند و امواج (۵) را به وجود می‌آورند. با توجه به وجود میرایی تابشی دامنه این امواج با دور شدن از پی کاهش می‌یابد.

نکته دیگری که در فصل حاضر مورد بحث واقع خواهد شد اثر وجود گروه شمع و همچنین اثر شیب ساختمانگاه در اندرکنش خاک و سازه است. در واقع امواج (۱) وقتی به شیب برخورد می‌کنند، دسته‌ای جدید از امواج سطحی را ایجاد می‌نمایند که پاسخ لرزه‌ای سازه را تحت تأثیر قرار خواهند داد.



شکل (۵-۱): نحوه حرکت و انتقال امواج از مرکز زلزله تا سازه



شکل (۲-۵): نحوه انتشار امواج در نزدیکی سازه (اثر ساختگاه)

۲-۵- عوامل مؤثر بر پاسخ ساختگاه

بدون توجه به وجود سازه، ویژگی‌های ساختگاه تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر تغییر دامنه ارتعاش امواج در مسیر (۲) از شکل (۱-۵) خواهند داشت. در واقع موج ورودی به ساختگاه در نقطه A دارای فرکانس مشخصی است، اما همین موج وقتی در نقطه (۲) به پی سازه برخورد می‌نماید مشخصات کاملاً متفاوتی نسبت به نقطه A دارد. بنابراین شناخت ساختگاه به خودی خود حائز اهمیت است. اصلی‌ترین عواملی که فرکانس امواج لرزه‌ای را در مسیر (۲) تحت تأثیر قرار می‌دهند به صورت زیر هستند:

- توپوگرافی سطحی زمین (وجود پستی و بلندی در سطح زمین)
- وجود شیب در مجاورت ساختگاه
- مشخصات مکانیکی و جنس لایه‌های خاک
- مشخصات هندسی لایه‌های خاک و ضخامت آبرفت
- وجود سازه مدفون و گروه شمع در آبرفت

به طور قطع بررسی دقیق هر یک از عوامل ذکر شده نیاز به نوشتاری مستقل دارد. در این جا به منظور آشنایی با اثرات هر یک از این عوامل به اختصار برخی دستاوردهای محققین مرور می‌شود.

۵-۲-۱- اثرات توپوگرافی و مجاورت شیب

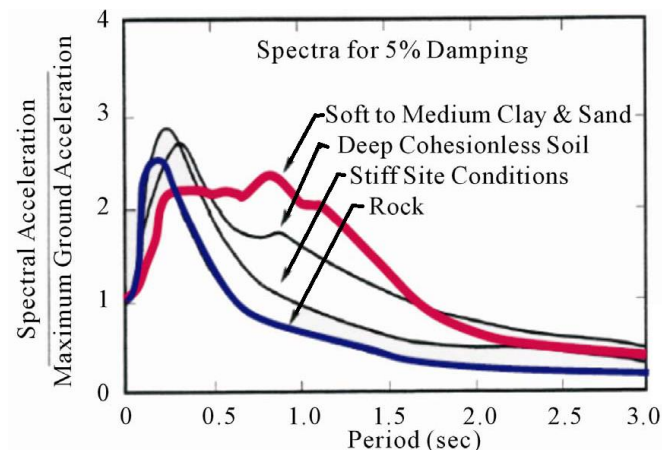
محققین زیادی اثر توپوگرافی سطحی زمین و همچنین اثر وجود شیب در آبرفت را به صورت آزمایشگاهی، صحرایی، عددی و یا تحلیلی مورد بررسی قرار داده‌اند. در این بند خلاصه مهم‌ترین دستاوردهای محققین قبل در این زمینه در ادامه بیان شده و در پایان این فصل با شرح بیشتری جزئیات نحوه تأثیر توپوگرافی بر پاسخ نقاط در سطح زمین ارائه می‌گردد.

۱. توپوگرافی زمین، محتوای فرکانسی، دامنه و مدت تداوم امواج لرزه‌ای را تحت تأثیر قرار می‌دهد.
۲. برآمدگی‌های سطح زمین باعث تشدید و تولید امواج سطحی قوی در قلّه‌ها و بازگشت آنها به سوی مرکز تپه می‌گردند. میزان تشدید امواج تابع ارتفاع تپه و شیب آن است. (Narayan and Rao, 2003)
۳. در برخی از زلزله‌های گذشته دیده شده است که شدت خرابی ساختمان‌های بناشده بر بالای تپه‌ها نسبت به ساختمان‌های واقع شده بر دامنه همان تپه بیشتر است. شدت زلزله در دره به میزان یک تا دو مقیاس کمتر از نواحی اطراف آن است.

۴. در شرایط مساوی، ساختمان‌هایی که در مجاورت و یا بر روی شیب‌های تند ساخته شده‌اند، خسارت بیشتری نسبت به ساختمان‌های بنا شده بر روی شیب‌های ملایم متحمل شده‌اند. از سوی دیگر در یک شیب هر چه به انتهای پایینی شیب نزدیک‌تر می‌شویم، شدت خرابی کاهش یافته است.

۵-۲-۲- اثرات جنس لایه‌های ساختگاه

به طور کلی هر چه جنس لایه‌های ساختگاه سخت‌تر باشد، پرپود اساسی ساختگاه (پرپودی که در آن حداکثر شتاب در طیف پاسخ اتفاق می‌افتد) مقدار کمتری خواهد داشت. در شکل (۵-۳) نمونه‌ای از مطالعات قدیمی در این زمینه نشان داده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، بیشترین پرپود اساسی مربوط به لایه‌هایی از جنس خاک رس نرم و ماسه است و کمترین پرپود در لایه سنگی دیده شده است. با این حال مقدار شتاب طیفی در لایه‌هایی از جنس خاک سخت و متراکم بیشترین مقدار را داشته است و حتی از شتاب طیفی لایه سنگی هم بیشتر است. به عبارت دیگر تشدید امواج در خاک دانه‌ای متراکم بیشتر از تشدید در خاک نرم رسی و همچنین در لایه‌های سنگی بوده است.



شکل (۳-۵): اثر جنس ساختگاه بر طیف پاسخ شتاب (Seed and Idriss, 1969)

۵-۲-۲- اثرات ضخامت لایه آبرفت

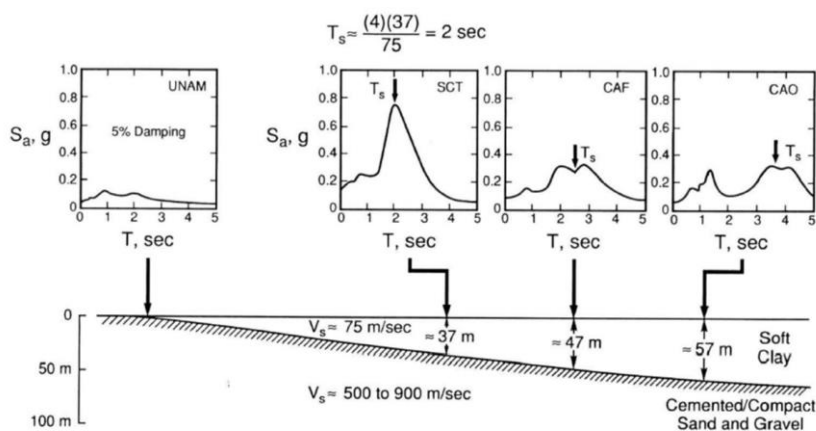
ضخامت لایه آبرفت به طور مستقیم بر فرکانس ارتعاش آزاد تأثیر می‌گذارد. در مباحث ژئوتکنیک لرزه‌ای نشان داده می‌شود که برای یک لایه آبرفتی همگن به ضخامت H پریود اساسی ارتعاش آزاد آبرفت از رابطه زیر به دست می‌آید: (Kramer, 1996)

$$T = \frac{4H}{V_s} \quad (۱-۵)$$

که در آن V_s سرعت عبور موج برشی از یک لایه آبرفت است. در عمل ضخامت لایه آبرفت در طول حوضه آبریز متغیر است و به طور معمول از بالا به پایین حوضه در حال افزایش است. نمونه‌ای از این آبرفت‌های رودخانه‌ای در شکل (۴-۵) نمایش داده شده است. همان‌گونه که دیده می‌شود، ضخامت آبرفت از صفر تا حدود ۶۰ متر در این حوضه متغیر است. بر همین اساس پریود ارتعاش آزاد لایه خاک در هر مقطع یک مقدار خاص خواهد داشت که با سایر مقاطع تفاوت دارد. در بالای این شکل پاسخ آبرفت مذکور به یک ارتعاش ناشی از زلزله مکزیکوسیتی در سال ۱۹۸۵ نمایش

داده شده است. همان‌گونه که دیده می‌شود برای همه مقاطع پریود شتاب حداکثر متناسب با پریود محاسبه شده از رابطه (۵-۱) است. با این حال حداکثر شتاب در نقاط مختلف مقادیر متفاوتی را دارد. این عدد در رخنمون سنگی (خاک سخت سیمانته) دارای کمترین مقدار و برای نقطه‌ای که ضخامت آبرفت حدود ۳۷ متر است بیشترین مقدار را دارد.

خاطر نشان می‌گردد که این وضعیت مربوط به یک لایه از جنس رس نرم است. در صورتی که لایه خاک از نوع خاک دانه‌ای سخت و متراکم باشد، سرعت موج برشی مقدار بزرگتری داشته و بر این اساس پریود ارتعاش آزاد مقدار کمتری پیدا می‌کند. در چنین شرایطی ممکن است تشدید و رخداد بیشترین شتاب طیفی در نقطه‌ای دیگر از آبرفت و یا حتی در رخنمون سنگی باشد.



شکل (۵-۴): اثر عمق آبرفت (رس نرم) در ساختگاه بر طیف شتاب در زلزله مکزیکوسیتی سال ۱۹۸۵

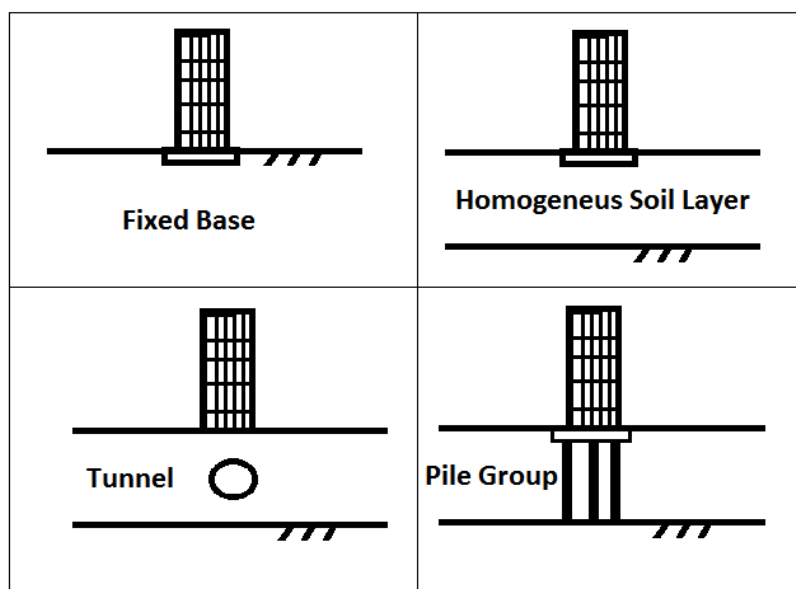
۵-۲-۴- اثرات وجود سازه و شمع در آبرفت

در شکل (۵-۵) چند حالت مختلف برای یک ساختمانی تک لایه از آبرفت نرم نشان داده شده است. پریود ارتعاش آبرفت در هر یک از حالت‌های نشان داده شده چگونه محاسبه می‌شود؟ وجود سازه به چه میزان ارتعاش آبرفت را تحت تأثیر قرار می‌دهد؟ آیا فرکانس ارتعاش شمع و آبرفت در یک لایه آبرفتی یکسان است؟ به عبارت دیگر آیا شمع و آبرفت هر دو با یک فرکانس و دامنه ارتعاش می‌کنند و یا دارای پاسخ‌های متفاوتی هستند؟ ارتعاش ساختمان بنا شده بر روی هر یک از آبرفت‌های نشان داده شده چه تفاوتی با ساختمان بنا شده بر روی سنگ بستر و یا ساختمان با پایه گیردار دارد؟ این موارد سؤالات اساسی در مبحث ارتعاش آبرفت‌های دارای سازه است که در سال‌های اخیر در دست مطالعه محققین قرار گرفته است.

مرور مطالعات محققین گذشته نشان می‌دهد که وجود عناصری (همانند شمع‌ها) که موجب تغییراتی در سختی زمین می‌گردند، باعث تغییر در رفتار ارتعاشی آبرفت‌های خاکی در آن ناحیه می‌شوند. مسئله تأثیر وجود شمع‌ها بر رفتار ارتعاشی یک لایه آبرفتی در تحقیقات محققین گذشته کمتر مورد توجه قرار گرفته است، بنابراین تحقیقات بیشتر در این زمینه مورد نیاز است تا موضوع از ابعاد دقیق تری مورد بررسی قرار گیرد. بدین منظور سؤالات جدیدی مطرح می‌گردد که پاسخ به آنها می‌تواند در بررسی دقیق تر مسئله اندرکنش خاک شمع سازه راهگشا باشد:

۱. آیا برای آبرفت‌هایی که در آنها شمع‌گذاری شده است پریود ارتعاش آزاد به دلیل سخت تر شدن خاک کمتر از پریود ارتعاش آزاد یک آبرفت خاکی بدون وجود شمع است؟ آیا لازم است این موضوع در مراحل اولیه طراحی لرزه‌ای سازه‌ها مد نظر قرار گیرد؟

۲. آیا با اتکایی شدن شمع‌ها، اثرات وجود شمع بر تغییر پریود ارتعاش آبرفت خاکی بیشتر می‌گردد؟ به عبارت دیگر پریود ارتعاش آزاد آبرفت با شمع اتکایی بیشتر است و یا پریود ارتعاش آبرفت با شمع‌های شناور؟
۳. افزایش تعداد شمع‌ها چگونه بر پریود ارتعاش آبرفت خاکی تأثیرگذار است و آیا هر چه تعداد شمع‌های گروه بیشتر شوند پریود ارتعاش آبرفت خاکی تفاوت بیشتری نسبت به حالت بدون شمع پیدا می‌کند؟
۴. آیا روش مستقیم تحلیل اندرکنش خاک و سازه راهکار مناسبی برای تحلیل لرزه‌ای سیستم‌های شمع-خاک-سازه است و یا نتایج روش فنر معادل به واقعیت نزدیکتر است؟ در روش مستقیم مقدار مشارکت جرم زمین در ارتعاش سیستم چگونه تعیین می‌شود؟

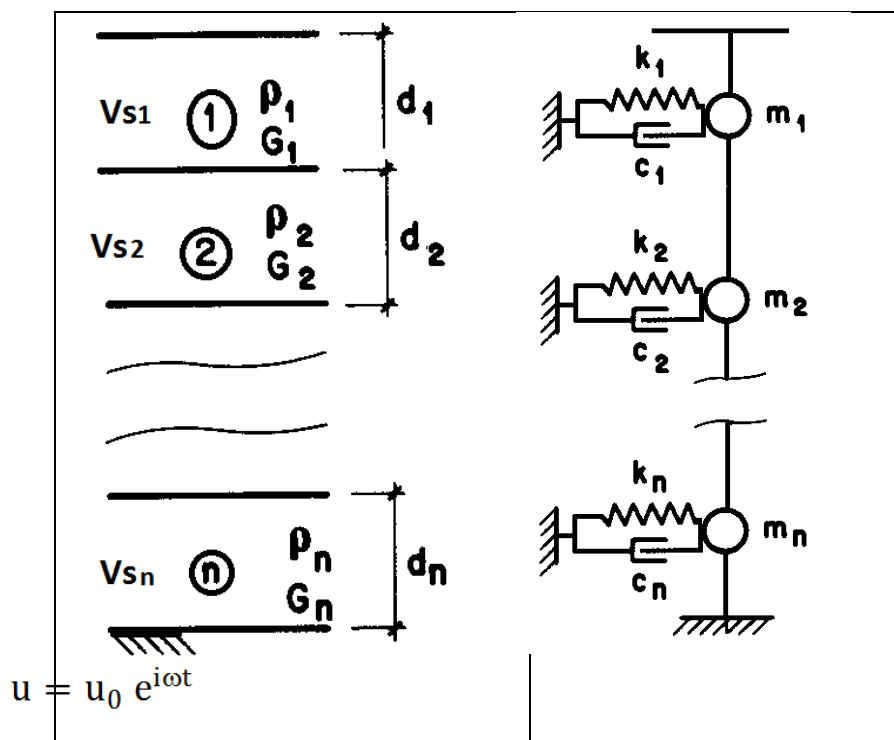


شکل (۵-۵): چهار وضعیت متفاوت برای یک ساختمان یک سازه

۵-۳- تحلیل یک بعدی لایه‌های خاک

در شکل (۵-۶) یک آبرفت چند لایه و همچنین مدل اجزاء مجزای آن که مشتمل بر فنر، میراگر و جرم‌های متمرکز است نمایش داده شده است. از آنجایی که حرکت افقی این آبرفت مدنظر است سختی و میرایی فقط در جهت افقی مدل‌سازی شده است. یادآوری می‌گردد که جهت انتشار امواج قائم، و راستای تغییرمکان آنها افقی است (امواج برشی). اگر تحریک ورودی به سنگ بستر از نوع تغییرمکان باشد، پاسخ آبرفت به این تحریک چگونه خواهد بود؟ تاریخچه تغییرمکان در سطح زمین چگونه محاسبه خواهد شد؟ فرکانس ارتعاش آزاد سیستم چگونه محاسبه می‌گردد؟

برای این منظور باید معادله دیفرانسیل انتشار امواج یک بُعدی برای این سیستم نوشته شده و حل شود. در نهایت پس از ارضای شرایط مرزی، تابع انتقال تغییرمکان از سنگ بستر به سطح زمین به دست خواهد آمد. از سوی دیگر می‌توان با نوشتن معادله تعادل دینامیکی و به دست آوردن ماتریس‌های سختی، میرایی و جرم و حل آن تابع انتقال را به دست آورد. در ادامه جزئیات معادلات در هر یک از دو راهکار بیان می‌گردد. در این‌جا مدل به صورت یک بعدی ارائه شده است و از اثرات دوبعدی بودن آبرفت صرف‌نظر شده است.



شکل (۵-۶): مقطع یک بُعدی از لایه خاک چند لایه و مدل تحلیلی ارتعاش افقی آن

۵-۳-۱- راهکار اول: معادله انتشار موج

تحلیل انتشار امواج در یک خاک چند لایه می‌تواند به صورت الاستیک خطی، ویسکو الاستیک و یا الاستوپلاستیک انجام شود. در این‌جا به منظور آشنایی با روش حل این‌گونه مسائل فقط تحلیل الاستیک خطی (بدون میرایی) بیان می‌گردد. سایر رفتارهای خاک به طور معمول برای تحلیل نیازمند حل عددی هستند. معادله انتشار امواج برشی به صورت یک بُعدی برای لایه j از یک آبرفت چند لایه به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial^2 u_j}{\partial z^2} = \frac{1}{(v_s)_j^2} \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} \quad (۲-۵)$$

در این معادله V_{s_j} سرعت موج برشی و u_j مقدار تغییر مکان در لایه j است. فرض کنید که تحریک ورودی در سنگ بستر هارمونیک در جهت افقی بوده و به صورت $u = u_0 e^{i\omega t}$ نمایش داده شود، که در آن u_0 یک مقدار مشخص برای دامنه تغییر مکان در سنگ بستر است. در این صورت اگر تابع تغییر مکان در هر نقطه به عمق Z از لایه j دارای شکل نمایی باشد، خواهیم داشت:

$$u_j = \bar{u}_j e^{i\omega t} \quad (3-5)$$

با جایگذاری (3-5) در (2-5) خواهیم داشت:

$$\frac{\partial^2 \bar{u}_j}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{(v_s)_j^2} \bar{u}_j = 0 \quad (4-5)$$

بگیریم که \bar{u}_j یک تابع هارمونیک به صورت زیر باشد:

$$\bar{u}_j = A_j \cos\left(\frac{\omega}{V_{s_j}} z\right) + B_j \sin\left(\frac{\omega}{V_{s_j}} z\right) \quad (5-5)$$

ثوابت A_j و B_j از شرایط مرزی به دست خواهند آمد. در این صورت با جایگذاری معادله (5-5) در (4-5) معادله جدیدی حاصل خواهد شد که از حل آن مقدار تغییر مکان برای هر لحظه و در هر نقطه به عمق Z به دست خواهد آمد. باید توجه شود که برای حل یک آبرفت n لایه نیازمند $2n$ شرط مرزی هستیم. برای به دست آوردن این تعداد معادله می‌توانیم بنویسیم:

$$\bar{u}_j(z=0) = \bar{u}_{j-1}(z=d_{j-1})$$

دسته اول شرایط مرزی: تغییر مکان در انتهای لایه بالا
با ابتدای لایه پایین‌تر برابر است. (n-1 شرط)

$$\bar{\tau}_j(z=0) = \bar{\tau}_{j-1}(z=d_{j-1})$$

دسته دوم شرایط مرزی: تنش برشی در انتهای لایه بالا با ابتدای لایه پایین‌تر برابر است. (n-1 شرط)

علاوه بر دو دسته شرط بالا می‌دانیم که تنش برشی در سطح زمین صفر است و تغییرمکان در سنگ بستر هم یک مقدار معلوم دارد (۲ شرط جدید). بنابراین در مجموع $2n$ شرط مرزی برای حل معادله وجود دارد و مسئله به راحتی حل خواهد شد.

۵-۳-۱- راهکار دوم: معادله تعادل دینامیکی

در شکل (۵-۶) مدل تحلیلی آبرفت چند لایه خاک نمایش داده شده است. این مدل مشابه مدل جرم و فنر برای یک ساختمان چند طبقه است. در این جا لازم است جرم و سختی هر لایه را محاسبه کنیم. فرض کنید که جرم لایه‌ها به صورت زیر در نقاط وسط لایه متمرکز شده باشد:

$$m_1 = \rho_1 d_1$$

$$m_2 = \rho_2 d_2$$

$$m_3 = \rho_3 d_3$$

$$m_n = \rho_n d_n$$

بنابراین ماتریس جرم به صورت زیر خواهد بود:

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_n \end{bmatrix}$$

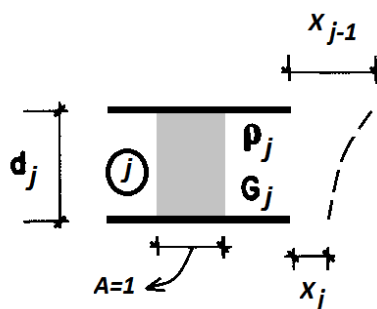
برای پیدا کردن سختی هر لایه باید نیروی لازم برای ایجاد تغییرمکان واحد در جهت حرکت را پیدا کنیم. اگر فرض کنیم که برای هر لایه، تنش برشی از رابطه $\tau = G\gamma$ به دست آید، خواهیم داشت:

$$\tau = G_j \frac{x_{j-1} - x_j}{d_j} = G_j \frac{\Delta x}{d_j}$$

$$F = K(\Delta x), \quad F = \tau A$$

$$A = 1$$

$$\Rightarrow K_j = \frac{G_j}{d_j}$$



بنابراین سختی هر لایه از تقسیم مدول برشی بر ضخامت همان لایه به دست خواهد آمد. در

نهایت ماتریس سختی هم به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & -K_1 & 0 & 0 & 0 \\ -K_1 & K_1 + K_2 & -K_2 & 0 & 0 \\ 0 & -K_2 & K_2 + K_3 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & -K_{n-1} \\ 0 & 0 & 0 & -K_{n-1} & K_{n-1} + K_n \end{bmatrix}$$

برای پیدا کردن مقدار تغییرمکان‌ها در سطح زمین می‌توان از معادله تعادل دینامیکی به صورت

زیر استفاده کرد:

$$M\ddot{y} + C\dot{y} + Ky = F(t) = -M[T]\ddot{U}_g$$

که در آن $[T]$ بردار یکه تبدیل شکل ماتریس جرم به حالت برداری است و خواهیم داشت:

$$[T]^T = [1, 1, 1, \dots, 1]$$

اگر بخواهیم مسئله را در حوزه فرکانس حل کنیم و برای تحریک خارجی در سنگ بستر یک تحریک هارمونیک در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$U_g(t) = \bar{U}_g(\Omega)e^{i\Omega t}$$

که در آن فرکانس تحریک خارجی در سنگ بستر و \bar{U}_g مقدار دامنه آن است. می‌توان فرض کرد که $\bar{U}_g = 1$ است، در این صورت تغییر مکان به دست آمده در سطح زمین در واقع مقدار تشدید تغییر مکان را نشان می‌دهد. با این فرض با مشتق‌گیری از رابطه قبل داریم:

$$\ddot{U}_g(t) = -\Omega^2 \bar{U}_g(\Omega)e^{i\Omega t} = -\Omega^2 e^{i\Omega t}$$

$$\Rightarrow M\ddot{y} + C\dot{y} + Ky = -M[T](-\Omega^2 e^{i\Omega t})$$

حال فرض می‌کنیم که پاسخ تغییر مکان سیستم به صورت یک موج هارمونیک باشد. در این صورت خواهیم داشت:

$$y = \bar{y}e^{i\Omega t} \Rightarrow [-M\Omega^2 + iC\Omega + K]\bar{y} = M[T]\Omega^2$$

از معادله بالا مقدار \bar{y} به دست می‌آید. در مباحث ژئوتکنیک لرزه‌ای نشان داده شده است که اگر آبرفت فقط از یک لایه همگن به ضخامت H و سرعت موج برشی v_s تشکیل شده باشد، در این صورت پریود ارتعاش آزاد به صورت زیر محاسبه خواهد شد:

$$T = \frac{4H}{v_s}$$

۵-۴- تأثیر توپوگرافی شیب بر پاسخ نقاط در سطح زمین

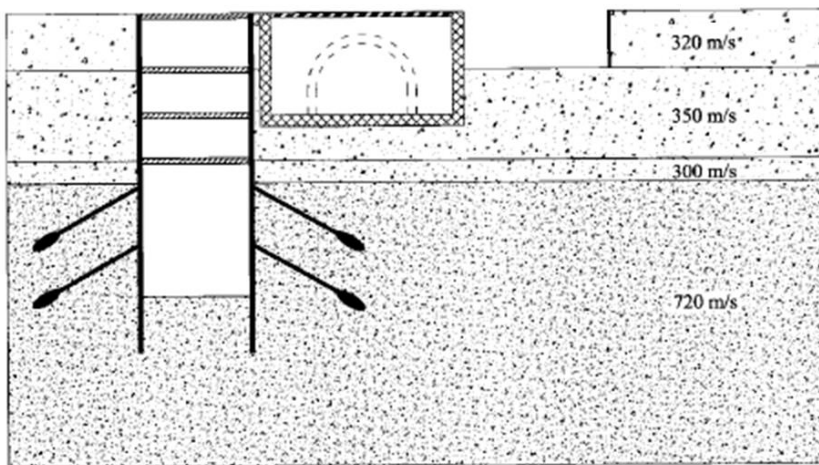
سطح زمین اغلب دارای پستی و بلندی‌های طبیعی و یا دست‌ساز است. این پستی و بلندی‌ها پاسخ نقاط سطحی در اثر ارتعاش سنگ بستر را تحت تأثیر قرار می‌دهند. تپه‌ها و دره‌ها نمونه‌هایی طبیعی و گودبرداری سازه‌ها نمونه دست‌ساز این پستی و بلندی‌ها هستند. در شکل (۵-۷) قرارگیری سازه در مجاورت گودبرداری عمیق باعث شده است که پاسخ لرزه‌ای نقاط مجاور گود متفاوت از شرایط معمول گردد.

نتایج مطالعات حاکی از آن است که پاسخ دینامیکی سطح آزاد و سیستم خاک و سازه به شدت تحت تأثیر شکل توپوگرافی، محل قرارگیری سازه در مجاورت شیب (فاصله سازه از لبه شیب)، زاویه و ارتفاع شیب، فرکانس تحریک ورودی، عمق سنگ بستر، خصوصیات رفتار غیرخطی و مشخصات خاک محل ساختمانه (پلاستیسیته، مدول برشی، مدول بالک، زاویه اصطکاک داخلی و چسبندگی) است.

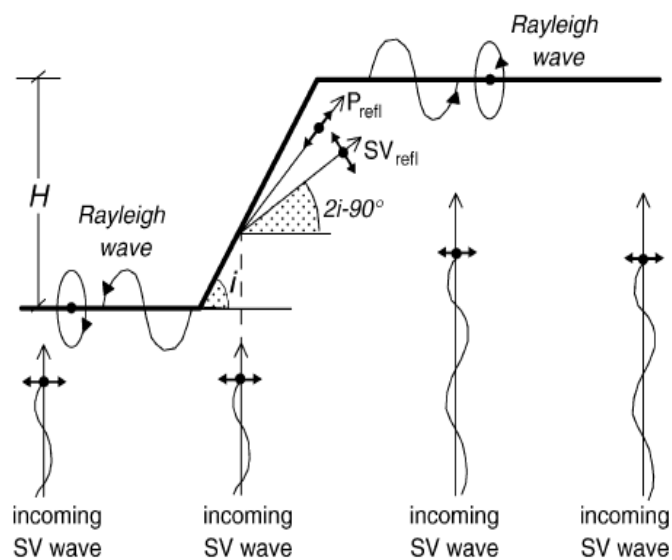
اثر شیب در مقایسه با توپوگرافی‌های تپه‌ای و دره‌ای شکل کمتر مورد توجه محققین قرار گرفته است، با این حال در برخی از زلزله‌های گذشته سازه‌های مجاور لبه شیب به نسبت مناطق دورتر خسارت بیشتری دیده‌اند (Gazetas et al, 2002). از زلزله‌های مخربی که تأثیر این نوع توپوگرافی در آنها مشهود بوده است می‌توان به Whittier Narrows 1987 ، Canal Beagle Chile 1985 ، AthensGreece 1999 و Aegion Greece 1995 اشاره نمود.

اساس مطالعات انجام شده توسط محققین قبل در این زمینه بر استفاده از تئوری انتشار امواج استوار شده است. زیرا محققین عامل اصلی ایجاد مؤلفه جابه‌جایی قائم و بزرگنمایی حرکات سطحی را انعکاس امواج برخورد کرده به شیب می‌دانند. در شکل (۵-۸) به صورت شماتیک امواج ایجاد

شده در محیط مذکور نشان داده شده است. همان‌گونه که دیده می‌شود، امواج قائم (SV) پس از برخورد با سطح زمین یک مؤلفه جدید ایجاد می‌نمایند که رفتار لرزه‌ای شیب تحت تأثیر قرار می‌دهد.



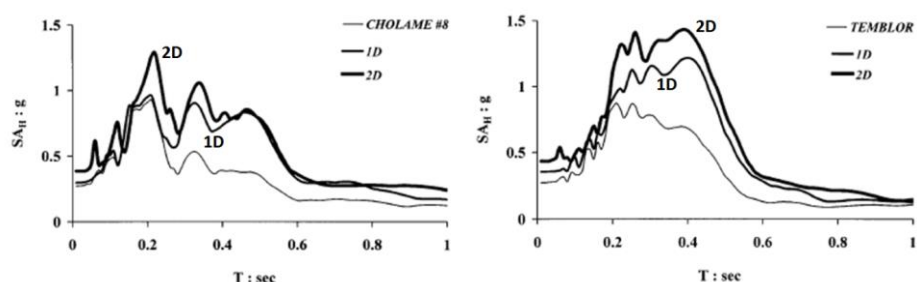
شکل (۷-۵): قرارگیری سازه در مجاورت گودبرداری عمیق پاسخ لرزه‌ای آن را متفاوت از شرایط معمول خواهد کرد



شکل (۵-۸): امواج ایجاد شده در محیط خاک بر اثر حضور شیب Bouckovalas and

Papadimitriou (2005)

Gazetas et al. (2002) به منظور بررسی تأثیر توپوگرافی شیب بر محتوای فرکانسی تحریک ورودی، طیف پاسخ یک و دو بعدی که به ترتیب بیانگر عدم حضور شیب و با در نظرگیری شیب است را بررسی نمودند. حاصل این بررسی برای دو زلزله Cholame و Temblor در شکل (۵-۹) ارائه شده است. این نتایج به خوبی تأثیر شیب بر مقدار بزرگنمایی پاسخ سطح زمین و تغییرات محتوای فرکانسی شتاب در سطح زمین را نشان می‌دهند.

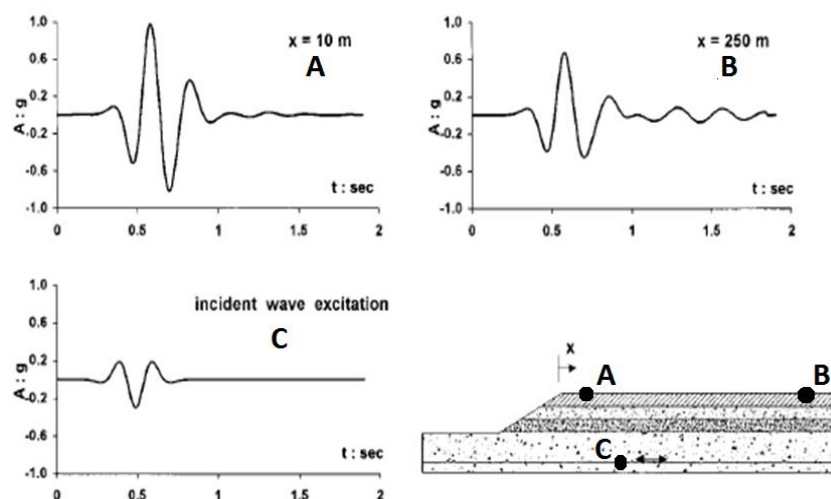


شکل (۵-۹): طیف پاسخ یک بعدی (بدون شیب) و دو بعدی (با حضور شیب) و تحریک ورودی برای دو زلزله مختلف

۵-۴-۱- پارامترهای مؤثر بر رفتار شیب

نتایج مطالعات محققین گذشته اغلب حاکی از بزرگنمایی حرکت افقی و قائم در تاج شیب و کاهش حرکت در پاشنه شیب است. میزان این بزرگنمایی و نیز پاسخ لرزه‌ای شیب به پارامترهای گوناگونی وابسته است که در ادامه به بررسی آن پرداخته می‌شود.

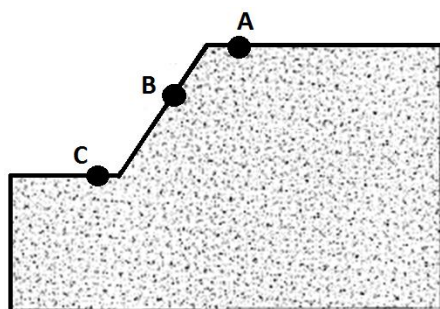
نتایج مطالعات Bouckovalas and Papadimitriou (2005) نشان می‌دهد که تغییرات شتاب افقی حرکت سطح زمین در مجاورت تاج شیب به شدت با فاصله از تاج نوسان می‌کند. نتایج مطالعه Gazetas et al. (2002) نشان می‌دهد که تأثیر توپوگرافی دو بعدی برای شیب مورد مطالعه، فقط تا فاصله ۵۰ متری از لبه تاج شیب قابل توجه است. در شکل (۵-۱۰) به منظور درک مسأله نتایج یکی از آنالیزها ارائه شده است. در این شکل رکورد تاریخچه زمانی شتاب در دو نقطه به فاصله ۱۰ و ۲۵۰ متری از تاج شیب محاسبه شده و با رکورد تحریک ورودی در بستر مقایسه شده است. همان‌گونه که دیده می‌شود، دامنه شتاب در نقاط A و B مقادیر متفاوتی دارد.



شکل (۵-۱۰): تأثیر شیب بر بزرگنمایی پاسخ سطح زمین (Gazetas et al., 2002)

در شکل (۵-۱۱) سه ناحیه مختلف در اطراف شیب نمایش داده شده است. خلاصه نتایج حاصل از مطالعات محققین گذشته نشان می‌دهد که در ناحیه A بزرگنمایی حرکت سطح زمین به صورت نامنظم است و بیشترین بزرگنمایی در فاصله $0.2\lambda_0$ از رأس شیب رخ می‌دهد، که در آن λ_0 طول موج غالب تحریک در سنگ بستر است. حداکثر بزرگنمایی حدود ۲ برابر است و عوامل زیادی مانند زاویه شیب، فرکانس تحریک، تعداد سیکل تحریک، ارتفاع شیب، ضخامت لایه خاک و ... در میزان بزرگنمایی مؤثر هستند. همچنین در ناحیه B در نقاط نزدیک به رأس شیب شاهد بزرگنمایی حرکت افقی هستیم و با نزدیک شدن به پاشنه شیب دامنه حرکات نسبت به سطح آزاد کاهش می‌یابد. هر چه زاویه شیب تندتر باشد این تغییرات شدیدتر خواهد بود. در ناحیه C در نزدیکی پاشنه شیب تحریکات افقی نسبت به سطح آزاد کاهش یافته و با فاصله گرفتن از آن حرکات بزرگتر شده و به حرکت سطح آزاد نزدیک می‌شوند. برای مؤلفه قائم حرکت این روند برعکس است.

در صورت وجود سازه بر لبه شیب (ناحیه A)، پاسخ شتاب افقی و قائم در زیر سازه کاهش یافته و در منطقه بین سازه و تاج شیب افزایش می‌یابد.



شکل (۵-۱۱): بررسی پاسخ لرزه‌ای سه ناحیه مختلف در نزدیکی شیب

سایر نتایج مطالعات محققین به شرح زیر است:

- براساس مطالعات (Assimaki et al. (2005) برای تحریک ورودی مشخص و ثابت، بزرگنمایی ناشی از توپوگرافی با افزایش ارتفاع شیب افزایش می‌یابد.
- مطالعات (Rizzitano et al. (2014) و Dhakal (2004) بر این نکته تأکید دارند که با افزایش زاویه شیب با محور افقی میزان پاسخ‌ها در تاج افزایش می‌یابد و در حالت قائم حداکثر پاسخ اتفاق خواهد افتاد.
- بر اساس مطالعات (Assimaki et al. (2005) تأثیر حضور سازه در تغییر الگوی بزرگنمایی پاسخ در مجاورت شیب در نسبت امپدانس‌های بالا قابل توجه است. در این‌جا منظور از امپدانس حاصل ضرب دانسیته در سرعت موج برشی (ρVs) است.
- براساس مطالعات (Assimaki et al. (2007) نتایج آنالیزهای غیرخطی رفتار متفاوتی را نسبت به آنالیز الاستیک نشان می‌دهند.

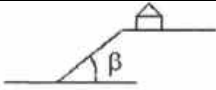
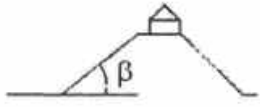
- مطالعات (Dhakal 2004) نشان می‌دهد که افزایش مدول برشی باعث کاهش کاهندگی تأثیرات شیب می‌شود و مدول بالک بعد از حد آستانه‌ای باعث کاهش کاهندگی اثرات توپوگرافی شیب می‌شود که این تابعی از زاویه شیب، ارتفاع شیب و فرکانس تحریک است. به عبارت دیگر هر چه محیط خاکی سخت‌تر (مدول برشی بالاتر) باشد، اثرات توپوگرافی کمتر خواهد بود.
- نتایج نشان می‌دهد که انتشار یا انکسار امواج لرزه‌ای به وسیله توپوگرافی وابسته به فرکانس تحریک ورودی است و مکان رخ دادن ماکزیمم مقدار شتاب افقی در پشت شیب به وسیله طول موج غالب کنترل می‌شود ($x=0.2\lambda_0$) که x فاصله از تاج شیب است. مقدار شتاب در این مکان وابسته به فرکانس مرکزی تحریک است به طوری که با افزایش فرکانس تحریک مقدار شتاب به صورت خطی افزایش می‌یابد. (Assimaki et al., 2005)
- Rizzitano et al. (2014) مقایسه‌ای بین حالت پاسخ شتاب در دو حالت سنگ بستر ارتجاعی و نیمه بینهایت انجام داده‌اند. نتایج آنها نشان می‌دهد که حضور سنگ بستر ارتجاعی به صورت قابل توجهی باعث افزایش شتاب در سطح مجاور شیب می‌شود. میزان افزایش در این حالت تحت تأثیر هر دو عامل توپوگرافی شیب و اختلاف سختی خاک با سنگ بستر خواهد بود. ممکن است اثر اختلاف سختی لایه‌ها بسیار بیشتر از اثر هندسه شیب باشد.

۵-۴-۲- نظرات استاندارد ۲۸۰۰ زلزله ایران

آئین نامه ۲۸۰۰ زلزله ایران (ویرایش چهارم) در یک بند کوتاه بزرگنمایی ناشی از توپوگرافی را مورد توجه قرار داده است. بر اساس این آئین نامه در طراحی لرزه‌ای شیب‌ها و طراحی سازه‌های

واقع بر شیب و یا نزدیک آنها باید نیروی لرزه‌ای در ضریب بزرگ‌نمایی توپوگرافی (S_T) ضرب گردد. همچنین در تحلیل پایداری شیبها لازم است ضریب شبه استاتیکی زلزله (K_h) در S_T ضرب گردد. حداقل مقادیر ضریب بزرگ‌نمایی توپوگرافی در جدول (۵-۱) ارائه گردیده است. این ضریب فقط در یک‌سوم بالایی ارتفاع شیبها اعمال می‌گردد. قابل ذکر است که این بند از آئین‌نامه ۲۸۰۰ مشابه نظر آئین‌نامه اروپایی EC8(EN 1998-1:2004) است.

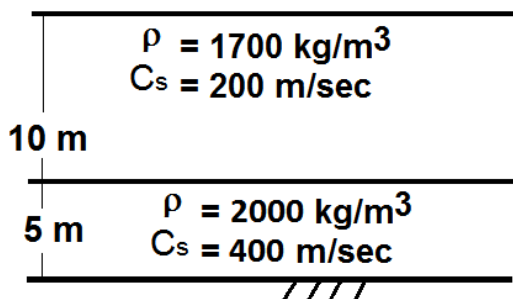
جدول (۵-۱): ضرایب بزرگ‌نمایی ناشی از توپوگرافی بر اساس آئین‌نامه ۲۸۰۰ زلزله ایران

شکل شیب	میانگین زاویه شیب (β) بر حسب درجه	S_T
	> 15	≥ 1.2
	15 تا 30	≥ 1.2
	> 30	≥ 1.4

مسائل حل نشده فصل پنجم:

مسئله (۱-۵): فرکانس ارتعاش آزاد آبرفت دو لایه شکل زیر را با استفاده از معادله انتشار موج

در محیط یک بعدی محاسبه کنید.

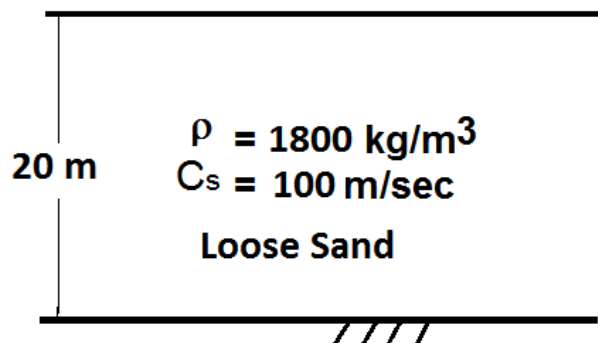


مسئله (۲-۵): مسئله قبل را با استفاده از معادل‌سازی لایه‌ها با فنر و جرم‌های متمرکز دوباره

حل کنید و نتیجه را با حل روش قبل مقایسه کنید.

مسئله (۳-۵): بررسی کنید که اگر با استفاده از روش‌های بهسازی خاک، مدول الاستیسیته در

۱۰ متر بالایی آبرفت زیر دو برابر شود، فرکانس ارتعاش آزاد آن چه تغییری خواهد کرد.



فصل ششم

روش مستقیم تحلیل اندرکنش خاک و سازه

۶-۱- مقدمه

روش مستقیم یکی از روش‌های معمول در تحلیل لرزه‌ای سازه‌ها با در نظرگیری اندرکنش خاک و سازه است. در واقع در این روش اندرکنش سینماتیک و اندرکنش اینرسی دار از همدیگر جدا نمی‌شوند و اثرات ارتعاش سازه و ساختگاه بر همدیگر به طور مستقیم در معادلات تعادل دینامیکی دیده می‌شوند. بنابراین تحریک ورودی در مرز پایین مدل اعمال می‌شود و امواج آن پس از طی کردن آبرفت وارد سازه می‌شوند. سپس سازه به ارتعاش در می‌آید و امواج جدید لرزه‌ای از سازه به سوی ساختگاه انتشار پیدا می‌کنند. در برخی نوشتارهای جدید از روش مستقیم تحت عنوان مدل پیوسته (continuum model) یاد شده است. (Rahmani et al., 2016)

تحلیل مستقیم اندرکنش خاک و سازه به طور معمول توسط نرم‌افزار انجام می‌شود و تحلیل دستی آن کاری دشوار و وقت‌گیر است. بر همین اساس انتخاب نرم‌افزار مناسب برای تحلیل از اهمیت بالایی برخوردار است. علاوه بر این، اصلی‌ترین عواملی که در صحت نتایج یک تحلیل اندرکنش خاک و سازه به روش مستقیم نقش دارند به قرار زیر هستند:

- الف) ابعاد مدل هندسی ساختگاه و ابعاد المان‌ها
- ب) نوع مرزهای انتخاب شده برای تحلیل دینامیکی
- ج) تعریف مناسب المان فصل مشترک بین سازه و خاک
- د) انتخاب مدل رفتاری مناسب برای بیان رفتار دینامیکی خاک
- ه) انتخاب تحریک لرزه‌ای مناسب برای تحلیل

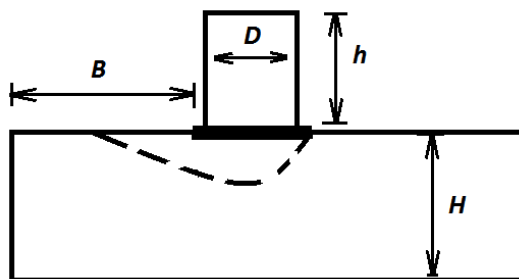
بخش قابل توجهی از مطالب مربوط به عناوین ذکر شده اختصاص به تحلیل اندرکنش ندارد و در تمام تحلیل‌های دینامیکی اجزاء محدود کاربرد دارد. با این حال در این نوشتار تلاش شده است

که نکات مربوط به هر یک از عوامل مذکور با توجه به مسائل کاربردی ژئوتکنیک لرزه‌ای مورد بحث واقع شود. در هر صورت نگارندگان روش مستقیم را به عنوان دقیق‌ترین روش نمی‌شناسند، زیرا همان‌طور که در ادامه خواهد آمد نتایج این روش به شدت تحت تأثیر عواملی است که در برخی موارد بهینه‌سازی آن‌ها دشوار و یا غیرممکن است.

۶-۲- ابعاد هندسی مدل

در تحلیل‌های استاتیکی هر چه ابعاد هندسه مدل در نظر گرفته شده برای آبرفت و ساختگاه زیر سازه بزرگتر باشد، نتیجه تحلیل دقیق‌تر است. با این حال زمان تحلیل و حجم خروجی‌ها هم افزایش می‌یابد. این مسئله در تحلیل‌های دینامیکی صادق نیست. یعنی افزایش ابعاد مدل موجب دقیق شدن نتایج و خروجی‌ها نمی‌شود. در واقع ابعاد مدل در یک تحلیل دینامیکی باید از حداقل‌های مورد نیاز برای تحلیل استاتیکی بزرگتر باشد، ولی این مسئله که به چه میزان بزرگتر کافی خواهد بود، بسیار مبهم است و نتایج را هم تحت تأثیر خواهد گذاشت.

در شکل (۱-۶) سازه بنا شده بر روی یک آبرفت به ضخامت H نمایش داده شده است. برای انتخاب ابعاد مدل استاتیکی سه معیار وجود دارد:



شکل (۱-۶): ابعاد هندسی مدل در تحلیل اندرکنش خاک و سازه به روش مستقیم

- الف) مرزهای کناری باید به حدی بزرگ باشند که گوه گسیختگی احتمالی در حالت حدی در درون آن قرار گیرد.
- ب) مرزهای کناری باید به حدی بزرگ باشند که حباب تنش را به طور کامل در درون خود قرار دهند و تنش در کف مدل ناشی از بار سازه، کمتر از ده درصد تنش در زیر پی باشد.
- ج) مرز زیرین باید در عمقی قرار گیرد که سختی خاک لایه زیرین به نسبت سختی لایه های بالایی از مقدار بالایی برخوردار باشد. (سنگ بستر مهندسی)

مرز لازم برای تحلیل دینامیکی باید از مرز تحلیل استاتیکی وسیع تر باشد، ولی اگر خیلی بزرگ در نظر گرفته شود، دو اشکال زیر به وجود خواهد آمد:

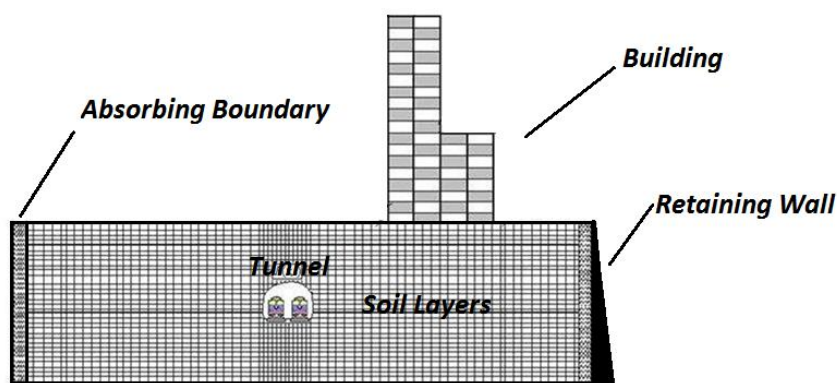
۱) فرکانس ارتعاش آزاد سیستم تحت تأثیر فرکانس ارتعاش آزاد آبرفت است. از طرف دیگر با افزایش ضخامت لایه آبرفت فرکانس ارتعاش آزاد آن به طور مستقیم کاهش خواهد یافت. بنابراین افزایش ضخامت آبرفت باعث می گردد که فرکانس سیستم خاک - سازه کاهش یافته و تشدید در فرکانس کمتری رخ دهد.

۲) هر چه ابعاد آبرفت بزرگتر گردد ماتریس جرم زمین در برابر ماتریس جرم سازه بزرگتر خواهد بود و نقش مهم تری در تحلیل ایفا می نماید. به طوری که اگر ابعاد زمین بزرگتر از سازه باشد، فرکانس ارتعاش سازه همان فرکانس ارتعاش یک آبرفت ساده خواهد بود.

در مجموع معیارهای زیر به عنوان توصیه اولیه در انتخاب ابعاد مدل برای تحلیل دینامیکی به

روش مستقیم پیشنهاد می گردد:

- الف) عرض مدل (B) در محدوده ۳ تا ۵ برابر بعد سازه (D) از هر طرف در نظر گرفته شود. حد پایین تر برای محیط با میرایی بالا و حد بالاتر برای محیط با میرایی کم توصیه می شود.
- ب) در تحلیل دینامیکی ساختمان‌های قرار گرفته بر روی آبرفت خاکی، عمق آبرفت حداقل ۳۰ متر در نظر گرفته شود.
- ج) بهتر است عمق آبرفت تا جایی ادامه یابد که سختی لایه‌های زیرین حداقل ۱۰ برابر سختی لایه سطحی آبرفت باشد.
- د) بهتر است عمق آبرفت در مدل هندسی تا لایه‌ای ادامه یابد که سرعت موج برشی در آن بیش از ۷۵۰ متر بر ثانیه باشد.
- ه) در سازه‌های لاغر که نسبت h/D در آن‌ها بالاتر از معمول است، عرض مدل بزرگتر از مقدار بیان شده در بند الف) خواهد بود.
- و) در مواردی که تونل و یا سازه مدفون در درون آبرفت وجود دارد، مرزهای مدل حداقل ۵ برابر بعد سازه مدفون از آن فاصله داشته باشد. (شکل ۶-۲)



شکل (۶-۲): ابعاد هندسی مدل در تحلیل اندرکنش خاک با تونل، ساختمان و دیوار حائل

۶-۳- ابعاد و تعداد المان‌ها در شبکه اجزاء محدود

هر چه ابعاد المان‌ها ریزتر شود، تعداد آن‌ها بیشتر شده و نتیجه تحلیل دقیق‌تر خواهد بود. با این حال وقتی تعداد المان‌ها از حد خاصی بیشتر می‌شود، زمان لازم برای تحلیل به شدت افزایش یافته و حجم خروجی‌ها هم در حدی است که حافظه رایانه‌های معمولی فقط با ذخیره نتایج چند تحلیل دینامیکی پُر خواهد شد. با وجود رایانه‌های امروزی به طور معمول برای یک تحلیل دینامیکی مناسب که بین ۱۰ تا ۲۰ هزار المان دارد، زمان تحلیل آن کمتر از چهار ساعت است. حجم خروجی‌ها برای یک تحلیل هم در حدود ۲۰ مگابایت خواهد شد. نکته حائز اهمیت آن است که ابعاد المان باید متناسب با طول موج امواج لرزه‌ای باشد و اگر المان ابعاد بزرگی داشته باشد نمی‌تواند تغییرات یک موج را در خود ببیند.

به عبارت دیگر ابعاد المان‌ها باید آن‌گونه انتخاب شوند که امواج زلزله بتوانند از المان‌ها عبور کنند و در اصطلاح فیلتر نشوند. در این راستا فرکانس امواج ورودی و ویژگی‌های سرعت امواج در محیط نقش تعیین‌کننده‌ای خواهند داشت.

به طور کلی برای انتقال مناسب امواج دینامیکی در شبکه المان‌های مدل، ابعاد تمامی المان‌ها باید حداقل بین یک هشتم تا یک دهم طول موج زلزله باشد (Lysmer and Kuhlemeyer, 1973):

$$\Delta l = \frac{\lambda_{min}}{8} \sim \frac{\lambda_{min}}{10} \quad (1-6)$$

$$\lambda_{min} = VT = \frac{V}{f_{max}}$$

در این رابطه λ طول موج مؤلفه‌ای از امواج زلزله است که دارای بیشترین فرکانس است. V و f_{max} نیز به ترتیب سرعت امواج در مدل و حداکثر فرکانس حاصل از زلزله هستند. سرعت امواج از روابط معمول دینامیک خاک قابل محاسبه است.

برای تعیین حداکثر فرکانس زلزله می‌توان از طیف فوریه دامنه تاریخیچه شتاب زلزله استفاده نمود. در صورتیکه مقدار فرکانس حداکثر زلزله زیاد باشد مقدار λ بسیار کوچک محاسبه خواهد شد. در این حالت نیاز به مدلی با ابعاد المانهای بسیار ریز خواهد بود. در نتیجه زمان محاسبات و حافظه مورد نیاز برای انجام آن به میزان قابل توجهی افزایش می‌یابد. لذا با توجه به اینکه در اکثر مواقع فرکانس‌های بالای زلزله اثر کمتری در بوجود آمدن نیروهای زلزله دارند، می‌توان جهت ساخت مدل با المانهای درشت‌تر، تاریخیچه زلزله را فیلتر و فرکانس‌های بالای آن را حذف و از تاریخیچه زلزله فیلتر شده در تحلیل دینامیکی استفاده کرد. (نشریه ۶۲۴، ۱۳۹۲)

۶-۴- انواع مرزها در تحلیل دینامیکی

مرزها نقش مهمی در دقت تحلیل دینامیکی دارند. در واقع مرزها نظیر یک بارگذاری بر مدل وارد می‌شوند و ممکن است برخی از امواج، تنش‌ها و یا تغییرشکل‌ها را مستهلک کرده و یا تشدید نمایند.

چالش اصلی در تعریف شرایط مرزی در یک تحلیل دینامیکی، مدل‌سازی شرایط بی‌نهایت دور به منظور حذف اثر انعکاس امواج از مرزها به داخل مدل است. به طور معمول چهار نوع مرز در تحلیل دینامیکی اندرکنش دینامیکی خاک و سازه کاربرد دارد:

- مرز ساده و یا بسته (Fixed or primary boundaries)

- مرز جاذب انرژی (Absorbant, viscous or quiet boundaries)
- مرز میدان آزاد (Free field boundaries)
- مرز نیمه بی‌نهایت (Semi infinit element)

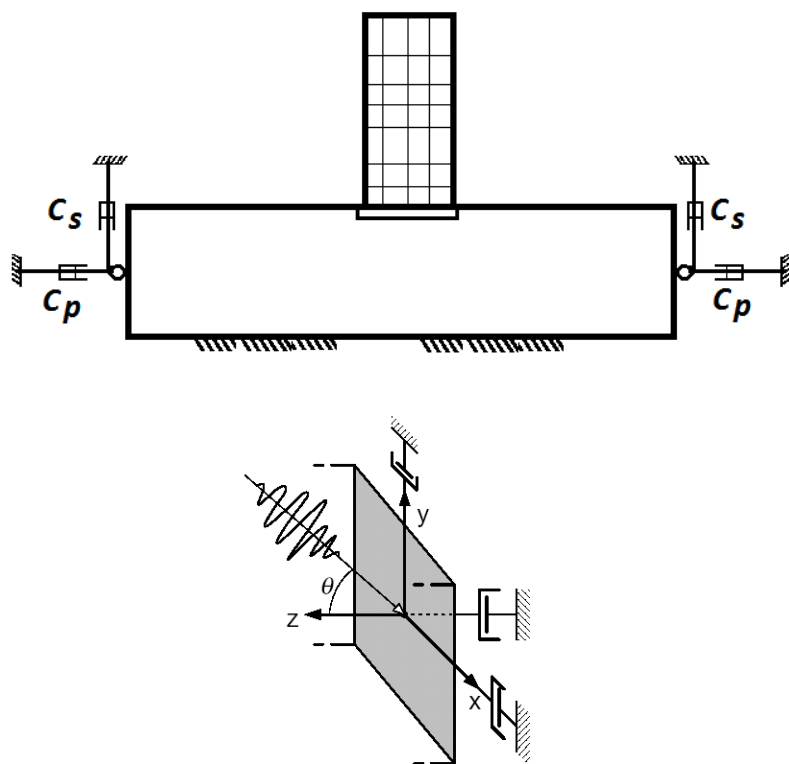
الف) مرز ساده: مرزهای ساده همان مرزهایی هستند که در تحلیل استاتیکی مورد استفاده واقع می‌شوند. در این مرزها یک نقطه از المان در یک و یا چند جهت بسته می‌شود. در واقع تغییر مکان و یا چرخش در نقطه مذکور صفر خواهد بود و تنش بیشترین مقدار خود را خواهد داشت. وقتی تحریک ورودی در جهت افقی است مرزهای چپ و راست سیستم در جهت افقی باز و در جهت قائم بسته می‌شوند. این در حالی است که در تحلیل‌های استاتیکی چنین مرزهایی در جهت افقی بسته و در جهت قائم باز خواهند بود.

در شرایطی که فاصله مرزها از سازه زیاد است، استفاده از این مرزها تاحدودی قابل قبول خواهد بود. با این حال مشکلات افزایش ماتریس جرم زمین و بازگشت امواج به درون محیط را به دنبال خواهد داشت. در مجموع استفاده از این مرز چندان توصیه نمی‌شود.

ب) مرز جاذب انرژی: مرز جاذب متشکل از یک سری میراگر است که به صورت مماس و عمود بر مرز قرار می‌گیرند. این میراگرها از بازگشت امواج به درون محیط جلوگیری می‌نمایند و یا این که درصدی از انرژی امواج را کاهش داده و درصد دیگری را به درون محیط برمی‌گردانند. در شکل (۳-۶) نمونه یک مرز جاذب انرژی نمایش داده شده است. مقادیر C_s و C_p از روابط زیر به دست می‌آیند:

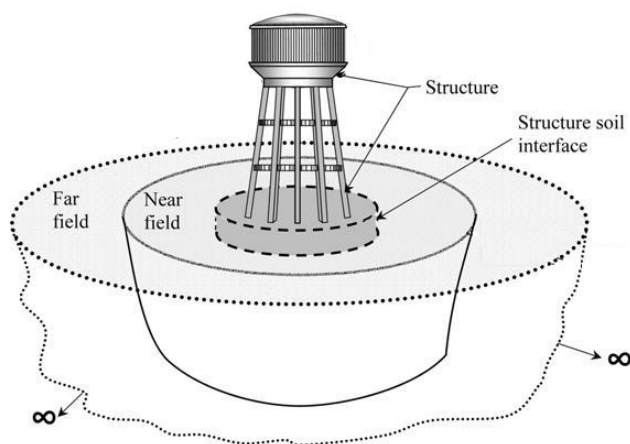
$$C_s = \rho V_s A \quad , \quad C_p = \rho V_p A \quad (۲-۶)$$

در این روابط ρ دانسیته محیط، V_p و V_s سرعت موج برشی و فشاری در محیط و A سطح مقطع اختصاص یافته به نقطه‌ای است که میراگر به آن متصل است. این مرزها برای امواج حجمی (فشاری یا برشی) که با زاویه برخوردی بزرگتر از 30° درجه اعمال می‌شوند بسیار مؤثر هستند، ولی برای امواج با زوایای کمتر از 30° درجه و یا امواج سطحی، جذب انرژی کمتری داشته و در واقع کارایی چندانی ندارند. با توجه به اینکه خصوصیات این مرزها مستقل از فرکانس است می‌توان از آن‌ها علاوه بر امواج هارمونیک، برای جذب امواج غیر هارمونیک نیز استفاده نمود. در صورتی که منبع انرژی دینامیکی در داخل شبکه مدل قرار داشته باشد (مانند مدلسازی ژنراتورها)، استفاده از مرزهای جاذب انرژی مناسب است. ولی در صورتی که منبع دینامیکی مانند امواج زلزله از مرزهای پایینی وارد شبکه شوند مرزهای جاذب انرژی باعث خروج انرژی از مرزها شده و انرژی موج در مرزهای کناری کم خواهد شد. در این شرایط بهتر است از مرزهای میدان آزاد که در ادامه بیان می‌شود در کناره‌های مدل استفاده نمود. (نشریه ۶۲۴، ۱۳۹۲)

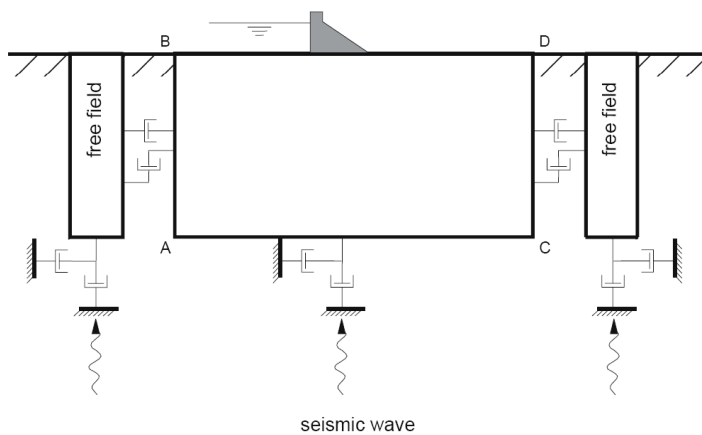


شکل (۳-۶): مرز جاذب انرژی (ویسکوز) در حالت دوبعدی و جزئیات برای به کارگیری در سه جهت متعامد

ج) مرز میدان آزاد: وقتی فاصله مرزها از سازه زیاد می‌شود و به میدان دور نزدیک می‌شویم، در واقع ارتعاش سازه تأثیری بر مرز نمی‌گذارد و پاسخ لرزه‌ای مرز همان پاسخ میدان آزاد است که از تحلیل ساختگاه به دست می‌آید. بنابراین می‌توان از یک تحلیل یک بُعدی و یا دوبُعدی ساختگاه مقادیر تنش‌ها و تغییرشکل‌ها را به دست آورد و همان مقادیر را به عنوان شرایط مرزی به مدل اعمال کرد. این مرزها به عنوان مرز میدان آزاد شناخته می‌شوند در برخی از نرم‌افزارها به صورت ساده در حالت یک بُعدی تعریف شده‌اند.



شکل (۴-۶): نمایش سه بعدی محدوده میدان نزدیک و میدان دور برای یک سازه



شکل (۵-۶): استفاده از مرز میدان آزاد برای تحلیل دینامیکی یک سد بتنی

مرز میدان آزاد شامل یک ستون یک بعدی با عرض واحد است که رفتار یک محیط نیمه بی نهایت را شبیه سازی می کند. ارتفاع ناحیه آزاد برابر با طول مرزهای جانبی است که به n المان مطابق با شبکه المانها تفکیک می شود. در مرزهای میدان آزاد، مرزهای کناری شبکه اصلی توسط میراگرهای

ویسکوز که یک مرز جاذب انرژی را شبیه‌سازی می‌کنند به شبکه ناحیه آزاد متصل می‌گردند. این مرزها قادرند این امکان را فراهم سازند تا امواج بدون تحمل تغییری در مرز به سمت بالا منتشر شوند. در صورتی که شبکه اصلی یکنواخت بوده و هیچ سازه سطحی وجود نداشته باشد، میراگرهای افقی به کار نمی‌افتند چرا که شبکه ناحیه آزاد همان حرکت را به شبکه اصلی وارد می‌کند. ولی اگر حرکت شبکه اصلی متفاوت از حرکت ناحیه آزاد باشد، آنگاه میراگرها عمل می‌کنند تا انرژی را به همان روشی که مرزهای ویسکوز عمل می‌کنند، جذب کنند. (نشریه ۶۲۴، ۱۳۹۲)

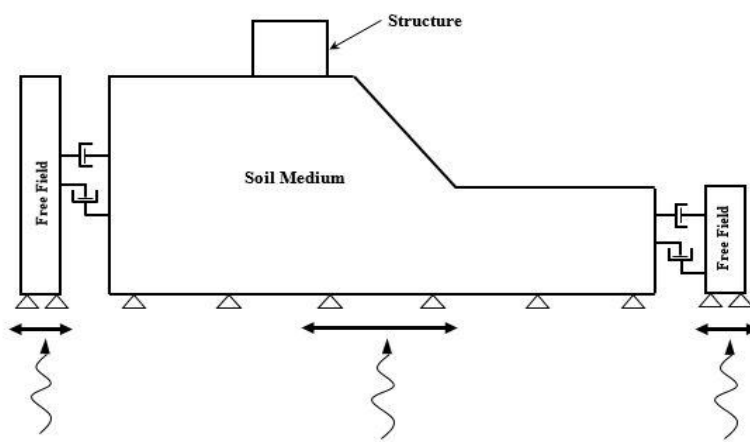
عرفانی و همکاران (۱۳۹۵) برای مدل‌سازی شرایط بی‌نهایت دور جهت جلوگیری از انعکاس امواج از مرزهای مدل از مرز میدان آزاد استفاده کرده‌اند. به این صورت که یک محیط یک بعدی به عرض واحد در انتهای مدل در نظر گرفته شده و محاسبات یک بعدی آنها به موازات شبکه اصلی تحت همان تحریک انجام شده است. سپس پاسخ این محیط یک بعدی به عنوان رفتار محیط بی‌نهایت دور به مرزهای مدل اصلی اعمال شده است. همان‌طور که در شکل (۶-۶) به صورت شماتیک نشان داده شده است، مرزهای جانبی مدل اصلی توسط میراگرهای ویسکوز به شبکه میدان آزاد متصل شده که نیروهای زیر از شبکه میدان آزاد به مرزهای مدل اصلی اعمال می‌شود (Tabatabaiefar and Fatahi, 2014).

$$F_x = - [\rho C_p (V_x^m - V_x^{ff}) - \sigma_{xx}^{ff}] \Delta S_y \quad (۳-۶)$$

$$F_y = - [\rho C_s (V_y^m - V_y^{ff}) - \sigma_{xy}^{ff}] \Delta S_y \quad (۴-۶)$$

در این روابط ρ دانسیته محیط، C_p و C_s سرعت موج برشی و فشاری در محیط هستند. هم‌چنین F_x و F_y نیروهای اعمال شده از شبکه میدان آزاد به مرزهای محیط اصلی مدل در جهت افقی و قائم، V_x^m و V_y^m سرعت در جهت افقی و قائم در نقاط مرزهای شبکه اصلی، V_x^{ff} و V_y^{ff} سرعت

در جهت افقی و قائم در مرز شبکه میدان آزاد، تنش افقی میانگین در مرز میدان آزاد، تنش σ_{xy}^{ff} تنش برشی میانگین در مرز میدان آزاد و ΔS_y متوسط ساینز ناحیه قائم در نقاط شبکه مرزی است.



شکل (۶-۶): شبیه‌سازی مرزهای جانبی برای مطالعه اثر شیب بر پاسخ سازه (عرفانی و همکاران ۱۳۹۵)

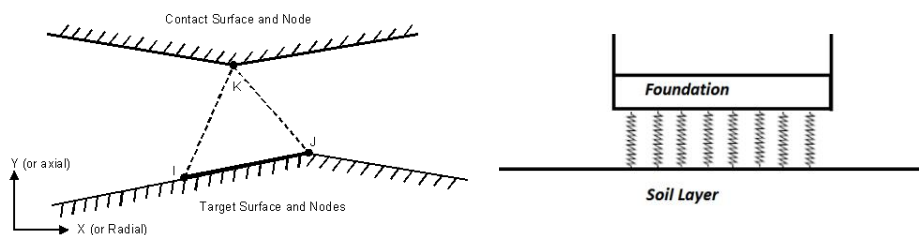
د) مرز نیمه بی‌نهایت: مرزهای نیمه بی‌نهایت در واقع المان‌هایی با توابع شکل خاص هستند که آنها را قادر می‌سازد نوعی میدان دور را مدل‌سازی نمایند. استفاده از المان‌های نیمه بی‌نهایت در مرزهای جانبی مدل سبب می‌شود موج پس از رسیدن به آنها به محیط مجازی بی‌نهایت دور هدایت شود. در واقع استفاده از المان‌های نیمه بی‌نهایت منجر به کاهش محدوده مدل‌سازی شده و حجم محاسبات را به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌دهد. اما در عین حال به واسطه برخی مشکلات عددی این المان‌ها لازم است در استفاده از آنها با احتیاط برخورد شود. این المان‌ها همچنین نمی‌توانند در مرز پایینی مدل قرار گیرند چرا که بارگذاری زلزله را با اشکال مواجه می‌سازند. (نشریه

در تحلیل‌های اندرکنش آب و سازه و همچنین اندرکنش آب - خاک و سازه که در فصل‌های بعدی این نوشتار مورد بحث واقع شده‌است، از مرزهای دیگری نیز استفاده می‌شود که از جمله آن‌ها می‌توان به مرز انتقال‌دهنده (Transmitting boundary) اشاره کرد.

۶-۵- المان فصل مشترک

المان فصل مشترک برای بیان نحوه اتصال دو بخش نامتجانس مورد استفاده قرار می‌گیرد. به عنوان مثال نحوه اتصال بین شمع و خاک اطراف، اتصال بین پی گسترده ساختمان و خاک زیر آن، اتصال بین المان خاک مسلح و محیط اطراف آن، و بسیاری موارد دیگر توسط المان فصل مشترک (Interface Elements) مدل‌سازی می‌گردد. خصوصیات مکانیکی مرز بین خاک و سازه مشابه هیچ یک از دو جزء خاک و سازه نیست. برای شبیه‌سازی این واقعیت مرز بین دو محیط به طور مستقل مدل شده و خصوصیات ویژه‌ای به آن اختصاص می‌یابد. علاوه بر المان فصل مشترک، اسامی دیگری برای این دسته المان‌ها به کار برده شده است که می‌توان به المان اتصال (Contact Elements)، المان درز (Joint Elements) و یا المان فنر (Spring Elements) اشاره کرد.

در هر صورت، این المان‌ها می‌تواند رفتار واقعی سطح بین دو محیط را تا حدودی شبیه‌سازی کنند و برای تحلیل دقیق اندرکنش خاک و سازه نیز لازم است بین این دو محیط از المان‌های فصل مشترک استفاده شود. در شکل (۶-۷) دو نمونه ساده از این المان‌ها نشان داده شده است. با این حال، تعیین خصوصیات دقیق صفحه فصل مشترک کار دشواری است. در ساده‌ترین حالت، این مرز می‌تواند فقط شامل فنرهای نرمال باشد، با این حال ترکیب فنرهای مماسی و نرمال با قابلیت سختی متفاوت برای کشش و فشار به واقعیت نزدیک‌تر است.

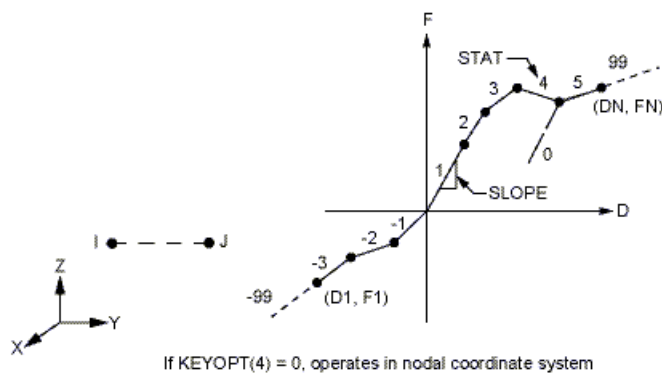


شکل (۶-۷): شکل راست: اتصال ساده فونداسیون به زمین با فنر نرمال ، شکل چپ: اتصال نقطه به صفحه

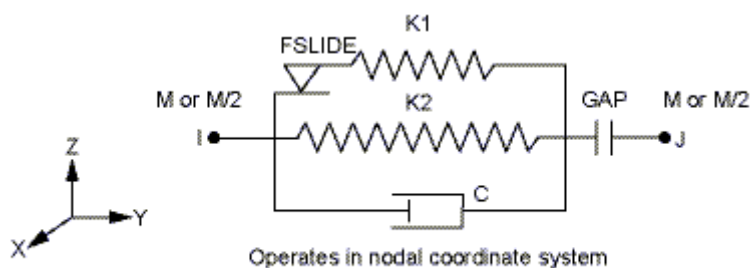
المان‌های فصل مشترک از لحاظ شیوه اتصال به انواع مختلفی تقسیم می‌شوند؛ المان‌های نقطه به نقطه، خط به خط، صفحه به صفحه، نقطه به خط، نقطه به صفحه و خط به صفحه از این گروه هستند. برخی از المان‌ها برای صفحه فصل مشترک ضخامت در نظر می‌گیرند و برخی در نظر نمی‌گیرند. علاوه بر موارد یاد شده، المان فصل مشترک می‌تواند برای مدل‌سازی فضای خالی بین دو محیط هم به کار گرفته شود. در این حالت به آن المان فاصله (Gap Element) گویند. در برخی نرم‌افزارها ترکیب المان‌های فصل مشترک و المان‌های فاصله نیز به عنوان المان اتصال در نظر گرفته شده است.

نمونه نشان داده شده در شکل (۶-۷ راست) یک فنر ساده است که در هر نقطه یک درجه آزادی دارد. این فنر فقط در جهت عمود بر صفحه فصل مشترک عمل می‌کند. اگر به این اتصال فنر افقی هم اضافه شود، تنش‌های مماسی بین دو سطح نیز از این طریق به هم منتقل خواهند شد. در نرم‌افزار ANSYS المان CONTACT12 در حالت دوبعدی و المان CONTACT52 در حالت سه‌بعدی قادر به شبیه‌سازی این وضعیت در صفحه فصل مشترک هستند. اگر بخواهیم فنر رفتار غیرخطی داشته باشد، یا اینکه در کشش و فشار رفتار متمایزی داشته باشد، باید از المان‌های فنر غیرخطی استفاده کنیم. به عنوان مثال در نرم‌افزار ANSYS المان Combin39 که در شکل (۶-۸) نمایش داده شده است، دارای چنین خصوصیتی است.

از سوی دیگر در یک مدل‌سازی کامل نمی‌توان رفتار فصل مشترک را فقط با فنرهای مماسی و عمودی شبیه‌سازی نمود. در چنین شرایطی علاوه بر المان فنر و المان فاصله به طور معمول المان‌های دیگر از قبیل میراگر (Damper)، لغزنده (Slider) و حتی المان جرم متمرکز نیز مورد نیاز است. در شکل (۹-۶) یک المان ترکیبی نشان داده شده است که در هر نقطه خود فقط یک درجه آزادی دارد، ولی در درون خود ترکیبی از المان‌های مختلف را جای داده است.



شکل (۹-۶): المان اتصال از نوع فنر غیرخطی (Combin39) در نرم‌افزار ANSYS



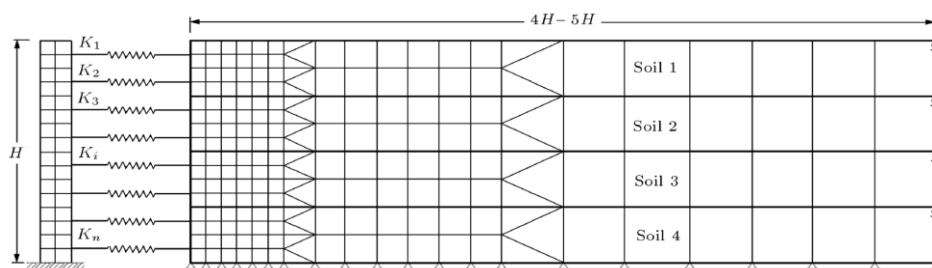
شکل (۹-۶): المان اتصال از نوع ترکیب کامل (Combin40) در نرم‌افزار انسیس

نکته قابل توجه در استفاده از المان فصل مشترک تعریف مناسب ضریب سختی فنر و میرایی المان میراگر است. برای این منظور استفاده از داده‌های صحرایی و آزمایشگاه به عنوان راه‌کار اول و استفاده از روابط تجربی به عنوان راه‌کار دوم مطرح می‌گردد. در ارتباط با راه‌کار دوم، استفاده از روابط تجربی مدول عکس‌العمل بستر و یا سختی استاتیکی پی قابل ذکر است. در شکل (۶-۱۰) برای فصل مشترک بین دیوار حائل بتنی و خاک پشت آن از یک المان ساده که فقط نیروهای عمود بر فصل مشترک را انتقال می‌دهد، استفاده شده است. (Maleki and Mahjoubi (2010) در این مدل‌سازی سختی فنرهای فصل مشترک را به صورت غیرخطی فرض کرده و از رابطه زیر که توسط Scott (1973) ارائه شده است، مقدار آن را محاسبه کرده‌اند:

$$k_s = c_z \frac{G_z}{H} \quad (۵-۶)$$

در این رابطه G_z مدول برشی خاک در عمق z و H ارتفاع دیوار است. همچنین c_z ضریبی

است که برخی محققین برای شرایط خاصی عدد ۱/۳۵ را برای آن مناسب دانسته‌اند.



شکل (۶-۱۰): استفاده از المان فصل مشترک ساده (لینک) در اتصال دیوار حائل به خاک پشت آن

در نرم‌افزار FLAC المان‌های فصل مشترک به دو دسته فصل مشترک مصنوعی و فصل مشترک

واقعی تقسیم می‌شوند. در فصل مشترک مصنوعی امکان لغزش المان‌های دو طرف اتصال بر روی

هم‌دیگر و یا جدا شدن آن‌ها از هم‌دیگر وجود ندارد. در واقع گره‌ها به هم چسبیده‌اند. فصل مشترک مصنوعی برای اتصال هندسی دو شبکه غیر هم اندازه به هم‌دیگر کاربرد دارد (شکل ۶-۱۱). بر این اساس خصوصیات مصالح برای المان‌های دو طرف فصل مشترک معمولاً یکسان است و المان‌ها از یک جنس هستند. در واقع چون ابعاد المان‌ها در دو طرف اتصال متفاوت بوده، نقاط شبکه آن‌ها بر هم منطبق نبوده است و لذا برای ایجاد این انطباق از المان فصل مشترک مصنوعی استفاده شده است.

فترهای این المان می‌تواند در دو جهت مماس و عمود بر صفحه اتصال قرار گیرند. توصیه آن

است که مقدار سختی مماسی (k_s) و عمودی (k_n) از رابطه زیر محاسبه شود: (Itasca 2005)

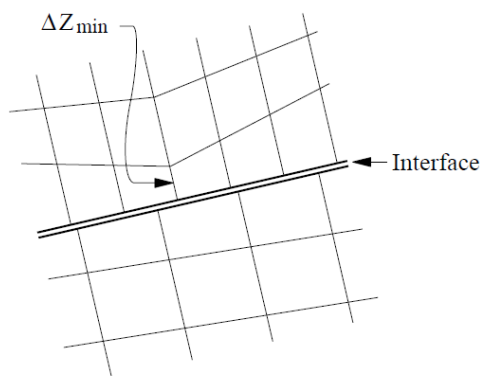
$$k_n = k_s = 10 \times \max \left\{ \frac{\left(K + \frac{4}{3} G \right)}{\Delta Z_{\min}} \right\} \quad (6-6)$$

در رابطه بالا K و G به ترتیب مدول بالک و مدول برشی خاک هستند. همچنین ΔZ_{\min} اندازه کوچکترین بُعد المان در مجاورت المان فصل مشترک و در جهت عمود بر صفحه اتصال است. توصیف این پارامتر در شکل (۶-۹) نشان داده شده است. عبارت \max در رابطه (۶-۶) از آن جهت نوشته شده است که ممکن است مصالح مختلفی در طول المان اتصال وجود داشته باشند، در این صورت باید مدول مصالحی به کار گرفته شود که در نهایت عبارت داخل دو ابرو $\{ \}$ حداکثر گردد.

(Itasca 2005) پذیرفته است که المان فصل مشترک مصنوعی برای حالتی که خصوصیات مصالح

دو طرف اتصال متفاوت است نیز استفاده شود و نقش یک فصل مشترک واقعی را ایفا نماید. هر چند که در هر صورت امکان لغزش و جداسدگی برای این المان وجود نخواهد داشت. در این

شرایط این المان بر روی طرف با سختی کمتر قرار می‌گیرد.

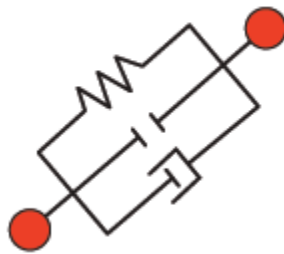


شکل (۱۱-۶) تعریف ΔZ_{min} در رابطه (۶-۶) ارائه شده توسط Itasca (2005)

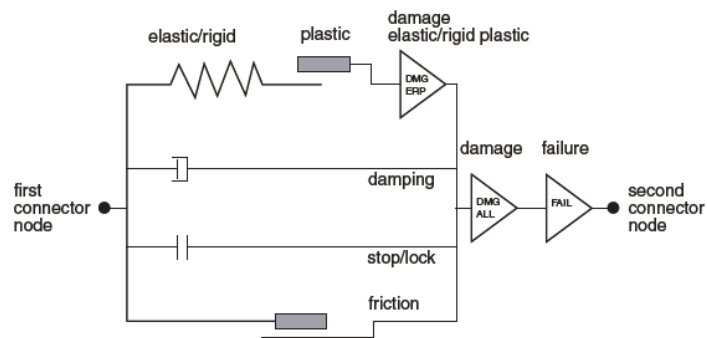
در یک فصل مشترک واقعی امکان جداشدن دو سطح از همدیگر و یا لغزش بین آنها وجود دارد. بر این اساس برای درز بین دو سطح مقاومت اصطکاکی، چسبندگی و یا مقاومت کششی باید اختصاص یابد. در این حالت، برای سختی فنرها همچنان رابطه (۶-۶) می‌تواند به کار گرفته شود. جزئیات بیشتر در این مورد را می‌توان در Itasca (2005) ملاحظه نمود.

در نرم‌افزار Abaqus هم قابلیت‌های مناسبی برای تعریف المان فصل مشترک وجود دارد. در شکل (۱۲-۶) نمونه المان فصل مشترک در این نرم‌افزار ارائه شده است. المان نشان داده شده فقط قابلیت انتقال سختی محوری، میرایی محوری و ایجاد فاصله بین دو نقطه را دارا است. باید اذعان گردد که این نرم‌افزار از قابلیت‌های فراوانی در تعریف اتصال بین دو محیط برخوردار است و در حالت کلی قادر است تمام اتفاقات در مرز دو محیط را مدل‌سازی کند. در شکل (۱۳-۶) یک مدل مفهومی از المان‌های فصل مشترک معرفی شده توسط نرم‌افزار Abaqus ارائه شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود این مدل یک المان ترکیبی است که قابلیت مدل‌سازی سختی، میرایی، تسلیم و فاصله در صفحه اتصال را دارد. علاوه بر این با در نظرگیری یک لغزشگر (Slider) برای آن امکان

تعریف گسیختگی هم به وجود آمده است. جزئیات المان‌های دیگر را می‌توان در راهنمای این نرم‌افزار ملاحظه کرد.



شکل (۶-۱۲) المان **AXIAL** (یک نمونه مورد استفاده در نرم‌افزار **Abaqus** برای بیان فصل مشترک)



شکل (۶-۱۳) یک مدل مفهومی از المان‌های فصل مشترک ارائه شده توسط نرم‌افزار **Abaqus** (, **Abaqus**)

۶-۶- مدل رفتاری خاک در تحلیل دینامیکی

رفتار خاک در تحلیل‌های اندرکنش خاک و سازه برای حل تحلیلی به طور معمول خطی فرض می‌شود. با این حال در حل عددی که روش مستقیم اغلب بر این اساس انجام می‌گردد، می‌توان رفتار خاک را به سه روش مدل‌سازی کرد:

- رفتار الاستیک خطی
- رفتار معادل خطی
- رفتار غیر خطی

در روش‌های الاستیک خطی، مقدار مدول برشی و میرایی مصالح در طول تحلیل ثابت است. این رفتار تنها در شرایطی که کرنش‌های ایجاد شده در محیط کوچک باشند قابل استفاده است. رفتار واقعی تنش-کرنش برشی مصالح ژئوتکنیک یک رفتار غیرخطی است. بنابراین با توجه به این رفتار غیر خطی، مقدار مدول برشی و میرایی در طول یک زلزله ثابت نبوده و بسته به مقدار کرنش‌های برشی ایجاد شده در خاک تغییر می‌کنند. بدین ترتیب به منظور افزایش دقت تحلیل دینامیکی خطی لازم است اثر کلیه پارامترهای مؤثر بر مدول برشی و میرایی، از جمله تاریخچه کرنش برشی در تخمین این پارامترها لحاظ گردد به نحوی که بتوان مقادیر مدول برشی و میرایی منتخب برای هر یک از مصالح بدنه سازه را با تقریب مناسبی معادل متوسط مدول برشی و میرایی مصالح در طول زلزله دانست. این روش نسبتاً ساده تحلیل دینامیکی روش معادل خطی نامیده می‌شود. مراحل تحلیل دینامیکی به روش معادل خطی در نشریه ۶۲۴ ارائه شده است و در این جا از ذکر آن خودداری می‌گردد.

در واقع در روش‌های معادل خطی ابتدا یک تحلیل خطی با مدول و میرایی اولیه انجام می‌شود، سپس بر اساس مقدار کرنش هر بخش از سیستم مقدار مناسبی برای مدول برشی و میرایی آن برآورد می‌گردد. همان‌گونه که در فصل دوم بیان گردید، برخی آیین‌نامه‌های موجود برای تحلیل اندرکنش خاک و سازه پیشنهاد نموده‌اند که مدول برشی خاک متناسب با سطح کرنش و یا شتاب زلزله انتخاب گردد.

در نهایت در تحلیل‌های غیرخطی، معادلات دینامیکی به صورت مزدوج حل شده و رفتار خاک هم به طور کامل غیرخطی منظور می‌شود. قابل ذکر است در صورتی که محاسبه دقیق افزایش فشار آب حفره‌ای در حین زلزله مورد نظر باشد، تنها تحلیل‌های دینامیکی غیرخطی قادر به انجام آن خواهند بود.

۶-۷- مدل‌سازی میرایی در تحلیل‌های دینامیکی

با انتشار موج در درون یک محیط ژئوتکنیکی به تدریج از انرژی آن کاسته شده و به عبارتی میرا می‌گردد. این میرایی از یک سو ناشی از وسیع شدن محیط انتشار موج است که باعث کاهش دامنه آن می‌گردد (میرایی هندسی) و از سوی دیگر ناشی از کاهش انرژی امواج برای غلبه بر اصطکاک بین ذرات و پیدایش کرنش‌های پلاستیک است (میرای داخلی). بر همین اساس میرایی به دو دسته تقسیم می‌شود:

- میرایی هندسی، یا تشعشعی (Radiation/ Geometrical Damping)
- میرایی داخلی، هیستریسیس، یا مصالح (Internal/ Hysteresis /Material Damping)

میرایی در سازه چندان تابع فرکانس بارگذاری و یا سطح کرنش نیست و تقریباً ثابت است. بر همین اساس در بسیاری از تحلیل‌های دینامیکی نسبت میرایی سازه ثابت و معادل ۵ درصد در نظر گرفته می‌شود. با این حال میرایی خاک کاملاً تحت تأثیر مقدار کرنش برشی آن است و با افزایش کرنش برشی میرایی مصالح خاکی هم افزایش می‌یابد. از سوی دیگر محققین نشان داده‌اند که فرکانس بارگذاری هم اثر قابل توجهی بر میرایی خاک دارد. از این دیدگاه روش‌های بیان میرایی سازه‌ها به سه دسته تقسیم می‌شوند:

- میرایی ثابت (مستقل از فرکانس بارگذاری و کرنش مصالح)
- میرایی تابع فرکانس (میرایی رایلی)
- میرایی تابع مقدار کرنش برشی (میرایی غیرخطی)

در مورد میرایی ثابت و میرایی غیرخطی در کتب دینامیک خاک به تفصیل مطالبی ارائه شده است و لذا در این نوشتار به آن پرداخته نمی‌شود. میرایی رایلی^۱ مرسوم‌ترین نوع میرایی مکانیکی است که در تحلیل‌های دینامیکی به کار گرفته می‌شود. به طور کلی در برنامه‌هایی که در حوزه زمان^۲ عمل می‌کنند، معمولاً جهت فراهم کردن میرایی که تقریباً مستقل از فرکانس است، از میرایی رایلی استفاده می‌شود. اگرچه بنا به تعریف، میرایی رایلی خود وابسته به فرکانس است ولی می‌توان پارامترهای آن را در محدوده‌ای استفاده کرد که اثرات وابستگی به فرکانس تا حد امکان کاهش یابد. در این روش ماتریس میرایی به صورت رابطه زیر بیان می‌شوند:

$$C = \alpha M + \beta K$$

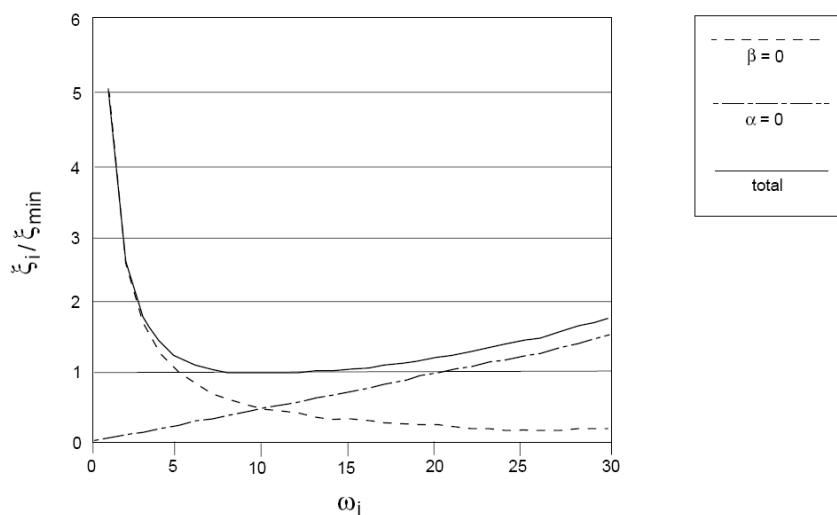
^۱Rayleigh

^۲Time domain

در این رابطه C ماتریس میرایی و M ماتریس جرم و K ماتریس سختی است. α و β نیز ضرایب ثابت میرایی متناسب با جرم و سختی هستند. برای یک سیستم با چند درجه آزادی در هر مود نوسانی با فرکانس ω_i ، نسبت میرایی (ξ_i) در آن مود نوسانی را می‌توان به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\alpha + \beta\omega^2 = 2\omega_i\xi_i \quad \Rightarrow \quad \xi_i = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\omega_i} + \beta\omega_i \right)$$

در شکل (۶-۱۴) تغییرات نسبت میرایی (ξ_i) به میرایی حداقل (ξ_{min}) در برابر فرکانس، نشان داده شده است. در این شکل سه منحنی ارائه شده است. دو منحنی نشان دهنده اثرات مؤلفه‌های سختی و جرم بر میرایی به تنهایی بوده و منحنی سوم اثرات توأم این دو مؤلفه را نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود در محدوده فرکانس دورانی کم، میرایی متناسب با جرم غالب است در حالی که در فرکانس دورانی زیاد، میرایی متناسب با سختی غالب خواهد بود.



شکل (۶-۱۴): تغییرات نسبت میرایی اصلاح شده با فرکانس زاویه‌ای

با توجه به آنکه میرایی ذاتی مستقل از فرکانس است می‌توان دامنه فرکانس‌های ارائه شده را طوری تعریف کرد که میرایی عملاً ثابت بماند. برای این کار می‌توان از بازه پایینی منحنی میرایی رایلی که در آن مقدار میرایی نسبتاً ثابت است استفاده کرد. این محدوده با مختصات زیر همراه خواهد بود (Itasca, 2000):

$$\xi_{min} = (\alpha \cdot \beta)^{1/2}$$

$$\omega_{min} = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{1/2}$$

بنابراین در صورت معلوم بودن میرایی و فرکانس مورد نظر می‌توان پارامترهای میرایی رایلی را

به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\alpha = \xi_{min} \cdot \omega_{min}$$

$$\beta = \left(\frac{\xi_{min}}{\omega_{min}}\right)$$

در نهایت فرکانسی که در آن میرایی تقریباً ثابت است به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$f_{min} = \frac{1}{2\pi} \omega_{min}$$

باید توجه داشت که در فرکانسی معادل فرکانس کمینه (f_{min})، میرایی متناسب با جرم و میرایی

متناسب با سختی، تقریباً هر کدام نیمی از میرایی کل را فراهم می‌کنند. بنابراین به طور خلاصه جهت

محاسبه ضرایب میرایی رایلی در ابتدا لازم است نسبت میرایی مصالح (ξ_{min}) با استفاده از نتایج

آزمایش‌های آزمایشگاهی نظیر سه محوری تناوبی تعیین گردد. برای این منظور می‌توان از منحنیهای

افزایش میرایی نسبت به کرنش برشی استفاده کرد.

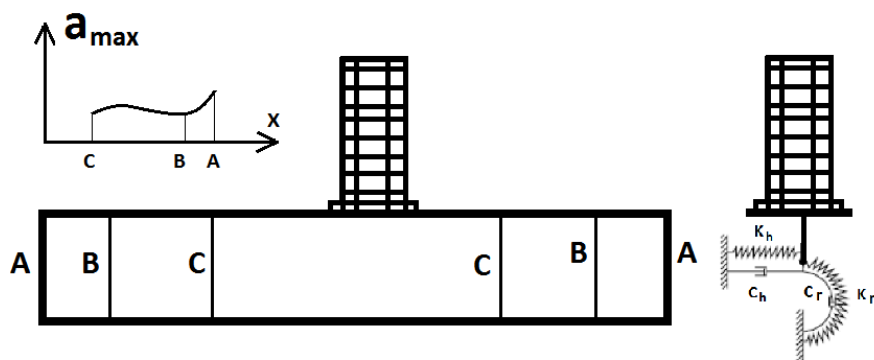
در مورد انتخاب دو فرکانس برای محاسبه ضرایب میرایی رایلی، نظریات مختلفی وجود دارد. در بسیاری از موارد فرکانس مود اول و دوم ارتعاش سازه برای این منظور مناسب است. مطابق نظر نشریه ۶۲۴ (۱۳۹۲) بهتر است ترکیبی از فرکانس موج ورودی و فرکانس مودهای طبیعی سیستم مورد توجه قرار گیرد که با قضاوت مهندسی بین فرکانس غالب زلزله و فرکانس‌های طبیعی اصلی سازه انتخاب می‌گردد. بر اساس پیشنهاد (Kwok et al. (2007 برای سازه‌ها بر لایه خاک بهتر است فرکانس مود اول لایه و ۵ برابر آن استفاده شود. علاوه بر این (Zerwer et al (2002 پیشنهاد کرده است که فرکانس مود اول ارتعاش سیستم و فرکانس بار وارد بر آن برای محاسبه ضرایب میرایی رایلی انتخاب شود.

فصل هفتم

روش فنر و میراگر معادل

۷-۱- مقدمه:

در روش مستقیم با وجود این که اثر جرم زمین در تحلیل وارد می‌شود، اما به طور دقیق میزان مشارکت جرم خاک در تحلیل مشخص نیست. به عبارت دیگر با در نظرگیری هر مقدار از جرم زمین، جواب خاصی به دست خواهد آمد که با درصد‌های دیگر متفاوت خواهد بود. در شکل (۷-۱) پاسخ شتاب در یک نقطه از سازه با تغییر موقعیت مرزها نشان داده شده است. کدام مرز بیانگر پاسخ واقعی سازه است؟ تاکنون جواب دقیقی برای این سؤال ارائه نشده است.



شکل (۷-۱): سه مرز مختلف برای تحلیل دینامیکی به روش مستقیم در برابر روش فنر و میراگر معادل

در تحلیل‌های استاتیکی هر چه مرز دورتر در نظر گرفته شود، پاسخ‌ها واقعی‌تر خواهند بود. ولی در تحلیل دینامیکی به علت آن که فرکانس ارتعاش آزاد سیستم تحت تأثیر هندسه آن است، با دورتر شدن مرزها پاسخ‌ها اغلب هم‌گرا نخواهند شد. برای آن که مشکل یادشده تاحدودی برطرف گردد، سه راه حل توسط محققین پیشنهاد شده است:

- الف) استفاده از فرض زمین بدون جرم (Mass Less Foundation)
- ب) استفاده از مرزهای جاذب انرژی

• ج) استفاده از روش فنر و میراگر معادل

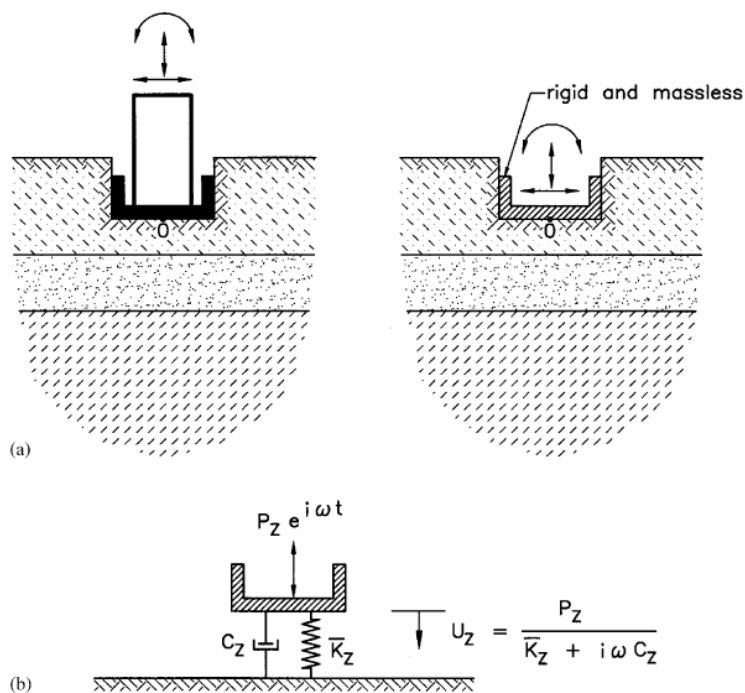
همان‌گونه که در تصویر سمت راست شکل (۷-۱) نشان داده شده است، در روش فنر و میراگر معادل هندسه زمین حذف شده و میرایی و سختی آن از توابع خاصی استخراج شده و به صورت متمرکز در زیر پی قرار می‌گیرد. هرچند روش فنر معادل هم جواب دقیقی از مسئله به دست نخواهد داد، با این حال این سوال که بین مرزهای A و B و C کدام‌یک را باید انتخاب کرد، دیگر وجود ندارد. در این فصل به صورت دقیق‌تر نحوه محاسبه سختی و میرایی برای استفاده در روش فنر و میراگر معادل تشریح می‌شود.

سختی و میرایی مورد استفاده در روش فنر و میراگر معادل برای پی‌های بدون وزن دایره‌ای صلب به راحتی از تحلیل نیم فضای الاستیک به دست می‌آید. برای انواع دیگر پی‌ها، همانند انواع مستطیلی و مربعی، توابع امیدانس با معادل سازی پی به صورت دایره به شکل تقریبی به دست می‌آید و یا این که به طور مستقیم از نمودارهای مربوط به آن استخراج می‌گردد.

قابل ذکر است که مقادیر سختی و میرایی در روش زیرسازه، که در فصل‌های بعدی تشریح می‌شود، وابسته به فرکانس است. این وابستگی به فرکانس استفاده از روش زیر سازه را در برخی موارد دشوار نموده و فرآیند حل مسئله را طولانی می‌کند. به همین دلیل استفاده از توابع امیدانس مستقل از فرکانس که در روش فنر و میراگر معادل مرسوم است، کاربرد فراوانی یافته است. در این حالت مقادیر توابع امیدانس در فرکانس‌های بسیار نزدیک به صفر در تحلیل اندرکنش خاک و سازه مورد استفاده قرار می‌گیرند. استفاده از این روش به دو دلیل مورد استقبال قرار گرفته است. نخست این‌که این روش تحلیل در دامنه زمان را ممکن می‌کند و دیگر آن‌که شبیه‌سازی خاک با فنر و میراگر به کمک این روش میسر می‌شود. در واقع در این روش به جای زمین و پی مجموعه‌ای از فنرها و

میراگرها فرار می‌گیرند و مدل‌سازی انعطاف‌پذیری تکیه‌گاه‌ها بدین صورت ممکن می‌شود. با وجود این که در این روش جرم زمین دیده نشده است، با این حال در بسیاری از موارد نتایج واقع بینانه‌ای ارائه می‌دهد.

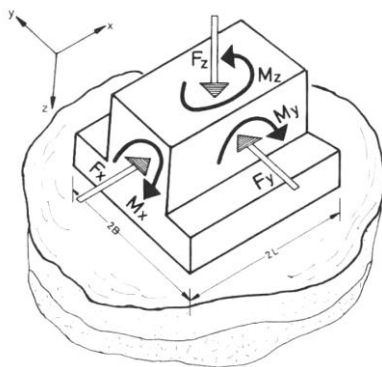
قابل ذکر است که سختی مستقل از فرکانس، که در فرکانس نزدیک به صفر به دست می‌آید، در اصطلاح سختی استاتیکی نامیده می‌شود. در مقابل، سختی وابسته به فرکانس را سختی دینامیکی می‌گویند. در شکل (۲-۷) مفهوم امپدانس پی $(\bar{K}_z + i\omega C_z)$ و سختی دینامیکی (\bar{K}_z) نشان داده شده است.



شکل (۲-۷): مفهوم امپدانس پی $(\bar{K}_z + i\omega C_z)$ و سختی دینامیکی (\bar{K}_z)

۷-۲- روابط سختی استاتیکی و میرایی پی

در شکل (۳-۷) یک پی به شکل بلوک بتنی صلب در شرایط سه بعدی نشان داده شده است. پاسخ این پی به بارهای دینامیکی فقط تحت تأثیر مشخصات زمین زیر پی است. مشابه هر جرم صلب، چنین پی‌هایی دارای شش درجه آزادی شامل سه درجه آزادی انتقالی و سه درجه آزادی دورانی هستند. برای این پی، در روش فنر و میراگر معادل به ازای هر درجه آزادی یک فنر و یک میراگر وجود خواهد داشت که در اصطلاح به آن سختی و میرایی پی می‌گویند.

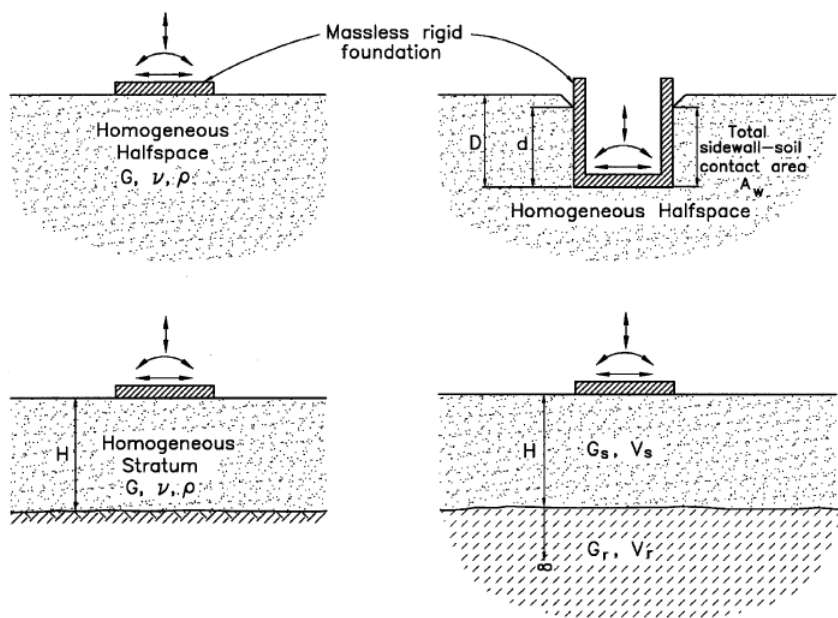


شکل (۳-۷): پی بلوکی صلب با شش درجه آزادی (Gazetas, 1991)

در شکل (۴-۷) مقطع دو بعدی چهار نمونه از پی‌های تحت ارتعاش نمایش داده شده است. محققین زیادی بر اساس تئوری الاستیسیته روابطی ساده برای محاسبه سختی و میرایی پی ارائه نموده‌اند. این روابط مستقل از فرکانس هستند و سختی و میرایی آن‌ها در مدل‌سازی به جای زمین زیر پی قرار می‌گیرند. در واقع سختی استاتیکی پی و میرایی هندسی پی جایگزین زمین زیر پی خواهند بود که از سیستم حذف شده است. از آنجایی که پی شرایط مختلفی خواهد داشت، این روابط نیز در گروه‌های زیر طبقه‌بندی شده‌اند:

- (۱) روابط برای پی‌های سطحی دایره‌ای
- (۲) روابط برای پی‌های سطحی غیر دایره‌ای
- (۳) روابط برای پی‌های مدفون
- (۴) روابط برای پی‌های قرار گرفته بر لایه خاک با ضخامت محدود

در ادامه برخی روابط مشهور برای هر یک از گروه‌های بالا ارائه می‌گردد. با این حال تأکید می‌گردد که جداول و نمودارهای ارائه شده در این نوشتار فقط برای آشنایی خواننده با این دسته از مستندات علمی ارائه شده است و در مواردی که لازم است موضوع خاصی مورد تحقیق واقع شود، بهتر است خواننده محترم از مراجع اصلی جداول و منحنی‌های به روز را استخراج نموده و استفاده نماید.



شکل (۷-۴): مقطع چهار نوع مختلف پی تحت ارتعاش قائم، افقی و دورانی (Mylonakis et al., 2006)

۷-۲-۱- روابط برای پی سطحی دایره‌ای

برای پی صلب بدون جرم و دایره‌ای به شعاع r بر روی نیم فضای الاستیک، سختی استاتیکی و میرایی هندسی در درجات آزادی مختلف به صورت زیر توصیه شده است: (Lysmer and Richart, 1966)

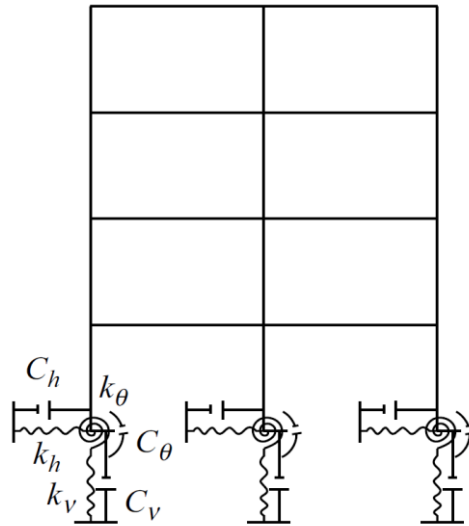
$$K_v = \frac{4Gr}{1-\mu} ; K_h = \frac{8Gr}{2-\mu} ; k_\varphi = 5.3Gr^3 ; K_\theta = \frac{8Gr^3}{3(1-\mu)} ;$$

$$K_{\theta h} = \frac{0.56Gr^2}{(2-\mu)} \quad (1-7)$$

$$C_v = \frac{3}{1-\mu} \rho V_s r^2 ; C_h = \frac{4.6}{2-\mu} \rho V_s r^2 ; C_\varphi = 0.8 \rho V_s r^4 ;$$

$$C_{\theta h} = \frac{0.4}{2-\mu} \rho V_s r^3 \quad (2-7)$$

در این روابط، زیرنویس‌های V , h , θ , φ به ترتیب نمایانگر جهت‌های قائم، افقی، چرخشی و پیش‌پشتی هستند. همچنین V_s سرعت موج برشی و G مدول برشی است. μ نسبت پواسون است و به طور معمول می‌توان آن را معادل یک سوم در نظر گرفت. همچنین ρ چگالی خاک است. در تحلیل دینامیکی اندرکنش خاک و سازه به روش فنر و میراگر معادل، ضرایب سختی و میرایی فنرها و میراگرها در ماتریس سختی و میرایی کل سیستم جاگذاری می‌شوند و مابقی حل مسئله مشابه یک مسئله معمولی دینامیک سازه خواهد بود. در شکل (۷-۵) سیستم فنر و میراگر معادل برای یک قاب چهار طبقه نشان داده شده است. ضرایب سختی و میرایی پی‌های این سازه از روابط (۱-۷) و (۷-۲) محاسبه خواهند شد. قابل ذکر است که میرایی مورد نظر در این روابط فقط از نوع میرایی تابشی (Radiational Damping) است و میرایی مصالح زمین (Material Damping) در آن منظور نشده است.



شکل (۷-۵): سیستم فنر و میراگر معادل برای یک قاب چهار طبقه (Datta, 2010)

۷-۲-۲- روابط برای پی سطحی غیر دایره‌ای

برای محاسبه سختی و میرایی پی‌های مربعی می‌توان شعاع معادل آنها را محاسبه کرده و از روابط پی‌های دایره‌ای استفاده کرد. برای پی‌های مستطیلی و بیضوی (Mylonakis et al. (2006) جدول (۷-۱) را برای محاسبه سختی ارائه نموده است.

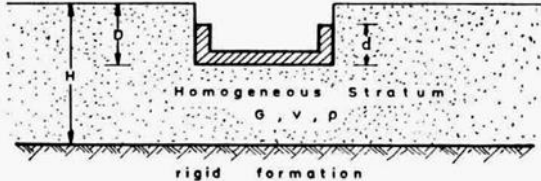
جدول (۱-۷): سختی استاتیکی برای پی‌های غیر دایره‌ای شکل (Mylonakis et al., 2006)

Response mode	Static Stiffness, K			
	Rectangle(B/L=2)	Rectangle(B/L=4)	Ellipse(a/b=2)	Ellipse(a/b=4)
Vertical, z	$K_z = \frac{3.3GL}{1-\nu}$	$\frac{2.55GL}{1-\nu}$	$\frac{2.9Ga}{1-\nu}$	$\frac{1.8Ga}{1-\nu}$
Horizontal, y (lateral direction)	$K_y = \frac{6.8GL}{2-\nu}$	$\frac{5.54GL}{2-\nu}$	$\frac{6.5Ga}{2-\nu}$	$\frac{5.3Ga}{2-\nu}$
Horizontal, x (longitudinal direction)	$K_x = \frac{4.9(1-1.4\nu)}{(2-\nu)(0.75-\nu)} GL$	$\frac{3.9(1-1.4\nu)}{(2-\nu)(0.75-\nu)} GL$	$\frac{4.7(1-1.37\nu)}{(2-\nu)(0.75-\nu)} Ga$	$\frac{3.7(1-1.4\nu)}{(2-\nu)(0.75-\nu)} Ga$
Rocking, rx (around x axis)	$K_{rx} = \frac{0.82GL^3}{1-\nu}$	$\frac{0.2GL^3}{1-\nu}$	$\frac{0.55Ga^3}{1-\nu}$	$\frac{0.78Ga^3}{1-\nu}$
Rocking, ry (around y axis)	$K_{ry} = \frac{2.46GL^3}{1-\nu}$	$\frac{1.62GL^3}{1-\nu}$	$\frac{1.65Ga^3}{1-\nu}$	$\frac{1.1GL^3}{1-\nu}$
Torsional	$K_t = 3.5GL^3$	$2.1GL^3$	$2.3Ga^3$	$1.4Ga^3$

۳-۲-۷- روابط برای پی‌های مدفون

به ازای یک بار دینامیکی ثابت، هر چه عمق پی افزایش می‌یابد بر مقدار سختی پی نیز افزوده می‌شود. از سوی دیگر ضخامت پی هم نقش حائز اهمیتی در تعیین سختی پی‌های مدفون دارد. چندین رابطه تاکنون توسط محققین مختلف برای برآورد سختی استاتیکی این پی‌ها ارائه شده که به عنوان نمونه در جداول (۲-۷) و (۳-۷) روابط پیشنهادی توسط (Mylonakis et al. و Gazetas (1991) و Mylonakis et al. (2006) نشان شده است. این محققین سختی پی مدفون را به صورت ضربی از سختی پی سطحی ارائه نموده‌اند.

جدول (۷-۲): سختی استاتیکی برای پی‌های مدفون (Gazetas, 1991)

			
Foundation Shape		Circular Foundation of Radius R	Strip Foundation
Static Stiffnesses, K	Vertical	$K_{z,emb} \approx K_{z,sur} \left(1 + 0.55 \frac{d}{R}\right) \left[1 + \left(0.85 - 0.28 \frac{D}{R}\right) \frac{D}{H-D}\right]$	$K_{z,emb} \approx K_{z,sur} \left[1 + 0.2 \left(\frac{d}{B}\right)^{2/3}\right] \left(1 + 3.5 \frac{B}{H-D}\right)$
	Horizontal, y or x	$K_{y,emb} \approx K_{y,sur} \left(1 + \frac{d}{R}\right) \left(1 + 1.25 \frac{D}{H}\right)$	$K_{y,emb} \approx K_{y,sur} \left(1 + 0.5 \frac{d}{B}\right) \left(1 + 1.5 \frac{D}{H}\right)$
	Rocking, rx or ry	$K_{rx,emb} \approx K_{rx,sur} \left(1 + 2 \frac{d}{R}\right) \left(1 + 0.65 \frac{D}{H}\right)$	$K_{rx,emb} \approx K_{rx,sur} \left(1 + \frac{d}{B}\right) \left(1 + 0.65 \frac{D}{H}\right)$
	Coupled swaying-rocking	$K_{yrx,emb} \approx \frac{1}{3} d K_{y,emb}$	$K_{yrx,emb} \approx \frac{1}{3} d K_{y,emb}$
	Torsional	$K_{t,emb} \approx K_{t,sur} \left(1 + 2.67 \frac{d}{R}\right)$	-

جدول (۳-۷): سختی استاتیکی برای پی‌های مدفون (Mylonakis et al., 2006)

Response mode	Static Stiffness, K			
	Rectangle(B/L=2)	Rectangle(B/L=4)	Ellipse(a/b=2)	Ellipse(a/b=4)
Vertical, z	$K_{z,emb} = K_{z,sur}\chi_z$			
	$\chi_z = \left(1 + 0.16\frac{D}{L}\right) \left[1 + 0.42\left(\frac{d}{L}\right)^{2/3}\right]$	$\left(1 + 0.25\frac{D}{L}\right) \left[1 + 0.6\left(\frac{d}{L}\right)^{2/3}\right]$	$\left(1 + 0.14\frac{D}{a}\right) \left[1 + 0.42\left(\frac{d}{a}\right)^{2/3}\right]$	$\left(1 + 0.24\frac{D}{a}\right) \left[1 + 0.6\left(\frac{d}{a}\right)^{2/3}\right]$
Horizontal, y(lateral direction)	$K_{y,emb} = K_{y,sur}\chi_y$			
	$\chi_y = \left(1 + 0.2\sqrt{\frac{D}{L}}\right) \left[1 + \left(\frac{d}{L}\right)^{0.8}\right]$	$\left(1 + 0.3\sqrt{\frac{D}{L}}\right) \left[1.3 + \left(\frac{d}{L}\right)^{0.8}\right]$	$\left(1 + 0.2\sqrt{\frac{D}{a}}\right) \left[1 + \left(\frac{d}{a}\right)^{0.8}\right]$	$\left(1 + 0.3\sqrt{\frac{D}{a}}\right) \left[1.2 + \left(\frac{d}{a}\right)^{0.8}\right]$
Rocking, rx(around x axis)	$K_{rx,emb} = K_{rx,sur}\chi_x$			
	$\chi_x = 1 + 2.5\frac{d}{L} \left[1 + 1.4\frac{d}{L}\left(\frac{d}{D}\right)^{-0.2}\right]$	$1 + 5\frac{d}{L} \left[1 + 2\frac{d}{L}\left(\frac{d}{D}\right)^{-0.2}\right]$	$1 + 2.5\frac{d}{a} \left[1 + 1.4\frac{d}{a}\left(\frac{d}{D}\right)^{-0.2}\right]$	$1 + 5\frac{d}{a} \left[1 + 2\frac{d}{a}\left(\frac{d}{D}\right)^{-0.2}\right]$
Rocking, ry(around y axis)	$K_{ry,emb} = K_{ry,sur}\chi_y$			
	$\chi_y = 1 + 2.1\left(\frac{d}{L}\right)^{0.6} \left[1 + \left(\frac{d}{D}\right)^{1.9}\right]$	$1 + 3.2\left(\frac{d}{L}\right)^{0.6} \left[1 + 1.5\left(\frac{d}{D}\right)^{1.9}\right]$	$1 + 2\left(\frac{d}{a}\right)^{0.6} \left[1 + \left(\frac{d}{D}\right)^{1.9}\right]$	$1 + 3.2\left(\frac{d}{a}\right)^{0.6} \left[1 + 1.5\left(\frac{d}{D}\right)^{1.9}\right]$
Torsional	$K_{t,emb} = K_{t,sur}\chi_z$			
	$\chi_t = 1 + 3.7\left(\frac{d}{L}\right)^{0.9}$	$1 + 6.1\left(\frac{d}{L}\right)^{0.9}$	$1 + 4\left(\frac{d}{a}\right)^{0.9}$	$1 + 6\left(\frac{d}{a}\right)^{0.9}$

۷-۲-۶- روابط برای پی‌های قرار گرفته بر لایه خاک با ضخامت محدود

در صورتی که سنگ بستر در عمق زیادی نباشد، می‌توان لایه خاک روی آن را لایه با عمق محدود دانست. در این صورت سختی پی بر روی لایه با عمق محدود بیش از سختی پی بر روی نیم فضای الاستیک است که در آن لایه خاک نامحدود فرض می‌شود. در جدول (۴-۷) برای پی

سطحی با سه شکل دایره، مستطیل و نواری مقادیر سختی استاتیکی، سختی دینامیکی و ضریب میرایی ارائه شده است. در این جدول و همچنین شکل (۶-۷) علاوه بر سختی استاتیکی، روش محاسبه سختی دینامیکی نیز آمده است.

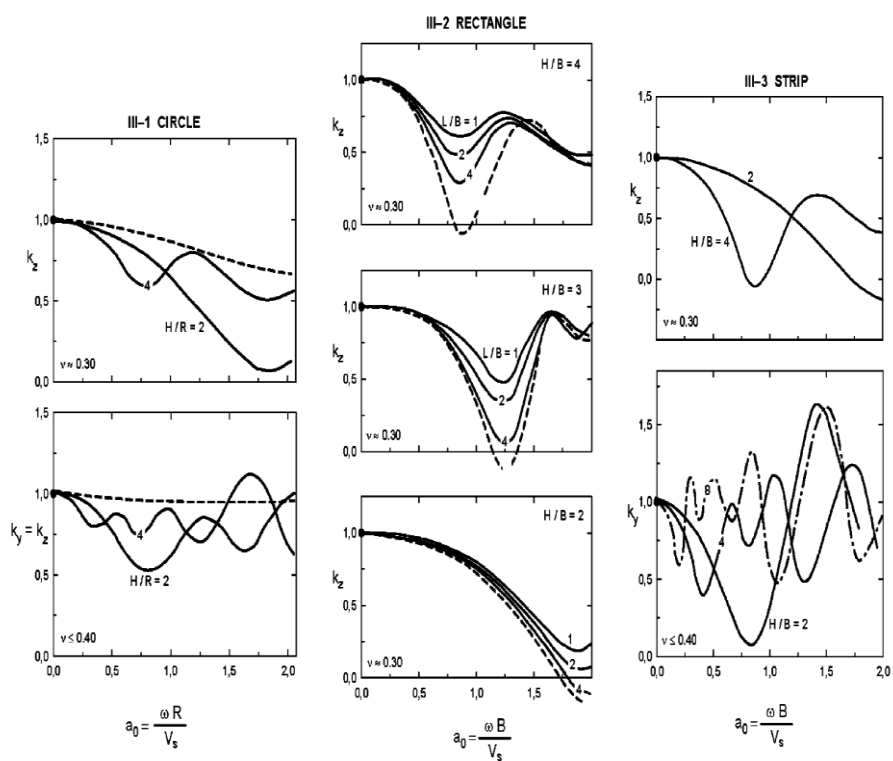
در مقطع چهارم از شکل (۴-۷) اثر سختی لایه سنگ بستر هم مورد توجه واقع شده است. در واقع در این مقطع یک لایه محدود بر روی نیم فضای الاستیک قرار گرفته است. در صورتی که سختی لایه سنگ بستر با G_r نمایش داده شود، برای محاسبه سختی استاتیکی پی‌های با لایه محدود بر روی نیم فضای الاستیک می‌توان از ضرایب ارائه شده در جدول (۵-۷) استفاده کرد. سختی استاتیکی پی بر روی لایه محدود بیش از سختی استاتیکی پی بر لایه نامحدود است.

جدول (۷-۴): سختی استاتیکی برای پی با لایه خاک به ضخامت H بر سنگ بستر سخت

(Mylonakis et al., 2006)

Foundation shape		Circular foundation of radius B=R	Rectangular foundation 2B by 2L (L>B)	Strip foundation 2L→∞
Static stiffness, K	Vertical,	$K_z = \frac{4GR}{1-\nu} \left(1 + 1.3 \frac{R}{H}\right)$	$K_z = \frac{2GL}{1-\nu} \left[0.73 + 1.54 \left(\frac{B}{L}\right)^{3/4} \left(1 + \frac{B}{0.5+L}\right)\right]$	$\frac{K_z}{2L} \approx \frac{0.73G}{1-\nu} \left(1 + 3.5 \frac{B}{H}\right)$
	Horizontal, x	$K_x = \frac{8GR}{2-\nu} \left(1 + 0.5 \frac{R}{H}\right)$	• $\frac{K_y}{2L} \approx \frac{2G}{2-\nu} \left(1 + 2 \frac{B}{H}\right)$	
	Horizontal, y	$K_y = K_x$	•	—
	Rocking, rx	$K_{rx} = \frac{8GR}{3(1-\nu)} \left(1 + 0.17 \frac{R}{H}\right)$	• $\frac{K_{rx}}{2L} \approx \frac{\pi GB^2}{2(1-\nu)} \left(1 + 0.2 \frac{B}{H}\right)$	
	Rocking, ry	$K_{ry} = K_{rx}$	•	—
	Torsional, t	$K_t = \frac{16}{3} GR^3 \left(1 + 0.1 \frac{R}{H}\right)$	•	—
Dynamic stiffness coefficients, k(ω)	Vertical, z	$k_z = k_z(H/R, a_0)$ Is obtained from Graph 7-6	$k_z = k_z(H/B, L/B, a_0)$ is plotted in Graph 7-6 for rectangle and strip	

Foundation shape		Circular foundation of radius B=R	Rectangular foundation 2B by 2L (L>B)	Strip foundation 2L→∞
	Horizontal, x or y	$k_y = k_y(H/R, a_0)$ Is obtained from Graph 7-6	<ul style="list-style-type: none"> $k_y = k_z(H/B, a_0)$ is obtained from graph 7-6 	
	Rocking, rx or ry	$\left\{ \begin{array}{l} k_\alpha(H/R) \approx k_z(\infty) \\ \alpha = rx, ry, t \end{array} \right.$	<ul style="list-style-type: none"> $k_{rx}(H/R) \approx k_{rx}(\infty)$ 	
	Torsional, t		<ul style="list-style-type: none"> $k_t(H/R) \approx k_t(\infty)$ 	
Radiation dashpot coefficients, C(∞)	Vertical,	$\left[\begin{array}{l} C_z(H/B) \approx 0 \text{ at frequencies } f < f_c \text{ regardless of foundation shape} \\ C_z(H/B) \approx 0.8 C_z(\infty) \text{ at } f \geq 1.5 f_c \\ \text{at intermediate frequencies interpolate linearly. } f_c = \frac{V_{La}}{4H}, V_{La} = \frac{3.4V_s}{(1-\nu)} \end{array} \right.$		
	Horizontal, x or y	$C_y(H/B) \approx 0 \text{ at } f < 4/3 f_s; C_y(H/B) \approx C_z(\infty) \text{ at } f > 4/3 f_s$ at intermediate frequencies interpolate linearly. $f_s = \frac{V_s}{4H}$; similarly for		
	Rocking, rx or ry	$C_{rx}(H/B) \approx 0 \text{ at } f < f_c; C_{rx}(H/B) \approx C_{rx}(\infty) \text{ at } f > f_c$; similarly for C_{ry}		
	Torsional, t	$C_t(H/B) \approx C_t(\infty)$		
• Not available				



شکل (۶-۷): گراف های مرتبط با جدول (۴-۷) ارائه شده توسط Mylonakis et al. (2006)

جدول (۵-۷): طریقه محاسبه سختی استاتیکی برای پی‌های با لایه محدود بر روی نیم فضا

(Mylonakis et al., 2006)

Vibration mode	General expression	m	
		Circle	Strip
	$K = K(G_s/G_r, H/B) = K(1, \infty) \times \frac{1+m(B/H)}{1+m(B/H)(G_s/G_r)}$		
	$K(1, \infty)$		
Vertical	K	1.3	3.5
Horizontal	of homogenous halfspace	0.5	2.0
Torsional		0.17	0.2

۳-۷- سختی و میرایی وابسته به فرکانس بارگذاری

همان‌گونه که در انتهای بند ۱-۷ بیان گردید، در واقع مقدار سختی پی وابسته به فرکانس بارگذاری است. از آنجایی که در روش فنر معادل اغلب برای ساده‌سازی از سختی و میرایی غیر وابسته به فرکانس استفاده می‌شود، نتایج این روش در برخی فرکانس‌ها با واقعیت اختلاف قابل توجهی دارند. Veletsos (1977) سختی و میرایی پی را به صورت وابسته به فرکانس در نظر گرفته و نتایج دقیق‌تری به دست آورده است. بر این اساس سختی دینامیکی در جهت افقی و دورانی (\bar{K}_x) و میرایی افقی و دورانی (C_x, C_θ) به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\bar{K}_x = k_x K_x, \bar{K}_\theta = k_\theta K_\theta, \quad (3-7)$$

$$C_x = c_x \frac{K_x r}{V_s}, C_\theta = c_\theta \frac{K_\theta r}{V_s}, \quad (4-7)$$

در این روابط (K_x, K_θ) سختی مستقل از فرکانس در جهت افقی و دورانی هستند که روابط

محاسبه آن‌ها در بند ۲-۷ ارائه گردید. همچنین $k_x, k_\theta, c_x, c_\theta$ ضرایب سختی و میرایی دینامیکی

هستند که برحسب عدد بدون بعد فرکانس ($a_0 = \frac{\omega r}{V_s}$) بیان می‌گردند. محققین مختلف روابط تقریبی و همچنین گراف‌هایی برای تخمین این ضرایب ارائه کرده‌اند که نمونه‌ای از آن در شکل (۶-۷) برای پی‌های بر روی لایه با ضخامت محدود ارائه گردید. یکی از قدیمی‌ترین نمودارها توسط Veletsos (1977) ارائه شده است. از آن زمان تاکنون ده‌ها دسته نمودار و جدول توسط محققین مختلف ارائه شده است که از آن جمله می‌توان به نمودارهای Gazetas (1991) و Mylonakis et al. (2006) اشاره کرد. در جداول (۶-۷) و (۷-۷) و شکل (۷-۷) موارد دیگری از این روابط برای پی‌های با شکل دلخواه ارائه شده است. در این کتاب برای رعایت اختصار نمودارهای تفصیلی و با جزئیات بیشتر ارائه نشده است. علاقه‌مندان می‌توانند به مراجع معرفی شده مراجعه نمایند.

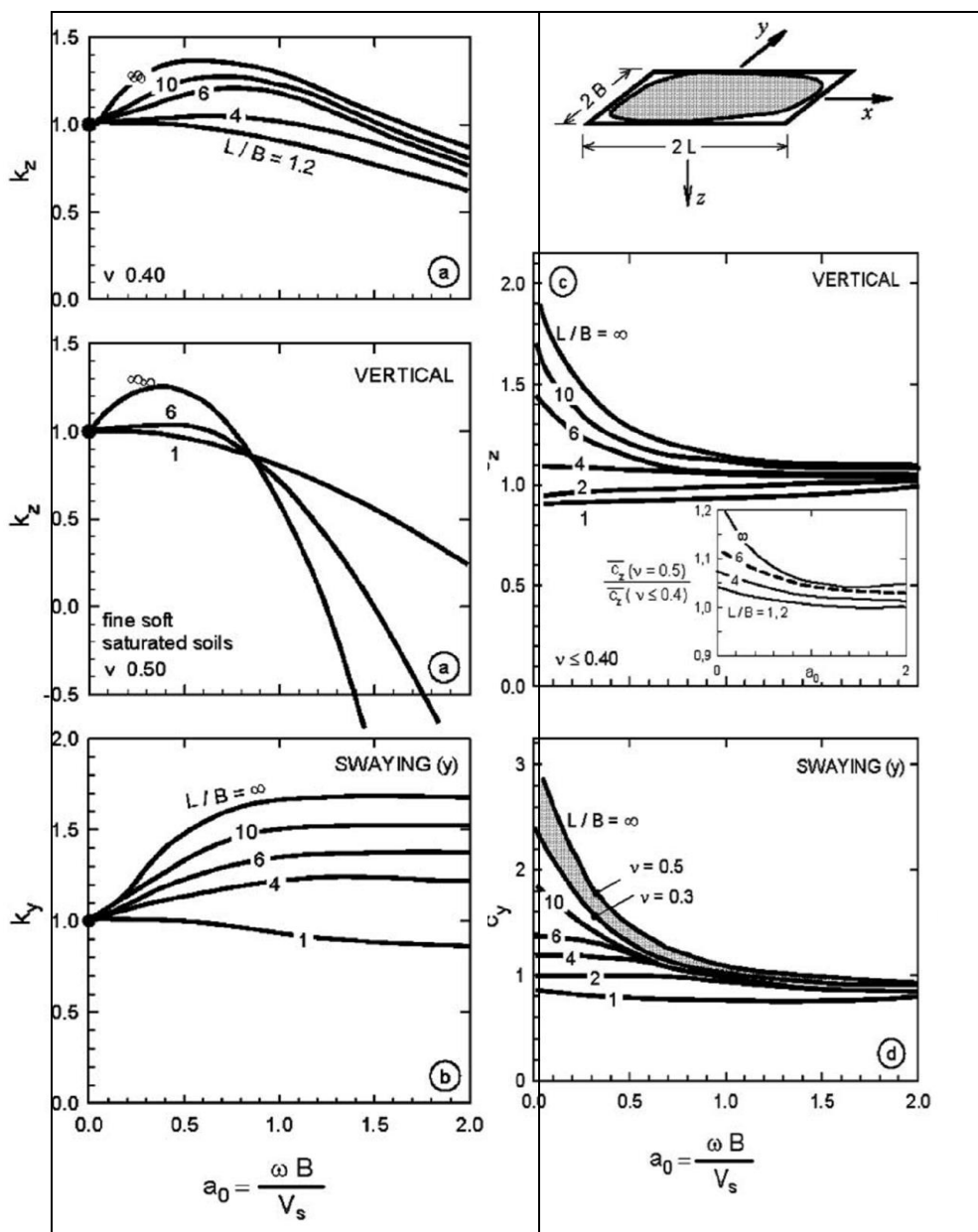
جدول (۶-۷): روابط محاسبه سختی استاتیکی برای پی‌ها با شکل دلخواه ارائه شده توسط

Mylonakis et al. (2006)

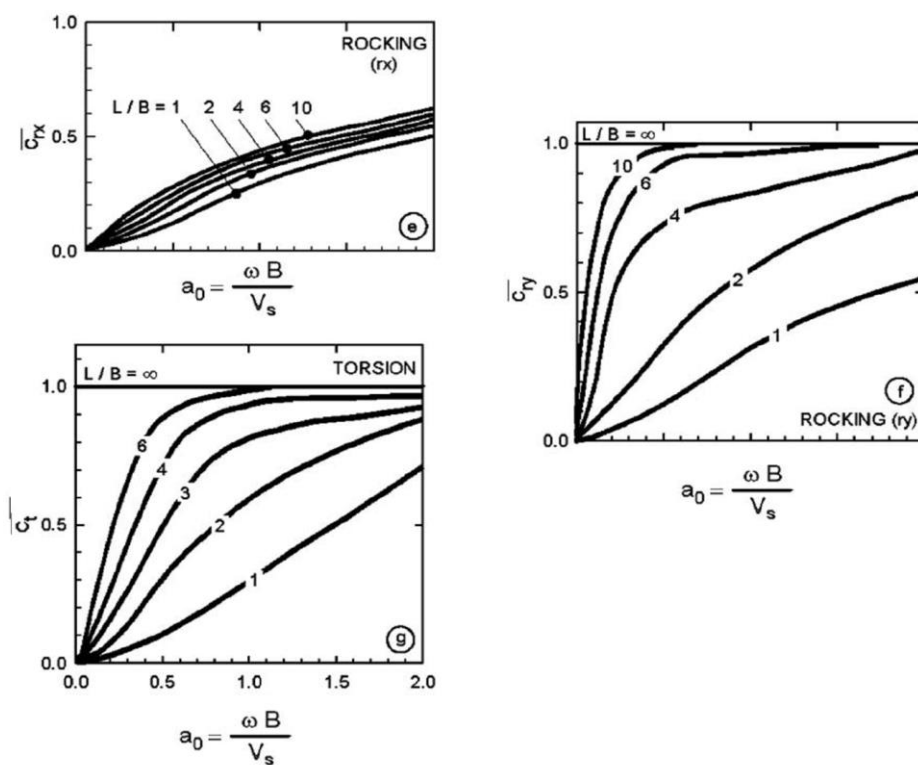
Vibration mode	Static stiffness, K
	General shape (Foundation-soil contact surface area= A_b with equivalent rectangle $2L \times 2B$, $L > B$) ^a
Vertical, z	$K_z = \frac{2GL}{1-\nu} (0.73 + 1.54\chi^{0.75})$ With $\chi = \frac{A_b}{4L^2}$
Horizontal, y (lateral direction)	$K_y = \frac{2GL}{2-\nu} (2 + 2.5\chi^{0.85})$
Horizontal, x (longitudinal direction)	$K_x = K_y - \frac{0.2}{0.75-\nu} GL \left(1 - \frac{B}{L}\right)$
Rocking, rx (around x axis)	$K_{rx} = \frac{G/1-\nu}{I_{bx}^{0.75}} \left(\frac{L}{B}\right)^{0.25} (2.4 + 0.5 \frac{B}{L})$ With I_{bx} = area moment of inertia of foundation-soil contact surface around x axis
Rocking, ry (around y axis)	$K_{ry} = \frac{G/1-\nu}{I_{by}^{0.75}} [3(\frac{L}{B})^{0.15}]$ With I_{by} = area moment of inertia of foundation-soil contact surface around y axis
Torsional	$K_t = GJ_t^{0.75} [4 + 11(1 - \frac{B}{L})^{10}]$ With $J_t = I_{bx} + I_{by}$ polar moment of inertia of foundation-soil contact surface
^a Note that as $L/B \rightarrow \infty$ (strip footing) the theoretical values of K_z and $K_y \rightarrow 0$; Values computed from the two given formulas correspond to footing of $L/B \approx 20$. ^b $a_0 = \omega B / V_s$	

جدول (۷-۷): روابط محاسبه سختی دینامیکی و میرایی ارائه شده توسط Mylonakis et al. (2006)

Dynamic stiffness $H = K.k(\omega)$		
Vibration mode	Dynamic stiffness coefficient k (General shape ; $(0 \leq a_0 \leq 2)^b$)	Radiation dashpot coefficient C (General shapes)
Vertical, z	$k_z = k_z(L/B, v, a_0)$ Plotted in Graph 7-7	$C_z = (\rho V_{La} A_b) \bar{C}_z$ $\bar{C}_z = \bar{C}_z(\frac{L}{B}, a_0)$ Plotted in Graph 7-7
Horizontal, y (lateral direction)	$k_y = k_y(L/B, v, a_0)$ Plotted in Graph 7-7	$C_y = (\rho V_s A_b) \bar{C}_y$ $\bar{C}_y = \bar{C}_y(\frac{L}{B}, a_0)$ Plotted in Graph 7-7
Horizontal, x (longitudinal direction)	$k_x \approx 1$	$C_x \approx \rho V_s A_b$
Rocking, rx (around x axis)	$k_{rx} = 1 - 0.2a_0$	$C_{rx} = (\rho V_{La} I_{bx}) \bar{C}_{rx}$ $\bar{C}_{rx} = \bar{C}_{rx}(\frac{L}{B}, a_0)$ Plotted in Graph 7-7
Rocking, ry (around y axis)	$\begin{cases} v < 0.45; \\ k_{ry} \approx 1 - 0.3a_0 \\ v \approx 0.5; \\ k_{ry} \approx 0.25a_0 (\frac{L}{B})^{0.3} \end{cases}$	$C_{ry} = (\rho V_{La} I_{by}) \bar{C}_{ry}$ $\bar{C}_{ry} = \bar{C}_{ry}(\frac{L}{B}, a_0)$ Plotted in Graph 7-7
Torsional	$k_t \approx 1 - 0.14a_0$	$C_t = (\rho V_s I_t) \bar{C}_t$ $\bar{C}_t = \bar{C}_t(\frac{L}{B}, a_0)$ Plotted in Graph 7-7
^b $a_0 = \omega B / V_s$		



شکل (۷-۷): گراف‌های مرتبط با روابط ارائه شده در جدول (۷-۷)



ادامه شکل (۷-۷): گراف‌های مرتبط با روابط ارائه شده در جدول (۷-۷)

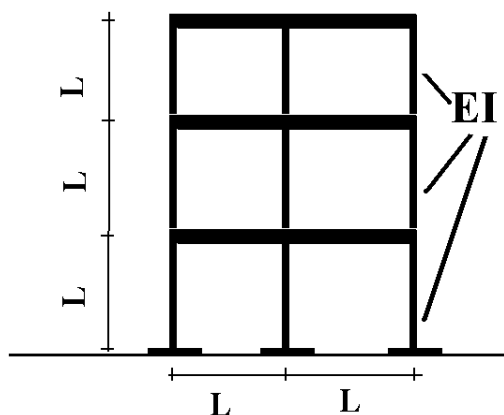
۷-۴- مراحل تحلیل به روش فنر و میراگر معادل

در فصل سوم روش‌های تحلیل دستی مسائل دینامیک سازه بیان گردید. تحلیل به روش فنر و میراگر معادل از همان شیوه‌های بیان شده در مبحث دینامیک سازه تبعیت می‌کند، با این تفاوت که در مسائل اندرکنش خاک و سازه ابتدا باید از جداول و منحنی‌ها سختی و میرایی پی استخراج شود و سپس مدل تحلیلی سیستم ترسیم شده و معادله تعادل دینامیکی برای آن نوشته شود. در ادامه

مفاهیم مذکور و چند نکته که در جریان حل مسائل به طور معمول پیش می‌آید، در قالب حل چند مسئله ساده بیان می‌گردد.

مسئله (۷-۱): برای سازه شکل زیر که در آن همه ستون‌ها از ابعاد مشابهی برخوردار هستند، تحریک ورودی به صورت یک شتاب هارمونیک $(a=a_0 \sin \omega t)$ در پایه سازه است. مسئله به صورت پارامتری حل شود و اعداد جاگذاری نشود. پی امکان حرکت افقی و چرخشی دارد. با در نظر گیری اندرکنش خاک-سازه:

- الف) ماتریس جرم را بنویسید.
- ب) ماتریس سختی و میرایی را بنویسید.
- ج) معادلات لازم برای تحلیل دینامیکی را به دست آورید.

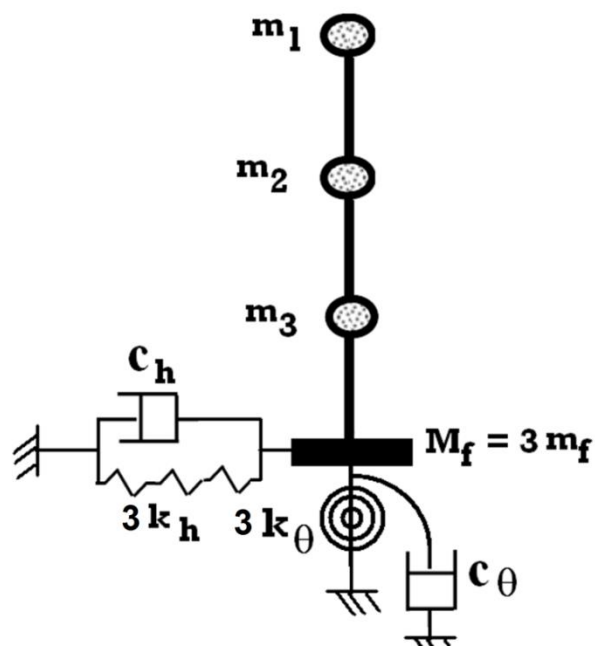


حل مسئله: این مسئله در فصل سوم بدون توجه به اثرات اندرکنش خاک و سازه حل شده بود. در این جا بادر نظرگیری اثرات اندرکنش مورد بررسی واقع می‌شود. با توجه به آن‌که پی دو درجه آزادی دارد، در مجموع سیستم دارای ۵ درجه آزادی است و لذا ابعاد ماتریس‌های سختی و جرم و

میرایی نسبت به مسئله فصل سوم که سه درجه آزادی داشت، بزرگتر خواهد شد. لازم است ماتریس‌های جرم، سختی و میرایی و همچنین بردار بار خارجی نوشته شوند و در نهایت از حل تعادل دینامیکی پاسخ سازه محاسبه گردد.

الف) محاسبه ماتریس جرم:

مدل اجزاء مجزا سازه به صورت زیر خواهد بود.

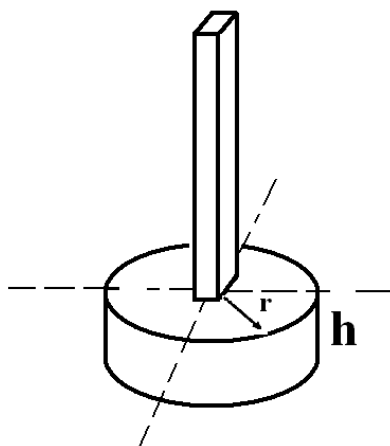


برای ماتریس جرم خواهیم داشت:

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3m_f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3I_f \end{bmatrix}$$

$$m_f = \rho h (\pi r^2) = \text{جرم یک پی}$$

$$I_f = \frac{W}{g} \left(\frac{r^2}{4} + \frac{h^2}{3} \right) = \text{ممان اینرسی جرمی یک پی دایره‌ای}$$



نکته: در این جا از درایه‌های غیرقطری ماتریس جرم صرف نظر شده است. در برخی موارد این درایه‌ها مهم خواهند بود. بر این اساس دانستن نحوه محاسبه آن‌ها و شرایطی که این درایه‌ها مقدار قابل توجهی دارند، اهمیت دارد.

الف) محاسبه ماتریس سختی:

ماتریس سختی متشکل از سختی ستون‌ها (K_s) و سختی زمین (G_{ff}) می‌باشد. ماتریس کلی به

صورت زیر خواهد بود:

$$K = \begin{bmatrix} K_s & K_{sf} \\ K_{fs} & K_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} \end{bmatrix}$$

فرض کنید که سختی جانبی هر ستون برابر k باشد، در این صورت ماتریس سختی سازه (K_s)

به صورت زیر خواهد بود:

$$K_s = \begin{bmatrix} 3k & -3k & 0 \\ -3k & 6k & -3k \\ 0 & -3k & 6k \end{bmatrix}, \quad k = \frac{12EI}{l^3}$$

سختی پی (K_f) حاصل جمع سختی زمین (K_g) و سختی ستون‌های متصل به پی (K_{ff}) خواهد

بود:

$$K_f = K_g + K_{ff}$$

که در آن:

$$K_{ff} = \begin{bmatrix} 3 \times \frac{12EI}{l^3} & 3 \times \frac{6EI}{l^2} \\ 3 \times \frac{6EI}{l^2} & 3 \times \frac{4EI}{l} \end{bmatrix}$$

درایه‌های ماتریس بالا به صورت زیر به دست آمده‌اند:

- k_{44} معادل مقدار نیرویی است که اگر در درجه آزادی ۴ قرار گیرد در همان درجه آزادی تغییرمکان جانبی واحد ایجاد کند. (معادل سختی جانبی ۳ ستون)
- k_{55} معادل مقدار لنگری است که اگر در درجه آزادی ۵ قرار گیرد در همان درجه آزادی دوران واحد ایجاد کند. (از رابطه شیب افت به دست می‌آید)
- k_{54} معادل مقدار لنگری است که اگر در درجه آزادی ۵ قرار گیرد در درجه آزادی ۴ تغییرمکان جانبی واحد ایجاد کند. (از رابطه شیب افت به دست می‌آید)
- k_{45} با توجه به تقارن قطری ماتریس محاسبه می‌گردد.

یادآوری می‌شود که معادلات شیب افت مقدار لنگر در انتهای اعضای سازه را بر حسب دوران گره های سازه بیان می‌کنند. معادلات شیب افت برای عضو ab به طول L_{ab} و سختی خمشی $E_{ab}I_{ab}$ به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$M_{ab} = \frac{E_{ab}I_{ab}}{L_{ab}} \left(4\theta_a + 2\theta_b - 6\frac{\Delta}{L_{ab}} \right)$$

$$M_{ba} = \frac{E_{ab}I_{ab}}{L_{ab}} \left(2\theta_a + 4\theta_b - 6\frac{\Delta}{L_{ab}} \right)$$

در این معادلات θ_a و θ_b به ترتیب نشان دهنده دوران گره های a و b هستند و Δ میزان تغییر مکان نسبی بین دو انتهای a و b است. عدم وجود سطح مقطع عضو در این معادلات بیانگر آن است که روش شیب افت از اثر تغییرشکل های محوری و برشی چشم پوشی می‌کند.

برای محاسبه ماتریس های K_{sf} و K_{fs} خواهیم داشت:

$$K_{fs} = (K_{sf})^T = \begin{bmatrix} k_{41} = 0 & k_{42} = 0 & k_{43} = 3 \left(\frac{-12 EI}{l^3} \right) \\ k_{51} = 0 & k_{52} = 0 & k_{53} = 3 \left(\frac{-6 EI}{l^2} \right) \end{bmatrix}$$

ماتریس K_g به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$K_g = \begin{bmatrix} 3k_h & 3k_{h\theta} \\ 3k_{\theta h} & 3k_\theta \end{bmatrix}$$

درایه‌های ماتریس بالا در از روابط سختی استاتیکی پی‌ها (روابط ۷-۱ و ۷-۲) به صورت زیر به دست خواهند آمد:

$$k_h = \frac{8Gr}{2-\nu} \quad \text{و} \quad k_\theta = \frac{8Gr^3}{3(1-\nu)} \quad \text{و} \quad k_{\theta h} = k_{h\theta} = \frac{0.56Gr^2}{2-\nu}$$

در نهایت ماتریس K_f از جمع درایه‌های متقابل ماتریس‌های K_{ff} و K_g به دست خواهد آمد.

ج) محاسبه ماتریس میرایی:

برای محاسبه ماتریس میرایی سیستم داریم:

$$C = \begin{bmatrix} C_s & 0 \\ 0 & C_f \end{bmatrix}$$

که در آن C ماتریس میرایی سازه است و با داشتن ضرایب میرایی رایلی به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$C_s = \alpha M_s + \beta K_s$$

در صورتی که نخواهیم از میرایی رایلی استفاده کنیم و فقط ضریب میرایی ثابت برای سازه مورد

نظر باشد، داریم: (میرایی فقط وابسته به ماتریس سختی است)

$$C_s = \frac{2\xi_s}{\omega_e} K_s$$

که در آن ξ_g ضریب میرایی سازه و ω_e فرکانس ارتعاش آزاد سیستم معادل است. می‌توان ω_e را از رابطه زیر به دست آورد:

$$\frac{1}{\omega_e^2} = \frac{1}{\omega_s^2} + \frac{1}{\omega_h^2} + \frac{1}{\omega_\theta^2}$$

پارامترهای این رابطه در فصل هشتم معرفی خواهد شد. همچنین میرایی پی (C_f) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$C_f = (C_f)_r + (C_f)_g$$

که در آن C_{fr} میرایی هندسی پی و C_{fg} میرایی داخلی خاک زیر پی است. برای محاسبه C_{fr} داریم:

$$C_{fr} = \begin{bmatrix} C_h & C_{h\theta} \\ C_{\theta h} & C_\theta \end{bmatrix}$$

که درایه‌های ماتریس میرایی هندسی (تابشی) از رابطه (۷-۱) به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$C_v = \frac{3}{1-\mu} \rho V_s r^2 ; C_h = \frac{4.6}{2-\mu} \rho V_s r^2 ; C_\theta = 0.8 \rho V_s r^4 ; C_{\theta h} = \frac{0.4}{2-\mu} \rho V_s r^3$$

توجه شود که میرایی حاصل از روابط بالا برای یک پی است و لازم است در تعداد پی‌ها ضرب شود. همچنین میرایی داخلی زمین از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$C_{fg} = \frac{2\xi_g}{\omega_e} G_{ff}$$

(د) بردارهای جابجایی، سرعت و شتاب

بردارهای حابجایی، سرعت و شتاب با توجه به درجه آزادی‌های تعریف شده به صورت زیر

نوشته می‌شوند:

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ \theta \end{bmatrix} \quad \dot{u} = \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_3 \\ \dot{u}_4 \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad \ddot{u} = \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \\ \ddot{u}_4 \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix}$$

(د) بردار بار خارجی:

تنها بار خارجی وارد به سیستم شتاب است که به پایه سیستم وارد شده است و بنابراین تمام

جرم‌های سیستم را تحت تأثیر قرار می‌دهد. این شتاب نیروی اینرسی به صورت زیر ایجاد می‌کند:

$$P(t) = -\ddot{u}_g \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ 3m_f \\ 3m_1l + 2m_2l + m_3l \end{bmatrix}$$

نکته ۱: توجه شود که درجه آزادی پنجم از نوع دوران است و بنابراین برای محاسبه آن باید

لنگری که در اثر شتاب پایه در درجه آزادی پنجم ایجاد می‌گردد (در شرایطی که فقط درجه آزادی

پنجم باز است) باید مورد توجه باشد. در واقع شتاب پایه نیروی اینرسی در راستای افقی در جرم‌ها

را ایجاد خواهد کرد و این نیروها لنگر نشان داده شده را در پایه مدل ایجاد می‌کنند.

نکته ۲: علامت منفی در کنار بردار بار خارجی بدان دلیل است که در اصل این بردار در سمت

چپ معادله تعادل دینامیکی بوده است که با انتقال آن به سمت راست معادله، یک علامت منفی در

کنار آن ظاهر می‌گردد.

نکته ۳: اگر تحریک خارجی به جای شتاب افقی از نوع شتاب دورانی ($\ddot{\theta}_g$) باشد، برای محاسبه درایه‌های بردار بار خارجی، کل سازه به اندازه واحد دوران داده می‌شود و اندازه تغییر مکان درجات یک تا چهار محاسبه می‌گردد. در نهایت تغییر مکان هر طبقه در جرم همان طبقه ضرب شده و مقدار نیروی $P_i(t)$ بدست می‌آید.

ه) معادله تعادل دینامیکی

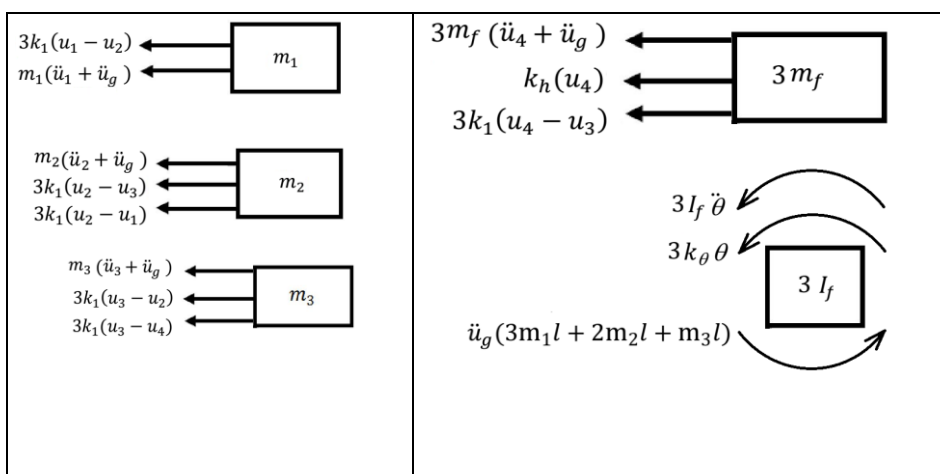
برای حل نهایی مسئله و محاسبه تغییر مکان، سرعت و شتاب در درجات آزادی سیستم، لازم است معادله دیفرانسیل تعادل دینامیکی سیستم که در بالا اجزاء آن به صورت ماتریسی به دست آمد، حل شود. این کار توسط نرم افزارهای ریاضی انجام می‌شود. معادله دیفرانسیل به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = P(t)$$

و) حل مسئله به روش دیاگرام جسم آزاد

مبانی روش حل بیان شده برای مسئله بالا تحت عنوان تحلیل ماتریسی در فصل سوم بیان گردید. روش دیگر حل مسئله نوشتن مستقیم معادلات تعادل برای هر جرم از سیستم است. در این روش به جای آن که ابتدا ماتریس‌ها به دست آمده و سپس معادله تعادل برای کل سیستم نوشته شود، در مرحله اول دیاگرام جسم آزاد برای هر جرم ترسیم شده و معادله تعادل برای تک تک جرم‌ها نوشته می‌شود و در نهایت معادلات به دست آمده به شکل ماتریسی نوشته شده و حل می‌شوند.

در ادامه مسئله (۷-۱) به شیوه ترسیم دیاگرام جسم آزاد حل می‌شود. برای این منظور ۵ دیاگرام برای ۵ درجه آزادی در شکل زیر ترسیم شده است. دقت کنید که جرم چهارم (پی)، دارای دو درجه آزادی انتقالی و دورانی است و بنابراین دو دیاگرام مجزا برای آن ترسیم شده است.



در این جا برای سهولت حل مسئله از نیروی میرایی صرف نظر شده است. معادله تعادل برای ۵

دیاگرام نشان داده شده به صورت زیر خواهد بود:

$$\text{For } m_1 : \sum F(x) = 0 \rightarrow 3k_1(u_1 - u_2) + m_1(\ddot{u}_1 + \ddot{u}_g) = 0$$

$$\text{For } m_2 : \sum F(x) = 0 \rightarrow 3k_1(u_2 - u_3) + m_2(\ddot{u}_2 + \ddot{u}_g) + 3k_1(u_2 - u_1) = 0$$

$$\text{For } m_3 : \sum F(x) = 0 \rightarrow 3k_1(u_3 - u_2) + m_3(\ddot{u}_3 + \ddot{u}_g) + 3k_1(u_3 - u_4) = 0$$

$$\text{For } m_f : \sum F(x) = 0 \rightarrow 3k_1(u_4 - u_3) + 3m_f(\ddot{u}_4 + \ddot{u}_g) + k_n(u_4) = 0$$

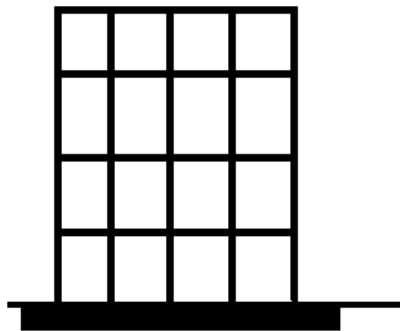
$$\text{For } I_f : \sum M = 0 \rightarrow 3I_f\ddot{\theta} + 3k_\theta\theta + \ddot{u}_g(3m_1l + 2m_2l + m_3l) = 0$$

اگر این معادلات را به شکل ماتریسی مرتب کنیم به همان معادلات به دست آمده در روش قبل خواهیم رسید.

نکته: برای ترسیم نیروهای وارد بر هر جرم، نیروی اینرسی وابسته به شتاب مطلق است، در حالی که نیروی میرایی و همچنین نیروی سختی وابسته به تغییر مکان‌های نسبی خواهند بود. بر همین اساس نیروی اینرسی وارد به جرم اول $m_1(\ddot{u}_1 + \ddot{u}_g)$ است که در آن شتاب نسبی جرم اول با شتاب پایه سیستم جمع شده است، ولی برای نیروی سختی فقط تغییر مکان نسبی در عبارت اول $3k_1(u_1 - u_2)$ آمده است.

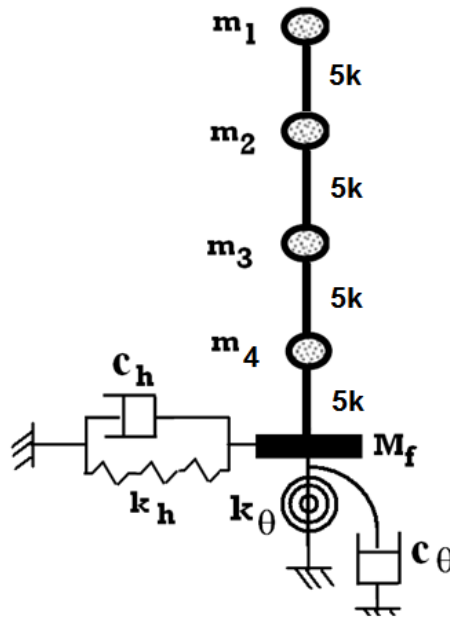
نکته: توجه شود که پاسخ حل مسئله به روش دیاگرام آزاد دقت کمتری نسبت به حل تحلیل ماتریسی خواهد داشت. زیرا در روش دیاگرام آزاد برخی درایه‌ها (نظیر k_{53}) به دست نمی‌آیند، مگر آن‌که با اتخاذ تدبیری این درایه‌ها هم به دیاگرام‌های جسم آزاد اضافه شوند.

مسئله (۷-۲): بر اساس مدل فنر و میراگر معادل فقط ماتریس سختی شکل مقابل را با در نظر گرفتن اندرکنش خاک و سازه به دست آورید. پی مستطیلی و از نوع نواری به ابعاد ۱۰ در ۸ متر مربع است که بعد عمود بر صفحه معادل ۸ متر است. همچنین پی فقط امکان حرکت افقی و چرخشی دارد، ولی طبقات فقط در جهت افقی حرکت می‌کنند. برای همه ستونها EI ثابت است و ارتفاع همه طبقات L است. مشخصات خاک در شکل داده شده است.



$$\begin{aligned}\xi &= 5\% \\ \nu &= 0.3 \\ \gamma &= 20 \text{ kN/m}^3 \\ G &= 100 \text{ kg/cm}^2\end{aligned}$$

حل مسئله: برای حل مسئله ابتدا باید مدل ایده‌آل سازی شده سیستم ترسیم شود. این مدل در شکل زیر نشان داده شده است. همان‌گونه که دیده می‌شود این سازه در مجموع دارای شش درجه آزادی است و لذا ابعاد ماتریس سختی آن (K) به صورت ۶ در ۶ خواهد شد. ماتریس سختی سازه (K_S) هم ۴ در ۴ و ماتریس سختی پی (K_F) با ابعاد ۲ در ۲ خواهد بود. همچنین ماتریس‌های اندرکنش پی و سازه (K_{FS} و K_{SF}) به صورت ۴ در ۲ و ۲ در ۴ ظاهر خواهند شد.



ماتریس سختی سیستم مرکب از سختی سازه و سختی و سختی اندرکنش به صورت زیر نوشته

می‌شود:

$$K = \begin{bmatrix} K_s & K_{sf} \\ K_{fs} & K_f \end{bmatrix}$$

می‌توان نشان داد که ماتریس سختی سازه به صورت زیر خواهد بود:

$$K_s = \begin{bmatrix} 5k & -5k & 0 & 0 \\ -5k & 10k & -5k & 0 \\ 0 & -5k & 10k & -5k \\ 0 & 0 & -5k & 10k \end{bmatrix}$$

که در آن k سختی جانبی یک ستون است و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$k = \frac{12EI}{l^3}$$

ماتریس سختی پی (K_f) ترکیبی از سختی زمین (K_g) و سختی ستون‌های متصل به پی (K_{ff}) خواهد بود. بنابراین داریم:

$$K_f = K_g + K_{ff} \quad , \quad K_{ff} = \begin{bmatrix} 5 \times \frac{12EI}{l^3} & 5 \times \frac{6EI}{l^2} \\ 5 \times \frac{6EI}{l^2} & 5 \times \frac{4EI}{l} \end{bmatrix} \quad , \quad K_g = \begin{bmatrix} k_h & k_{h\theta} \\ k_{\theta h} & k_\theta \end{bmatrix}$$

برای محاسبه درایه‌های ماتریس K_g باید از روابط بیان شده در ابتدای فصل برای برآورد سختی فنر استفاده شود. چون پی ابعادی نزدیک به مربع دارد، می‌توان از روش مساحت معادل شعاع دایره را محاسبه کرد. بنابراین داریم:

$$k_h = \frac{8Gr}{2-\mu} \quad , \quad r_h = \sqrt{\frac{BL}{\pi}} = \sqrt{\frac{10 \times 8}{3.14}} = 5$$

$$k_\theta = \frac{8Gr^3}{3(1-\mu)} \quad , \quad r_\theta = \sqrt[4]{\frac{4I}{\pi}}$$

$$k_{h\theta} = \frac{0.56Gr^2}{2-\mu}$$

نکته: شعاع معادل برای حرکت انتقالی و دورانی با هم متفاوت هستند.

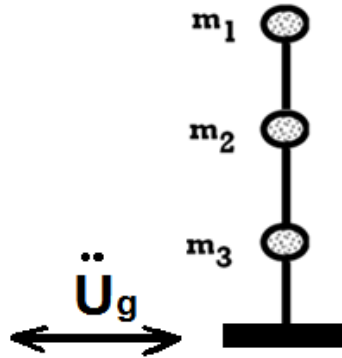
بدین ترتیب ماتریس سختی سازه و پی به دست آمد. برای محاسبه ماتریس اندرکنش خاک و

سازه داریم:

$$K_{fs} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 5\left(\frac{-12EI}{l^3}\right) \\ 0 & 0 & 0 & 5\left(\frac{-6EI}{l^2}\right) \end{bmatrix}$$

$$K_{sf} = (K_{fs})^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 5\left(\frac{-12EI}{l^3}\right) & 5\left(\frac{-6EI}{l^2}\right) \end{bmatrix}$$

مسئله (۳-۷): برای سیستم سه درجه آزادی شکل زیر که تحت تأثیر شتاب \ddot{u}_g در پایه سیستم قرار دارد، نشان دهید که بردار نیروی ناشی از تحریک خارجی به صورت $P(t) = -m\ddot{u}_g$ در طرف راست معادله تعادل دینامیکی ظاهر می‌گردد.



حل: اگر فرض کنیم که جابجایی کل در اثر نیروی دینامیکی به صورت u_t باشد، در این صورت

داریم:

$$\Sigma f_x = 0 \Rightarrow m\ddot{u}_t + ku + c\dot{u} + F(t) = 0 \quad (3-7)$$

در این معادله لازم است شتاب مورد استفاده برای محاسبه نیروی اینرسی به شکل شتاب مطلق و گلی (\ddot{u}_t) وارد گردد. که در آن رابطه بین شتاب‌های مطلق (\ddot{u}_t) و نسبی (\ddot{u}) به صورت زیر است:

$$\ddot{u}_t = \ddot{u} + \ddot{u}_g$$

ولی برای این مسئله نیروی خارجی $F(t)$ ، که فقط به صورت بار خارجی ظاهر می‌گردد، وجود ندارد؛ لذا داریم:

$$m(\ddot{u} + \ddot{u}_g) + ku + c\dot{u} = 0 \Rightarrow m\ddot{u} + ku + c\dot{u} = -m\ddot{u}_g$$

بنابراین نیروی خارجی ناشی از تحریک شتاب در پایه معادل $P(t) = -m\ddot{u}_g$ خواهد بود.

مسئله (۷-۴): نشان دهید که در معادله تعادل لازم نیست نیروهای استاتیکی (نظیر وزن و نیروی

خارجی استاتیکی) نوشته شوند.

حل: اگر فرض کنیم نیروی استاتیکی F_{stat} و تغییر مکانی ناشی از آن u_s باشد داریم:

$$m(\ddot{u} + \ddot{u}_g) + k(u_{dyn} + u_s) + c\dot{u} + F_{stat} = 0$$

ولی از معادله تعادل استاتیکی می‌دانیم که:

$$ku_s + F_{stat} = 0$$

بنابراین معادله اصلی به دو معادله زیر تفکیک می‌گردد:

$$ku_s + F_{stat} = 0$$

➤ معادله تعادل استاتیکی:

$$m(\ddot{u} + \ddot{u}_g) + ku_{dyn} + c\dot{u} = 0$$

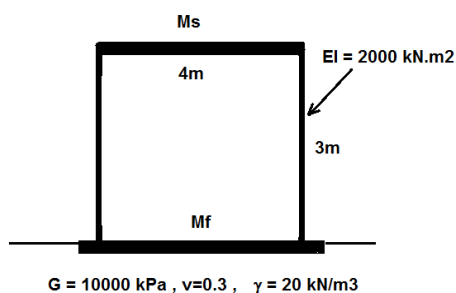
➤ معادله تعادل دینامیکی:

بنابراین برای محاسبه تغییر مکان‌های دینامیکی لازم نیست که نیروهای استاتیکی وارد حل

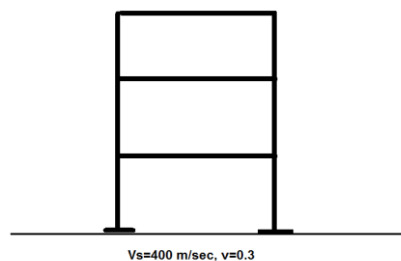
گردند.

مسائل حل نشده فصل هفتم:

۱. با استفاده از روش فنر معادل معادلات لازم برای محاسبه تغییرمکان ساختمان یک طبقه شکل مقابل را محاسبه کنید. شتاب زلزله به صورت $a=0.35g(\sin 8t)$ بر پی سازه وارد می‌گردد. جرم سازه و پی به ترتیب ۱۶۰ و ۵۰ کیلونیوتن است. سقف صلب است و پی امکان حرکت افقی و چرخشی را دارد. پیشنهاد می‌گردد که با یک نرم‌افزار مناسب مسئله را در دو حالت تکیه‌گاه گیردار و انعطاف‌پذیر حل کنید و میزان برش پایه و تغییرمکان سقف را به دست آورید. نتایج را با حل تحلیلی مقایسه کنید. (پی مربعی است)

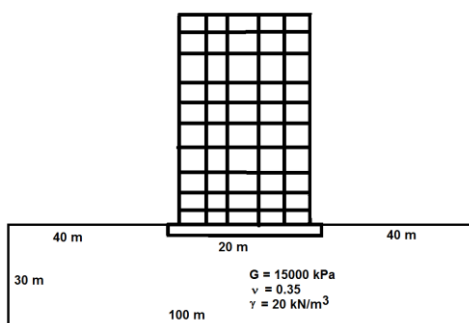


۲. ماتریس‌های سختی و جرم و بردار بار خارجی را برای سیستم شکل مقابل محاسبه کنید. پی امکان حرکت افقی و چرخشی دارد. ستونها بتنی و مربعی به عرض ۴۰۰ میلیمتر هستند. ارتفاع هر



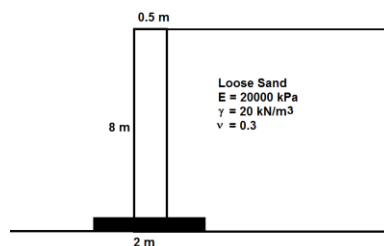
طبقه ۳ متر و دهانه قاب ۵ متر است. پی دایره‌ای به شعاع یک متر است و تحریک خارجی شتاب افقی در پایه مدل است.

۳. برای تحلیل دینامیکی ساختمان ۱۰ طبقه شکل مقابل نرم افزار ANSYS انتخاب شده است. در دو حالت زیر سختی و میرایی را برای تحلیل به دست آورید. الف) ساختمان بر روی پی گسترده و پی بر روی ۲۰ فنر و ۲۰ میراگر قرار دارد.



ب) ساختمان و پی بر روی زمین به ضخامت ۳۰ متر واقع شده اند و در مرزهای چپ و راست از فنر و میراگر به عنوان شرایط مرزی استفاده شده است.

۴. با استفاده از مفهوم جرم پیوسته و روش فنر معادل تغییر مکان لرزه ای دیوار حائل بتنی را محاسبه کنید. دیوار فقط امکان لغزش دارد. زمین مشخصات مسئله دوم را دارد.



فصل هشتم

مدل‌های تحلیلی برای شبیه‌سازی ارتعاش پی

۸-۱- مقدمه

در فصل قبل مبانی روش فنر و میراگر معادل برای تحلیل اندرکنش خاک و سازه مورد بررسی واقع شد. هم‌چنین روابط و منحنی‌های ارائه شده توسط محققین مختلف برای محاسبه سختی استاتیکی، سختی دینامیکی و میرایی بیان گردید. برخی از محققین نشان داده‌اند که گاهی اختلاف نتایج روش فنر و میراگر معادل با نتایج روش مستقیم قابل توجه است. به منظور کم کردن این اختلاف و نزدیک کردن نتایج روش فنر و میراگر معادل به واقعیت چندین مدل تحلیلی برای معادل-سازی پی ارائه شده است. در واقع این مدل‌ها ترکیبی از فنر، میراگر و جرم‌هایی هستند که نقش پی و زمین را در مدل تحلیلی ایفا می‌نمایند.

در میان مدل‌های ارائه شده توسط محققین مختلف سه مدل زیر که به لحاظ سادگی و کاربرد اهمیت بالاتری دارند، معرفی شده است:

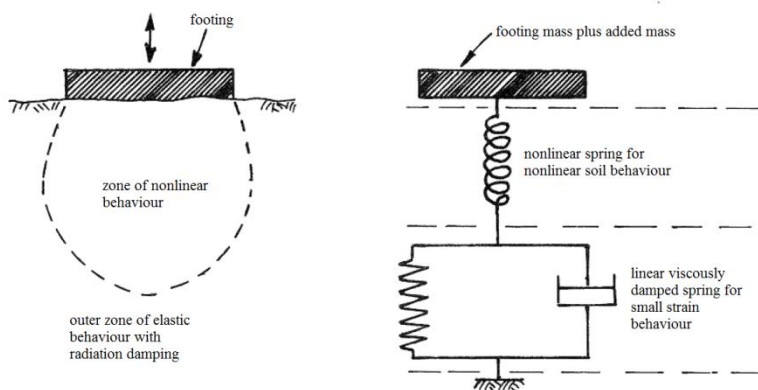
- مدل پایه اندرکنش خاک و سازه (بر اساس سختی استاتیکی)
- مدل ویسکو الاستیک (بر اساس رفتار غیرخطی خاک)
- مدل پایه اندرکنش خاک و سازه (بر اساس سختی دینامیکی)

نام‌گذاری مذکور عمومیت ندارد و در برخی مستندات علمی با نام‌های دیگری از این مدل‌ها یاد شده است. با این حال ساختار مدل و معادلات آن یکسان است.

۸-۲- مدل ویسکو الاستیک

Pender (1983) با استفاده از المان‌های فنر و میراگر یک مدل تحلیلی ساده برای شبیه‌سازی رفتار خاک در زیر پی‌های سطحی ارائه نمود. وی فرض کرده است که سطح تنش در یک ناحیه که

بلافاصله زیر پی قرار دارد، در حد بالایی است و رفتار خاک در این ناحیه غیرخطی است. در خارج از این ناحیه رفتار خاک ویسکوالاستیک است و توسط یک فنر خطی و یک میراگر قابل بیان است. رفتار خاک در ناحیه زیر پی هم توسط یک فنر غیرخطی شبیه‌سازی شده است. بر اساس این فرضیات مدل تحلیلی ارائه شده در شکل (۸-۱) برای بیان رفتار پی‌های سطحی ارائه شده است. هر چند حل ریاضی این مدل آسان است، با این حال از آنجایی که تعیین محدوده رفتار غیرخطی خاک وابسته به مقدار بار و نوع خاک است، در عمل استفاده از این مدل چندان ساده نیست. ضمن آن‌که مشارکت جرم زمین در ارتعاش نیز نادیده گرفته شده است. در هر صورت این مدل چندان مورد استقبال محققین بعد قرار نگرفته است.

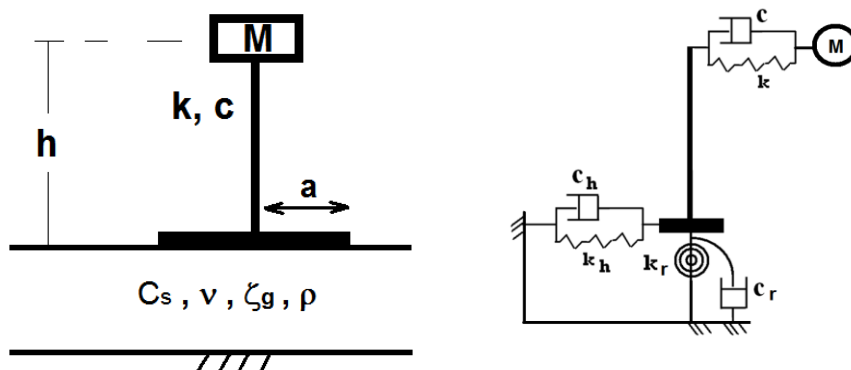


شکل (۸-۱): مدل ویسکوالاستیک برای شبیه‌سازی رفتار زمین در زیر پی (Pender, 1983)

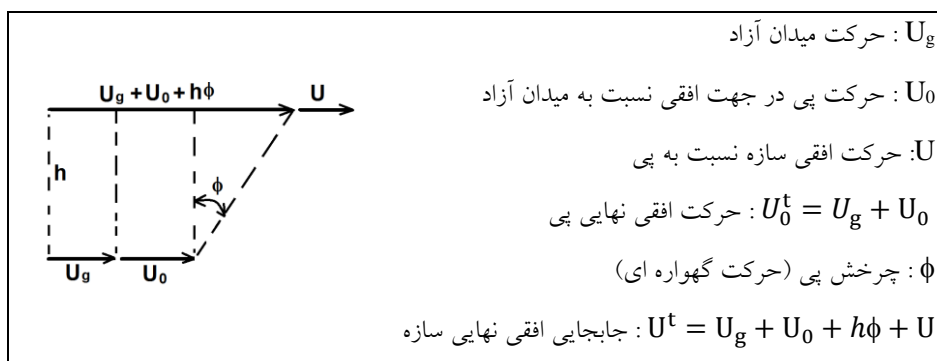
۸-۳- مدل پایه اندرکنش خاک و سازه بر مبنای سختی استاتیکی

ساده‌ترین مدل تحلیلی برای ایده‌آل‌سازی اندرکنش خاک و سازه آن است که سازه با یک سیستم یک درجه آزادی و پی با دو درجه آزادی مدل‌سازی گردد. در شکل (۸-۲) این سیستم تحلیلی ساده که به مدل پایه (Simple or Basic Model) موسوم است، نمایش داده شده است. این مدل

مبنای بسیاری از تحلیل‌های اندرکنش و همچنین راهکاری برای استخراج معیارهای آیین‌نامه‌ای است. همان‌گونه که دیده می‌شود، پی، دو درجه آزادی شامل حرکت افقی و حرکت دورانی سازه، یک درجه آزادی به صورت حرکت افقی دارد. تحریک لرزه‌ای از نوع تغییرمکان و معادل u_g است که بر پایه مدل وارد می‌گردد. دیاگرام تغییرمکان‌ها برای درجه آزادی انتقالی پی و همچنین سازه در شکل (۳-۸) نمایش داده شده است. (Wolf, 1985)



شکل (۳-۸): مدل پایه اندرکنش خاک و سازه، چپ: مدل ایده‌آل شده، راست: مدل فنر و میراگر معادل



شکل (۳-۸): دیاگرام تغییرمکان‌ها در مدل پایه اندرکنش خاک و سازه

در این مدل از جرم و ممان اینرسی پی و زمین (I_0, m_0) صرف نظر شده است. با این حال میرایی داخلی زمین (ξ_g) در نظر گرفته شده است. همچنین نسبت میرایی سازه (ξ) است که به صورت زیر به میرایی ارتباط پیدا می‌کند:

$$C = \frac{2k\xi}{\omega} \text{ میرایی سازه} \quad (۱-۸)$$

در این معادله k سختی سازه و ω فرکانس ارتعاش سیستم است. سایر پارامترها در سمت راست شکل (۲-۸) نمایش داده شده‌اند. این مدل قابلیت آن را دارد که میرایی هندسی و میرایی داخلی زمین را در قالب میراگرهای نمایش داده شده مدل‌سازی کند. برای هم واحد کردن ضریب میرایی داخلی ξ_g با میرایی هندسی (تابشی) C_x از روابط ریز استفاده می‌شود.

$$C_x = \frac{4.6}{2-\nu} \rho C_s a^2 = \text{میرایی تابشی افقی پی}$$

$$C_h = C_x + \frac{2}{\omega} \xi_g k_x = \text{میرایی کل برای زمین در جهت افقی (جمع میرایی داخلی و تابشی)}$$

به همین ترتیب برای درجه آزادی چرخشی داریم:

$$C_\phi = \frac{0.4}{1-\nu} \rho C_s a^4 = \text{میرایی تابشی گهواره‌ای پی}$$

$$C_r = C_\phi + \frac{2}{\omega} \xi_g k_\phi = \text{میرایی کل برای زمین در جهت گهواره‌ای (جمع میرایی داخلی و تابشی)}$$

در روابط بالا k_x و k_ϕ همان سختی استاتیکی در جهت افقی و دورانی هستند که از روابط زیر

به دست می‌آیند:

$$k_x = \frac{8Ga}{(2-\nu)}, \quad k_\phi = \frac{8Ga^3}{3(1-\nu)} \quad (۲-۸)$$

۸-۳-۱- محاسبه فرکانس ارتعاش در حالت‌های مختلف بر اساس مدل پایه

در ادامه فرکانس ارتعاش آزاد و میرایی سیستم با در نظرگیری اندرکنش خاک و سازه برای این مدل محاسبه می‌گردد. فرکانس ارتعاش آزاد سازه در حالت پایه گیردار از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$(k_r = k_x = \infty)$$

$$\omega_s = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (۳-۸)$$

برای حالتی که سازه صلب باشد ($k=\infty$) و همچنین پی آزادی حرکت چرخشی نداشته باشد ($k_r=\infty$) (فقط آزادی حرکت افقی پی موردنظر باشد)، فرکانس ارتعاش سیستم از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\omega_h^2 = \frac{k_x}{m} \quad (۴-۸)$$

اگر سازه صلب ($k=\infty$) و پی فقط آزادی چرخش داشته باشد ($k_x=\infty$)

$$\omega_r^2 = \frac{k_r}{mh^2} \quad (۵-۸)$$

برای حالتی که هر سه درجه آزادی وجود دارد (مسئله کامل اندرکنش خاک و سازه)، Wolf (1985) نشان داده است که فرکانس و میرایی سیستم خاک و سازه در حالت کلی از روابط زیر به دست می‌آید:

$$\frac{1}{\bar{\omega}^2} = \frac{1}{\omega_s^2} + \frac{1}{\omega_h^2} + \frac{1}{\omega_r^2} \quad (۶-۸)$$

در این رابطه $\tilde{\omega}$ فرکانس اساسی سیستم خاک و سازه^۱ است. همچنین میرایی کلی سیستم خاک و سازه از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\bar{\xi} = \xi \frac{\tilde{\omega}^2}{\omega_s^2} + \left[1 - \frac{\tilde{\omega}^2}{\omega_s^2} \right] \xi_g + \frac{\tilde{\omega}^2}{\omega_h^2} \xi_x + \frac{\tilde{\omega}^2}{\omega_f^2} \xi_\phi \quad (7-8)$$

که در آن ξ_g میرایی داخلی (میرایی مصالح) زمین است و همچنین داریم:

$$\xi_x = \frac{\omega C_x}{2k_x} \text{ ضریب میرایی معادل میرایی تابش افقی پی}$$

$$\xi_\phi = \frac{\omega C_\phi}{2k_\phi} \text{ ضریب میرایی معادل میرایی تابش چرخشی پی}$$

بر اساس روابط بالا فرکانس سیستم معادل، کمتر از فرکانس سازه با پی صلب است. به عبارت دیگر، لحاظ نمودن اندرکنش خاک و سازه در تحلیل باعث کاهش فرکانس و افزایش میرایی ارتعاش شده است. روابط مورد توصیه اغلب آئین‌نامه‌ها از این روابط الگو گرفته شده است.

۸-۳-۲- معادله تعادل دینامیکی برای سازه مدل پایه

معادله تعادل دینامیکی برای درجات آزادی پی و سازه به صورت زیر نوشته می‌شود و با حل آن u_0 و ϕ و u محاسبه می‌گردد.

$$P_x = k_x u_0 + C_x \dot{u}_0 + m \ddot{u}_0$$

^۱Fundamental frequency of the soil structure system

اگر بار وارد بر پی (P_x) مشخص باشد، از معادله بالا میزان حرکت پی (u_0) به دست می‌آید. معادله مذکور در حوزه فرکانس به صورت زیر نوشته می‌شود: (که در اینجا میرایی داخلی ξ_g هم وارد شده است)

$$P_x = k_x(1 + 2i\xi_x + 2i\xi_g)u_0$$

نظیر معادله بالا برای درجه آزادی چرخشی پی (ϕ) هم نوشته می‌شود و از آن ϕ به دست می‌آید. همچنین اگر معادله تعادل دینامیکی جرم سازه (m) نوشته شود، تغییر مکان افقی سازه به دست می‌آید.

Wolf (1994) نشان داده است که اگر معادله تعادل دینامیکی برای هر سه درجه آزادی سیستم

نوشته شود، معادله ماتریسی زیر در فضای فرکانس به دست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} \omega_n^2 \left(1 + 2i\xi \frac{w}{w_n}\right) - \omega^2 & -\omega^2 & -\omega^2 \\ -\omega^2 & \frac{s_h(a_0)}{m} - \omega^2 & -\omega^2 \\ -\omega^2 & -\omega^2 & \frac{s_r(a_0)}{mh^2} - \omega^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u(\omega) \\ u_0(\omega) \\ h\phi(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{u}_g(\omega)$$

در معادله بالا $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$ است و معادله برای هر ω حل می‌شود و تغییرات u بر حسب ω ترسیم می‌گردد.

نهایتاً $u_t = u_g + u_0 + h\phi + u$ به دست می‌آید. در رابطه ماتریسی داده شده S_h و S_r سختی

دینامیکی هستند و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$S_h(a_0) = k_h[\tilde{k}_h(a_0) + ia_0\tilde{c}_h(a_0)] \text{ (تابع فرکانس)}$$

$$S_r(a_0) = k_r [\tilde{k}_r(a_0) + ia_0 \tilde{C}_r(a_0)] \text{ (تابع فرکانس)}$$

برای k_h و k_r می‌توان از ضرایب معرفی شده در رابطه (۸-۲) و یا روابط کامل‌تر که به صورت

زیر هستند، استفاده کرد:

$$k_r = \frac{8\omega_n^2}{3(1-\nu)} \frac{mh^2}{\bar{m}\bar{s}^2}$$

$$k_h = \frac{8\omega_n^2}{2-\nu} \frac{m\bar{h}^2}{\bar{m}\bar{s}^2}$$

در این روابط h فاصله مرکز جرم سازه از پی است. همچنین سایر پارامترها به صورت زیر

تعریف می‌شوند:

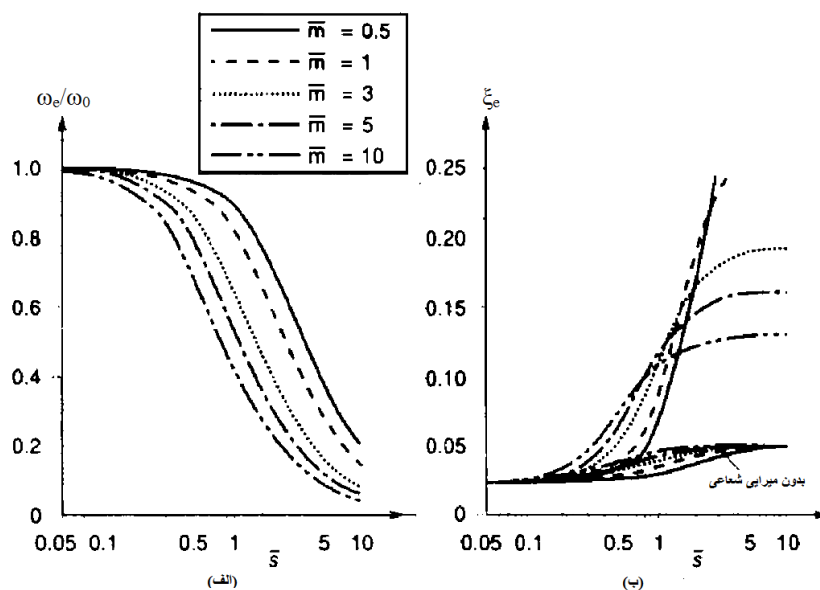
$$\bar{m} = \frac{m}{a^3\rho} \text{ ضریب جرم} \quad , \quad \bar{h} = \frac{h}{a} \text{ ضریب لاغری} \quad , \quad \bar{s} = \frac{\omega_0 h}{v_s} \text{ ضریب سختی}$$

نمودارهای کاربردی (Wolf 1985) برای مدل مذکور در شکل (۸-۴) ارائه شده است. در این

نمودارها با داشتن \bar{s} ، \bar{m} و با فرض $\bar{h}=1$ مقادیر $\frac{\omega_e}{\omega_0}$ و ξ_e و u به دست می‌آید، که در آن ξ_e همان

میرایی معادل سیستم و ω_e همان فرکانس ارتعاش آزاد معادل سیستم هستند. در روابط بالا m جرم

سازه و ρ دانسیته خاک است.



شکل (۴-۸): برآورد فرکانس و میرایی سیستم به ازای $(\bar{h} = 1, \nu = 0.33, \zeta = 0.25, \zeta_g = 0.05)$ بر اساس مدل پایه (Kramer, 1996)

۸-۴- استفاده از سختی وابسته به فرکانس برای حل مدل ساده اندرکنش

در روش ارائه شده توسط Wolf (1985) سختی و میرایی مستقل از فرکانس تحریک ورودی محاسبه می‌گردیدند. بر همین اساس و با توجه به فرض ساده‌کننده مذکور، گاهی نتایج آن با واقعیت فاصله قابل توجهی پیدا می‌کند. پیش از ارائه این راه حل، Veletsos (1977) سختی و میرایی پی را تابع فرکانس در نظر گرفته و نتایج دقیق تری را به دست داده است وی فرض کرده است که:

$$k_x = a_x K_x, \quad k_\theta = a_\theta K_\theta, \quad C_x = x_x \frac{K_x r}{V_s}, \quad C_\theta = x_\theta \frac{K_\theta r}{V_s}, \quad K_x = \frac{8}{2-\nu_s} G_s r$$

در روابط بالا x_θ , x_x , a_θ , a_x پارامترهای ضرائب سختی و میرایی دینامیکی هستند که با در دست داشتن پارامتر بدون بعد فرکانس ($a_0 = \frac{\omega r}{V_s}$) به دست می‌آیند. همچنین K_θ و K_x سختی استاتیکی هستند که با توجه به جهت مورد بررسی و مشخصات هندسی پی از روابط و جداول فصل هفتم محاسبه می‌گردد. نمونه‌ای از منحنی‌های ارائه شده توسط محققین برای محاسبه این پارامترها در فصل هفتم ارائه گردید.

نهایتاً (Veletsos (1977) نشان داده است که پریود طبیعی سیستم خاک - سازه از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\tilde{T} = T \sqrt{1 + \frac{k}{k_x} \left(1 + \frac{k_x h^2}{k_\theta}\right)}$$

که در آن T پریود طبیعی سازه در حالت پایه گیردار است و سختی و میرایی ها از روابط داده شده در بالا باید مورد استفاده واقع شوند. همچنین میرایی معادل سیستم از جمع میرایی هندسی و داخلی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\bar{\xi} = \xi_0 + \left(\frac{\tilde{T}}{T}\right)^{-3} \xi$$

که در آن ξ_0 میرایی سازه است و مستقل از فرکانس منظور می‌شود. همچنین ξ_0 میرایی تابشی پی است که وابسته به ضرائب میرایی و سختی بوده و از رابطه زیر که توسط Veletsos and Nair (1975) معرفی شده است، به دست می‌آید.

$$\xi_0 = \frac{\pi^4}{2} \frac{\gamma}{\sigma^3} \left(\frac{\tilde{T}}{T}\right)^{-3} \left[\frac{(2-\nu_s)\chi_x}{a_x(a_x+ia_0\chi_x)} \left(\frac{r}{h}\right)^2 + \frac{3(1-\nu_s)\chi_\theta}{a_\theta(a_\theta+ia_0\chi_\theta)} \right]$$

در این رابطه h ارتفاع سازه و r شعاع پی است. همچنین σ و γ پارامترهای بدون بعد موج و جرم هستند که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\frac{1}{\sigma} = \left(\frac{f_c h}{V_s} \right)$$

$$\gamma = \frac{m}{\pi \rho_s h r^2}$$

همچنین m جرم سازه، ρ_s دانسیته خاک و f_c فرکانس طبیعی سازه پایه گیردار است. سایر پارامترها در روابط قبل معرفی شده‌اند. علاوه بر این رابطه (Maravas et al. (2014) روابطی برای محاسبه فرکانس طبیعی ($\tilde{\omega}$) و میرایی سیستم و ($\tilde{\xi}$) معرفی کرده است که در آن سختی و میرایی وابسته به فرکانس است و نتایج حاصله از راه حل های قبلی دقیق تر است. در این روش میرایی معادل سیستم از رابطه زیر به دست خواهد آمد:

$$\tilde{\xi} = S \left[\frac{\xi_x}{\omega_x^2(1+4\xi_x^2)} + \frac{\xi_\theta}{\omega_\theta^2(1+4\xi_\theta^2)} + \frac{\xi}{\omega_c^2(1+4\xi^2)} \right]$$

$$\omega_\theta = \sqrt{K_\theta r^2 / m h^2}, \quad \omega_x = \sqrt{K_x / m}, \quad \omega_c = \sqrt{k / m}$$

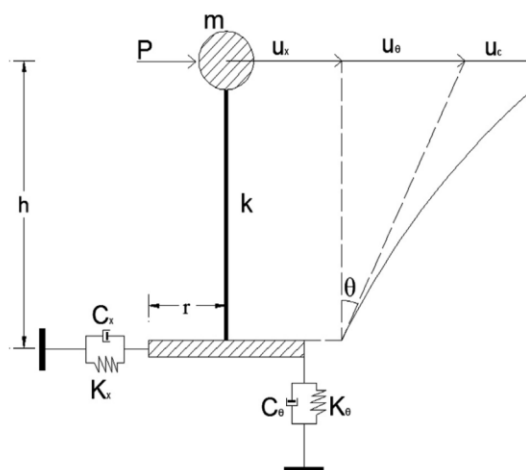
همچنین فرکانس طبیعی سیستم از رابطه زیر به دست خواهد آمد:

$$S = \left[\frac{1}{\omega_x^2(1+4\xi_x^2)} + \frac{1}{\omega_\theta^2(1+4\xi_\theta^2)} + \frac{1}{\omega_c^2(1+4\xi^2)} \right]^{-1}$$

$$\tilde{\omega}^2 = \frac{S}{(1+4\xi^2)}$$

پارامترهای این روابط در شکل (۸-۵) و همچنین روابط پیشین معرفی شده‌اند. علاوه بر این ξ

نسبت میرایی سازه، ξ_x و ξ_θ نسبت میرایی زمین در جهت افقی و دورانی هستند.



شکل (۸-۵): سیستم مورد نظر در استخراج روابط (Maravas et al. (2014)

این محققین همچنین برای شمع‌ها روابطی به دست داده است که علاقه‌مندان برای دریافت جزئیات روابط می‌توانند به مرجع (Maravas et al. (2014) مراجعه نمایند.

۸-۵- محاسبه سختی دینامیکی برای پی‌های مدفون

اگر پی دارای عمق مدفون باشد، سختی جانبی و دورانی پی افزایش می‌یابند. بر همین اساس لازم است روابط پی‌های سطحی برای استفاده در پی مدفون اصلاح شوند. برای سازه نشان داده شده در شکل (۸-۶) سازه با سختی K_{str} و ارتفاع معادل \bar{h} بر روی یک پی استوانه‌ای صلب با شعاع r در عمق e قرار گرفته است. همچنین جرم و ممان اینرسی جرمی برای سازه و پی به ترتیب با نمادهای m_{str} ، I_{str} ، m_f ، I_f نشان داده شده است.

Jahankhah et al. (2010) نشان داده‌اند که اگر برای پی دو درجه آزادی افقی و دورانی در

نظر گرفته شود، ماتریس سختی دینامیکی پی به صورت زیر خواهد بود:

$$S_g = \begin{bmatrix} S_{hh} & S_{hr} \\ S_{rh} & S_{rr} \end{bmatrix}$$

اجزاء این ماتریس به صورت زیر تعریف خواهند شد:

$$S_{hh} = K_{HH}(k_{hh} + ia_0^e c_{hh})$$

$$S_{rr} = K_{RR}(k_{rr} + ia_0^e c_{rr})$$

$$S_{rh} = S_{hr} = K_{HR}(k_{hr} + ia_0^e c_{hr})$$

که در آن k_{rr} ، k_{hr} ، k_{hh} و c_{rr} ، c_{hr} ، c_{hh} ضرایب بی‌بعد سختی دینامیکی پی هستند و از جداول و منحنی‌های ارائه شده توسط محققین مختلف محاسبه می‌شوند. به عنوان نمونه می‌توان مقادیر پیشنهاد شده توسط Meek and Wolf (1994) را که بر اساس مدل مخروط محاسبه شده، مورد استفاده قرار داد. همچنین K_{RR} ، K_{HR} ، K_{HH} سختی استاتیکی پی متناسب با درجات آزادی مورد نظر هستند و از روابط زیر به دست خواهند آمد:

$$K_{HH} = \frac{8Gr}{2-\nu} (1 + e/r)$$

$$K_{RR} = \frac{8Gr^3}{3(1-\nu)} (1 + 2.3 e/r + 0.58(e/r)^3)$$

$$K_{HR} = \frac{e}{3} K_{HH}$$

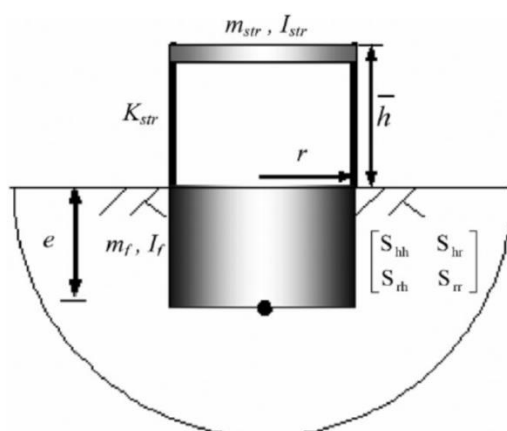
در این روابط G مدول برشی است و سایر پارامترها پیشتر تعریف شده‌اند. همچنین $a_0^e =$

$\frac{\omega e r}{V_s}$ پارامتر بدون بعد فرکانس تحریک است. در نهایت معادله تعادل دینامیکی سیستم به صورت

زیر خواهد بود: (شکل ۸-۶)

$$\begin{bmatrix} m_{str} & 0 & m_{str}(\bar{h} + e) \\ 0 & m_f & m_f(e/2) \\ m_{str}(\bar{h} + e) & m_f(e/2) & I_{str} + I_f + m_{str}(\bar{h} + e)^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_s \\ \ddot{x}_f \\ \dot{\phi}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{str} & -K_{str} & 0 \\ -K_{str} & K_{str} + S_{hh} & S_{hr} \\ 0 & S_{rh} & S_{rr} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_s \\ x_f \\ \phi_f \end{Bmatrix} =$$

$$- \begin{bmatrix} m_{str} & m_{str}(\bar{h} + e) \\ m_f & m_f(e/2) \\ m_{str}(\bar{h} + e) + m_f(e/2) & m_{str}(\bar{h} + e)^2 + I_{str} + I_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_g^e \\ \dot{\phi}_g^e \end{Bmatrix}$$

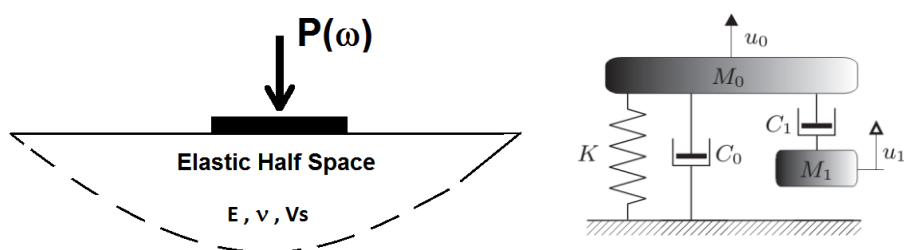


شکل (۸-۶): مدل تحلیلی پایه برای استخراج سختی دینامیکی پی مدفون

۸-۶- محاسبه سختی دینامیکی پی بر اساس مدل گسسته اساسی (Basic discrete model)

مدل‌های تحلیلی قبلی که در این نوشتار ارائه گردیدند دو اشکال اساسی داشتند؛ اول آن‌که سختی زمین فقط توسط فنرهای استاتیکی شبیه‌سازی شده بود. بنابراین تغییر فرکانس بارگذاری تأثیری در تغییر سختی زمین ایجاد نمی‌کرد. اشکال دوم این مدل‌ها عدم مشارکت جرم زمین در پاسخ‌ها است. در واقع وقتی پی تحت ارتعاش قرار می‌گیرد بخشی از زمین زیر پی در ارتعاش با پی مشارکت می‌کند. از آنجایی که مقدار این جرم مشخص نیست، در اغلب مدل‌های تحلیلی فرض شده است که جرم زمین زیر پی مشارکتی در ارتعاش ندارد.

Wolf (1988) مدل تحلیلی ساده‌ای برای محاسبه سختی دینامیکی پی و در واقع برای مدل‌سازی پی در مسائل تحلیل دینامیکی اندرکنش خاک و سازه ارائه شده است. این مدل نسبت به مدل ساده قبلی پیشرفت‌هایی داشته است. با این حال هم‌چنان برخی ضعف‌ها را با خود دارد. در این مدل فرض می‌شود که پی نشان داده شده در شکل (۷-۸) با مدل تحلیلی آن شبیه‌سازی می‌گردد. این مدل تحلیلی فقط برای ارتعاش قائم پی است و برای ارتعاش در جهت‌های دیگر اجزاء مدل متفاوت خواهد بود.



شکل (۷-۸): چپ: پی تحت ارتعاش قائم، راست: مدل تحلیلی برای ارتعاش قائم

در این مدل یک درجه آزادی برای یک نقطه موهومی (نقطه ۱) تعریف می‌شود. به نقطه مذکور به ازاء هر درجه آزادی یک جرم و یک میراگر موهومی متصل خواهد شد. علاوه بر این یک جرم دیگر (M_0) بر روی درجه آزادی پی (نقطه صفر) در سیستم وجود دارد. همان‌گونه که دیده می‌شود یک درجه آزادی اضافی موهومی در این مدل وجود دارد. به همین مناسبت برخی این مدل را به نام مدل دُم میمون (Monkey Tail Model) نام‌گذاری کرده‌اند. اجزاء مدل مذکور به قرار زیر هستند:

← K سختی استاتیکی پی که از روابط ارائه شده در بحث فنر معادل حاصل می‌گردد. (تابع

درجه آزادی است)

← C_0 میرایی هندسی پی

جرم استاتیکی پی $M_1 \leftarrow$

M_0, M_1 ممان اینرسی‌های جرمی متناسب با درجه آزادی پی (نقطه صفر) و نقطه موهومی

(۱).

$u_0 \leftarrow$ درجه آزادی حرکت پی

$u_1 \leftarrow$ تغییر مکان جرم M_1 است و مفهوم فیزیکی ندارد، ولی برای محاسبه تابع امیدانس پی

مورد نیاز است. معادله تعادل برای دیاگرام جسم آزاد جرم شماره ۱ به صورت زیر خواهد بود:

$$-\omega^2 M_1 u_1(\omega) + i\omega c_1 [u_1(\omega) - u_0(\omega)] = 0$$

همچنین معادله تعادل برای دیاگرام جسم آزاد نقطه صفر به صورت زیر خواهد بود:

$$-\omega^2 M_0 u_0(\omega) + i\omega(c_0 + c_1)u_0(\omega) - i\omega c_1 u_1(\omega) + k u_0(\omega) = p(\omega)$$

دقت شود که بار خارجی $p(\omega)$ به پی (نقطه صفر) وارد می‌گردد. اگر سازه هم به این نقطه وصل

شود، اثرات آن (سختی و میرایی سازه) در دیاگرام آزاد نقطه صفر ظاهر خواهند شد. همچنین اگر

فونداسیون جرم داشته باشد به نقطه صفر اضافه می‌گردد.

اگر در دو معادله بالا اگر از طرفین $u_1(\omega)$ را حذف کنیم به معادله زیر می‌رسیم:

$$P(\omega) = K \left[1 - \frac{\frac{\omega^2 M_1}{k}}{1 + \frac{\omega^2 M_1^2}{c_1^2}} - \frac{\omega^2 M_0}{k} + i\omega \left(\frac{M_1}{c_1} \frac{\frac{\omega^2 M_1}{k}}{1 + \frac{\omega^2 M_1^2}{c_1^2}} + \frac{c_0}{k} \right) \right] u_0(\omega)$$

این معادله را می‌توانیم به شکل ساده زیر بنویسیم

$$P(w) = K[\tilde{K}(a_0) + ia_0\tilde{C}(a_0)]u_0(a_0) = S u_0(a_0)$$

که در آن:

$$\tilde{K}(a_0) = 1 - \frac{\mu_1 a_0^2}{1 + \frac{\mu_1^2}{\gamma_1^2} a_0^2} - \mu_0 a_0^2$$

$$\tilde{C}(a_0) = \frac{\mu_1}{\gamma_1} \frac{\mu_1 a_0^2}{1 + \frac{\mu_1^2}{\gamma_1^2} a_0^2} + \gamma_0$$

و در این معادلات پارامترها به صورت زیر تعریف می‌شود

$$a_0 = \frac{\omega a}{V_s}$$

K سختی استاتیکی است پی که برای حرکت قائم معادل $k_v = \frac{4Ga}{1-\mu}$ است. همچنین a شعاع

پی، V_s سرعت موج برشی و ω فرکانس تحریک است.

$$C_0 = \frac{a}{V_s} K_{st} \gamma_0$$

$$C_1 = \frac{a}{V_s} K_{st} \gamma_1$$

$$M_0 = \frac{a^2}{V_s^2} K_{st} \mu_0$$

$$M_1 = \frac{a^2}{V_s^2} K_{st} \mu_1$$

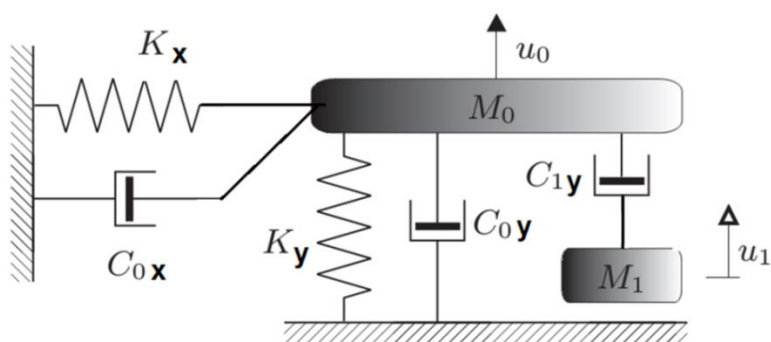
γ_0 ، γ_1 ، μ_0 ، μ_1 ضرائب بدون بعدی هستند که از جدول (۸-۱) به دست می‌آیند. بنابراین با

داشتن تحریک ورودی $p(\omega)$ و سختی K_{st} می‌توان تغییر مکان u_0 را به دست آورد.

جدول (۸-۱): پارامترهای مرتبط با ممان اینرسی جرمی و میرایی در مدل MTM توسط Wolf (1988)

	Static stiffness	Dashpots		Masses	
	K	γ_0	γ_1	μ_0	μ_1
Horizontal	$\frac{8G_s R}{2-\nu_s}$	$0.78-0.4\nu_s$	—	—	—
Vertical	$\frac{4G_s R}{1-\nu_s}$	0.8	$0.34-4.3\nu_s^4$	$\nu_s < \frac{1}{3}$	0
				$\nu_s > \frac{1}{3}$	$0.9(\nu_s - \frac{1}{3})$
Rocking	$\frac{8G_s R^3}{3(1-\nu_s)}$	—	$0.42-0.3\nu_s^2$	$\nu_s < \frac{1}{3}$	0
				$\nu_s > \frac{1}{3}$	$0.16(\nu_s - \frac{1}{3})$
Torsional	$\frac{16G_s R^3}{3}$	0.017	0.291	—	0.171

در این مدل میرایی داخلی برای زمین منظور نگردیده است و از جرم زمین هم صرف نظر شده است. در هر صورت می‌توان میرایی داخلی را به روشی که در بخش‌های قبل بیان گردید به میرایی هندسی اضافه کرد و میرایی کل را به دست آورد. باید دقت شود که به ازای هر درجه آزادی جرم‌های موهومی و میرایی‌های مربوط به آن به مدل اضافه می‌شود. مثلاً اگر پی در دو جهت افقی و عمودی درجه آزادی داشته باشد، مدل تحلیلی به صورت نشان داده شده در شکل (۸-۸) می‌شود.

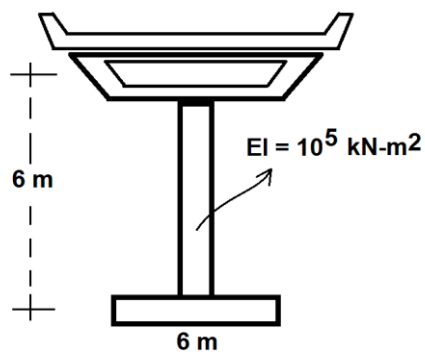


شکل (۸-۸): مدل تحلیلی MTM برای حالتی که هر دو درجه آزادی قائم و افقی وجود داشته باشند

به نظر می‌آید که C_0, C_1, M_0, M_1 در واقع به نحوی اثر فرکانس بار در تغییر سختی و میرایی را نشان می‌دهند.

مسئله (۸-۱): نمونه از مدل گسسته اساسی (MTM) در حوزه فرکانس

با استفاده از مدل MTM و با فرض آن که سازه یک درجه حرکت افقی و پی یک درجه حرکت انتقالی (لغزش) دارد، معادلات لازم برای محاسبه تغییر مکان‌های پل تک پایه شکل مقابل را در فضای فرکانس بنویسید.



$$M_s = 50 \times 10^3 \text{ kg}$$

$$M_f = 20 \times 10^3 \text{ kg}$$

$$\xi_s = \%5$$

$$\xi_g = \%7$$

$$G_{\text{زمین}} = 2 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$$

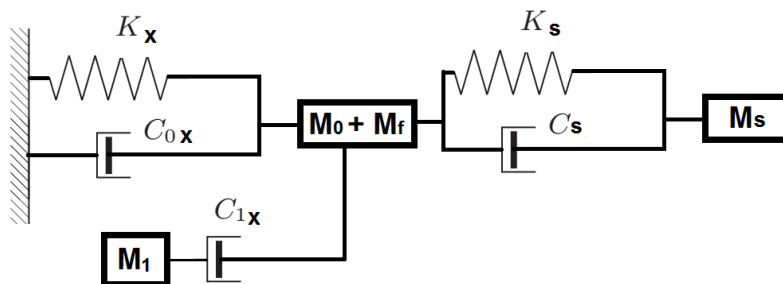
$$v_{\text{زمین}} = 0.3$$

$$\rho = 2000 \text{ kg/m}^3$$

حل مسئله:

قدم اول: ترسیم مدل

چون پی یک درجه آزادی در جهت افقی دارد، مدل به صورت زیر خواهد بود:



قدم دوم: محاسبه پارامترها

$$k_x = \frac{8Ga}{2-\nu} = \frac{8(2 \times 10^4) \times 3}{2-0.3} = 282353 \text{ kN/m}$$

$$V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = 100 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

با توجه به ضرایب ارائه شده در جدول (۸-۱) خواهیم داشت:

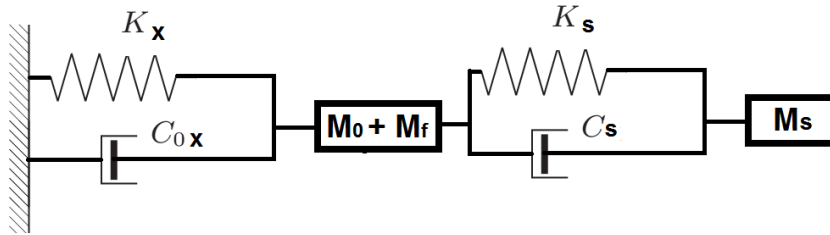
$$C_{0x} = \frac{a}{v_s} K_x \gamma_0 = \frac{3}{100} k_x (0.78 - 0.4\nu) = 5591 \text{ kN.sec/m}$$

$$\gamma_1 = 0 \Rightarrow C_1 = 0, \quad \mu_0 = 0 \rightarrow M_0 = 0$$

$$\mu_1 = 0 \rightarrow M_1 = 0$$

در واقع مدل MTM برای حالتی که پی فقط آزادی افقی دارد قابلیت بالایی ندارد. لذا به مدل

ساده زیر تبدیل می‌شود.

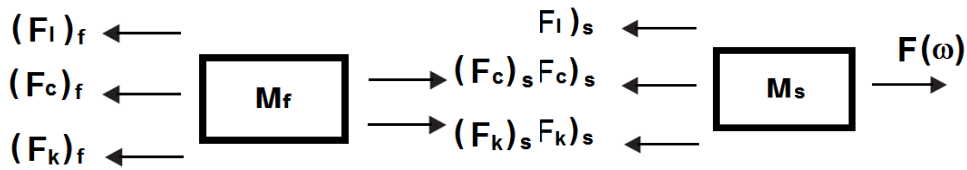


نکته: چون زمین هم میرایی داخلی و هم میرایی هندسی دارد، می‌توان میرایی کل آن را در جهت افقی از رابطه زیر حساب کرد:

$$C_h = C_{0x} + \frac{2}{\omega} \zeta_g k_x$$

قدم سوم: ترسیم دیاگرام جسم آزاد

برای دو جرم (پی و سازه) دیاگرام نیروهای دینامیکی وارد بر آنها ترسیم می‌گردد. توجه شود که چون این مسئله در حوزه فرکانس حل می‌شود، نحوه محاسبه نیروهای سختی، میرایی و اینرسی در آن اندکی متفاوت از مسائل حوزه زمان است که در فصل قبل ارائه گردید. قابل ذکر است که معادله تعادل دینامیکی در حوزه فرکانس پیشتر در رابطه (۳-۴) ارائه گردیده بود.



در فضای فرکانسی معادل تعادل دینامیکی سیستم به صورت زیر خواهد بود:

$$S(\omega) \times U(\omega) = P(\omega)$$

که به شکلی عمومی‌تر به این صورت خواهد شد:

$$[K]U(\omega) + i\omega[C]U(\omega) - \omega^2[M]U(\omega) = P(\omega)$$

بنابراین نیروهای اینرسی، سختی و میرایی که بر دو جرم وارد می‌شوند، از معادلات زیر به

دست خواهند آمد:

نیروی اینرسی پی	$(F_I)_f = -\omega^2 M_f(u_0(\omega))$
نیروی میرایی میراگر پی	$(F_C)_f = i\omega C_h u_0(\omega)$
نیروی سختی فنر پی	$(F_k)_f = k_x u_0(\omega)$
نیروی اینرسی سازه	$(F_I)_s = -\omega^2 M_s(u_0(\omega))$
نیروی میرایی میراگر سازه	$(F_C)_s = i\omega C_s(u_s(\omega) - u_0(\omega))$
نیروی سختی فنر سازه	$(F_k)_s = k_s(u_s(\omega) - u_0(\omega))$
نیروی خارجی وارد بر عرشه پل	$F(\omega)$

قدم چهارم: نوشتن معادلات تعادل دینامیکی

تعادل نیروهای وارد بر سازه به صورت زیر خواهد بود:

$$(F_k)_s + (F_C)_s + (F_I)_s = F(\omega)$$

$$\Rightarrow -\omega^2 M_s u_s(\omega) + i\omega C_s [u_s(\omega) - u_0(\omega)] + k_s [u_s(\omega) - u_0(\omega)] = -F(\omega)$$

همچنین تعادل نیروهای وارد بر پی به صورت زیر خواهد بود:

$$\Rightarrow (F_k)_f + (F_C)_f + (F_I)_f = (F_k)_s + (F_C)_s$$

$$\Rightarrow k_x u_0(\omega) + i\omega C_h u_0(\omega) + (-\omega^2 M_f u_0(\omega)) = i\omega C_s [u_s(\omega) - u_0(\omega)] + k_s [u_s(\omega) - u_0(\omega)]$$

قدم پنجم: حل معادلات

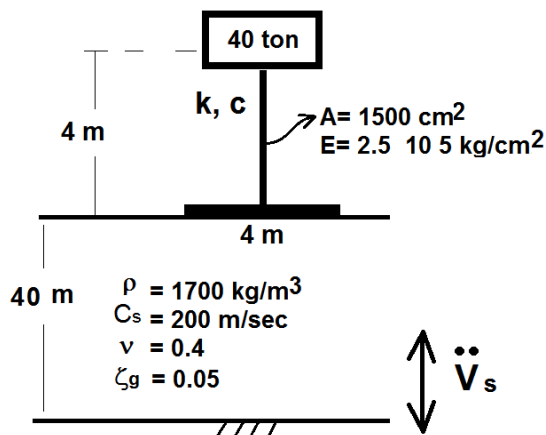
معادلات به دست آمده برخلاف حالت حل در حوزه زمان، حالت دیفرانسیلی ندارند. بنابراین به سادگی حل می‌شوند. کافی است به ازای هر فرکانس معادلات بالا که یک سیستم دو معادله و دو مجهول است حل شده و در نتیجه u_0 و u_s به دست آید.

نکته: پیشنهاد می‌شود که یک بار مسئله را در حوزه زمان و یک بار در حوزه فرکانس حل کنید و پاسخ‌های دو حالت را با هم مقایسه کنید.

نکته: در حل بالا u_s تغییر مکان سازه نسبت به سنگ بستر بود. چون سنگ بستر فاقد تغییر مکان است، در واقع u_s همان تغییر مکان مطلق سازه است. در واقع چون در این مسئله بار خارجی زلزله نیست، برای محاسبه نیروی اینرسی تغییر مکان سنگ بستر دیده نشده است.

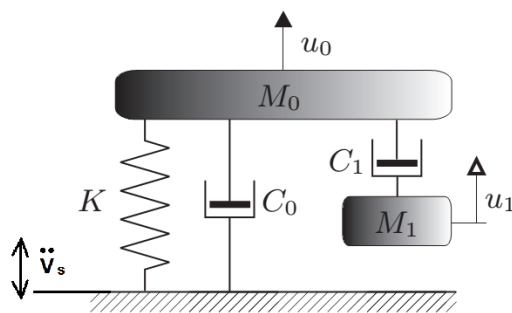
مسئله (۸-۲): مسئله نمونه از مدل گسسته اساسی (MTM) در حوزه زمان

سازه شکل مقابل بر روی یک پی دایره ای به قطر ۴ متر قرار گرفته است. پی بتنی با ضخامت چهل سانتی متر است و مؤلفه قائم یک زلزله (\ddot{V}_g) مطابق شکل بر سنگ بستر وارد شود. معادله ارتعاش پی و سازه در حوزه زمان را بنویسید. برای پی و سازه فقط درجه آزادی قائم را منظور کنید.



حل مسئله: چون پی فقط یک درجه آزادی قائم دارد، برای محاسبه امپدانس خاک از مدل شکل

زیر استفاده می‌کنیم.



$$K_{st} = \frac{4Ga}{1-\nu} = 0.907 \times 10^9 \text{ N/m}$$

$$\rightarrow \gamma_0 = 0.8, \mu_0 = 0.9 \left(\nu - \frac{1}{3} \right)$$

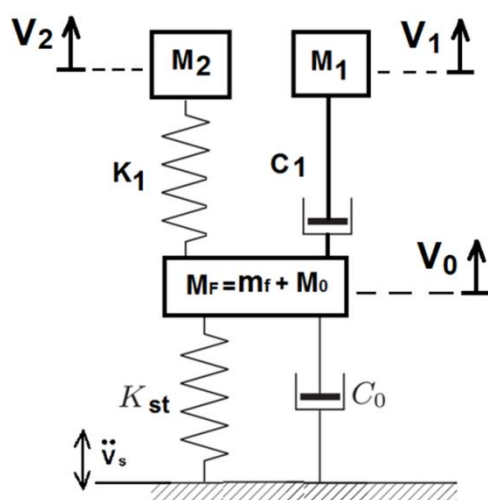
$$\Rightarrow C_0 = \frac{a}{c_s} k_{st} \gamma_0 = \frac{2}{200} (0.907 \times 10^9) \times 0.8 = 7.26 \times 10^6 \text{ N.sec/m}$$

$$M_0 = \frac{a^2}{c_s^2} k_{st} \mu_0 = \frac{2^2}{200^2} (0.907 \times 10^9) \left[0.9 \left(0.9 - \frac{1}{3} \right) \right] = 5440 \text{ kg}$$

به همین ترتیب با استخراج γ_1 و μ_1 از جدول ضرایب داریم:

$$\Rightarrow M_1 = 26990 \text{ kg}, C_1 = 2.09 \times 10^6 \text{ N.sec/m}$$

هم اکنون سازه را روی مدل پی قرار می‌دهیم، در این حال مدل زیر به دست خواهد آمد:



در اینجا V_0 تغییر مکان پی نسبت به سنگ بستر است. همچنین V_s تغییر مکان مطلق سنگ بستر است ولی در شمار درجه آزادی‌ها نیست، چون سایر تغییر مکانها نسبت به آن محاسبه می‌گردد. علاوه بر این V_1 تغییر مکان جرم m_1 نسبت به سنگ بستر و V_2 تغییر مکان جرم m_2 نسبت به سنگ بستر است.

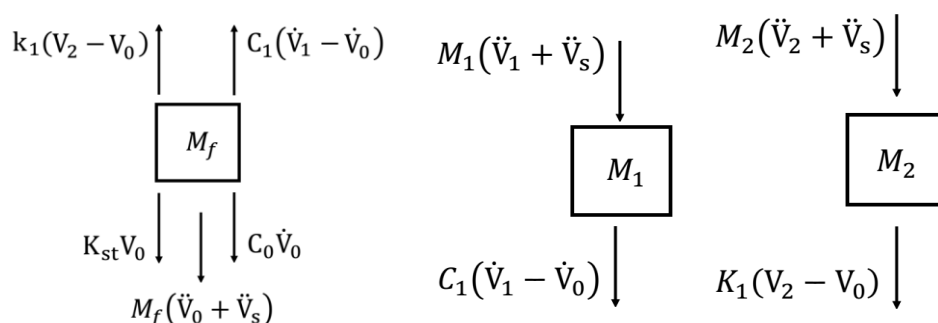
$$M_f = \pi r^2 d \times \rho = \pi(2)^2(0.4)(2400 \times 10^3) = 12060 \text{ kg}$$

$$M_f = M_0 + m_f = 12060 + 5440 = 17500 \text{ kg}$$

$$k_1 = \frac{EA}{L} = 0.92 \times 10^9 \text{ N/m}$$

حال برای سه جرم سیستم دیاگرام جسم آزاد ترسیم شده و سپس معادلات تعادل دینامیکی در

حوزه زمان نوشته می‌شود.



$$K_1 = K_1 (V_2 - V_0) \text{ (تغییر مکان واقعی فنر } K_1 \text{)} = \text{نیروی فنر } K_1$$

$$K_{st} = V_0 K_{st} \text{ (تغییر مکان واقعی فنر } K_{st} \text{)} = \text{نیروی فنر } K_{st}$$

$$C_1 = C_1 (\dot{V}_1 - \dot{V}_0) \text{ (اختلاف سرعت دو سر میراگر } C_1 \text{)} = \text{نیروی فنر } C_1$$

$$C_0 = C_0 \dot{V}_0 \text{ (اختلاف سرعت دو سر میراگر } C_0 \text{)} = \text{نیروی میراگر } C_0$$

$$M_F = M_F (\ddot{V}_0 + \ddot{V}_s) \text{ (شتاب مطلق در پی)} = \text{نیروی اینرسی جرم } M_F$$

$$M_2 = M_2 (\ddot{V}_2 + \ddot{V}_s) \text{ (شتاب مطلق در پی)} = \text{نیروی اینرسی جرم } M_2$$

نکته: با داشتن معادله \ddot{V}_s و دوبار انتگرال گیری می‌توانیم V_s را به دست آوریم. ولی نمی‌توان

به عنوان تحریک خارجی به طور همزمان شتاب \ddot{V}_s و تغییر مکان V_s را بر سنگ بستر وارد کرد. در

واقع از خارج فقط یکی از این دو بر سیستم وارد می‌شود و دیگری عکس‌العمل سیستم است. در

حل این مسئله شتاب در نظر گرفته شده است و تغییر مکان پایه سیستم صفر در نظر گرفته شده است.

هم‌اکنون معادله تعادل دینامیکی برای جرم M_f را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\Rightarrow M_f(\ddot{V}_0 + \ddot{V}_s) + K_{st}V_0 + C_0\dot{V}_0 - k_1(V_2 - V_0) - C_1(\dot{V}_1 - \dot{V}_0) = 0$$

برای دو جرم دیگر نیز به صورت زیر خواهد شد:

$$M_1 \ddot{V}_1 + C_1(\dot{V}_1 - \dot{V}_0) = 0 \Rightarrow \text{معادله تعادل برای } M_1$$

$$M_2 \ddot{V}_2 + K_1(V_2 - V_0) = 0 \Rightarrow \text{معادله برای } M_2$$

سه معادله و سه مجهول V_2, V_0, V_1 به صورت دیفرانسیل معادله حل می‌گردد. شکل ماتریسی

معادلات به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{bmatrix} M_f & 0 & 0 \\ 0 & M_1 & 0 \\ 0 & 0 & M_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_0 + C_1 & -C_1 & 0 \\ -C_1 & C_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_{st} & 0 & -k_1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -k_1 & 0 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M_f \\ M_1 \\ M_2 \end{Bmatrix} [-\dot{V}_s]$$

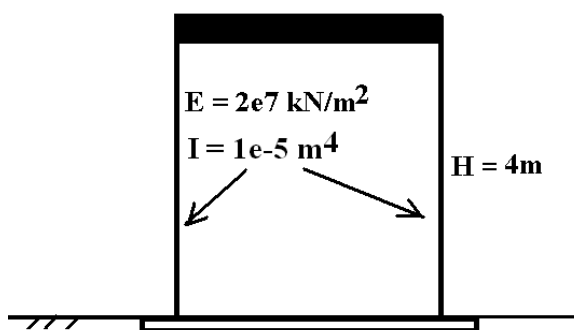
مسئله (۳-۸): مسئله نمونه از مدل گسسته اساسی (MTM) با امکان چرخش در پی

بر اساس مدل MTM تغییر مکان سازه شکل مقابل را که تحت تحریک قائم $\ddot{U}g$ در پی قرار

گرفته است را محاسبه کنید. نوشتن معادلات و ماتریس‌ها در فضای زمان کفایت می‌کند و حل نهایی

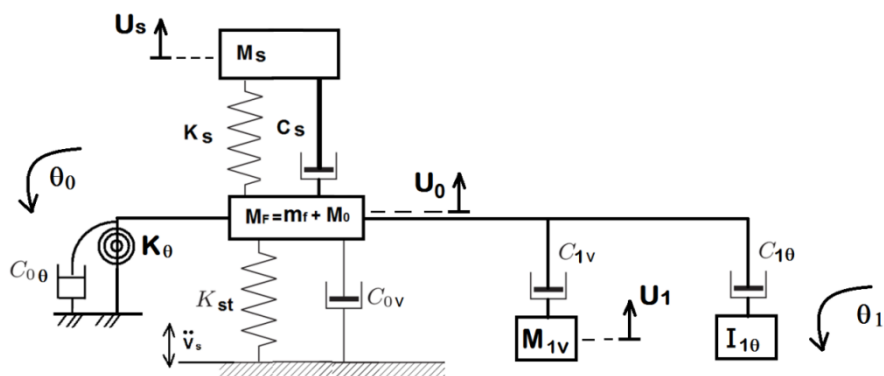
مورد نظر نیست. پی دایره‌ای بتنی به قطر ۴ و ضخامت ۳۰ سانتی‌متر است. برای سازه امکان حرکت

قائم پی امکان حرکت قائم و چرخشی را دارد.



حل مسئله: با توجه به آن‌که پی دو درجه آزادی دارد، مدل تحلیلی سیستم به صورت شکل زیر

خواهد بود:



همان‌گونه که دیده می‌شود سیستم دارای ۵ درجه آزادی است. این درجات عبارتند از یک درجه آزادی U_s برای سازه، دو درجه آزادی برای پی (θ_0, U_0) ، و دو درجه آزادی موهومی برای پی (θ_1, U_1) . بنابراین ماتریس سختی، میرایی و جرم دارای بعد ۵ در ۵ هستند. خصوصیات سازه شامل K_s, C_s است و در این جا U_s نماد تغییر مکان سازه نسبت به ساختگاه است. خصوصیات پی شامل (C_{0v}, K_{st}) و $(C_{0\theta}, K_{\theta})$ است و همچنین دو میراگر در بخش‌های موهومی وجود دارد که در ادامه محاسبه می‌گردند.

مطابق جدول (۸-۱)، M_0 فقط می‌تواند به صورت افقی و عمودی میراگر داشته باشد. در این جا درجه آزادی افقی هم برای پی نداریم. بنابراین فقط یک میراگر عمودی خواهیم داشت. در ادامه سختی و ضرایب از جدول (۸-۱) استخراج می‌شود.

$$\nu = 0.3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Vertical: } \gamma_0 = 0.8, \quad \gamma_1 = 0.34 - 4.3(0.3)^4 = 0.3, \\ \mu_0 = 0, \quad \mu_1 = 0.4 - 4(0.3)^4 = 0.3676 \\ \text{Rocking: } \gamma_0 = 0, \quad \gamma_1 = 0.42 - 0.3(\nu)^2 = 0.393, \\ \mu_0 = 0, \quad \mu_1 = 0.34 - 0.2(\nu)^2 = 0.322 \end{array} \right.$$

سختی پی و سازه: با توجه به جدول (۸-۱) سختی انتقالی و دورانی پی از روابط زیر به دست می‌آید:

$$K_{st} = \frac{4Ga}{(1-\nu)}, \quad K_{\theta} = \frac{8Ga^3}{3(1-\nu)}$$

همچنین برای محاسبه سختی سازه، با توجه به آن که درجه آزادی قائم مورد نظر است، از سختی محوری دو ستون استفاده می‌شود. بنابراین داریم:

$$K_s = \frac{2AE}{l}$$

جرم‌های موهومی: M_0 جرم موهومی پی است که چون دو درجه آزادی قائم و چرخشی وجود دارد، M_0 نهایی جمع دو عدد می‌گردد. در این جا هر دو μ_0 صفر هستند، بنابراین در کل M_0 صفر است و M_F همان جرم استاتیکی پی است. M_{1v} جرم موهومی اضافی پی است که با داشتن μ_1 به دست می‌آید. $M_{1\theta}$ در واقع ممان اینرسی جرمی ($I_{1\theta}$) است.

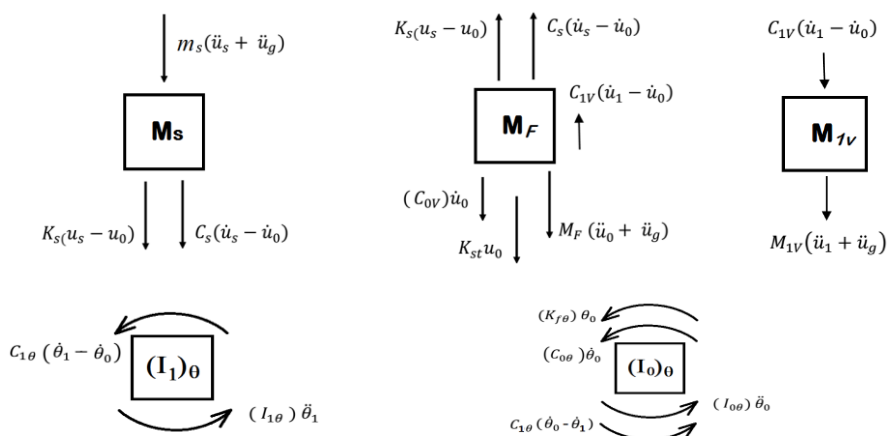
$$M_1 = \frac{a^2}{V_s^2} (K_{st}) \mu_1 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} M_{1v} = \frac{a^2}{V_s^2} \left(\frac{4Ga}{(1-\nu)} \right) (0.3676) \\ I_{1\theta} = \frac{a^2}{V_s^2} \left(\frac{8Ga^3}{3(1-\nu)} \right) (0.322) \end{array} \right.$$

میراگرهای موهومی: سه میراگر موهومی داریم و چهارمی صفر است.

$$C_0 = \frac{a}{V_s} K \gamma_0 \left\{ \begin{array}{l} C_{0v} = \frac{a}{V_s} \left(\frac{4Ga}{(1-\nu)} \right) 0.8 \\ C_{0\theta} = \frac{a}{V_s} \left(\frac{8Ga^3}{3(1-\nu)} \right) \times 0 = 0 \end{array} \right.$$

$$C_1 = \frac{a}{V_s} K \gamma_1 \begin{cases} C_{1V} = \frac{a}{V_s} \left(\frac{4Ga}{(1-\nu)} \right) 0.3 \\ C_{1\theta} = \frac{a}{V_s} \left(\frac{8Ga^3}{3(1-\nu)} \right) \end{cases} (0.393)$$

دیاگرام‌های جسم آزاد: اگر تحریک در پی \ddot{u}_g باشد دیاگرام‌ها این گونه هستند.



معادلات تعادل: ۵ معادله از پنج دیاگرام به دست می‌آید و ۵ مجهول $\theta_1, \theta_0, u_1, u_0, u_s$ به

دست خواهند آمد.

نکته ۱: در این مسئله لنگر چرخش سازه به دور پی که به طور معمول در پی‌های دارای چرخش

دیده می‌شود، ظاهر نمی‌شود. زیرا نیروی اینرسی در جهت قائم بر سازه اثر می‌کند و بازوی لنگر آن

برای پی صفر است. اگر سازه به صورت افقی حرکت می‌کند، این لنگر در تعادل دورانی پی ظاهر می‌شود.

نکته ۲: با توجه به نکته ۱، می‌توان معادلات تعادل دورانی (دو معادله و دو مجهول) را جدا و تعادل قائم (سه معادله و سه مجهول) را جدا حل کرد.

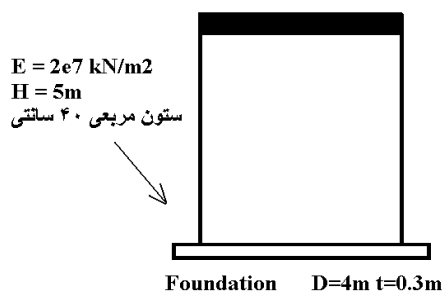
ماتریس جرم: ماتریس جرم به صورت زیر خواهد بود.

$$\begin{bmatrix} M_s & & & & & \\ & M_F & & & & \\ & & I_{0\theta} & & & \\ & & & M_{1V} & & \\ & & & & I_{1\theta} & \\ & & & & & \end{bmatrix}$$

برای رعایت اختصار و با توجه به مشابهت ادامه حل با مسائل قبل، از ادامه حل مسئله خودداری شده است.

مسائل حل نشده فصل هشتم:

در هر یک از مسائل برای پارامترهای داده نشده می‌توانید اعداد معقولی را انتخاب کنید. به طور مثال میرایی داخلی سازه را در این مسائل می‌توانید معادل ۵ درصد بگیرید.



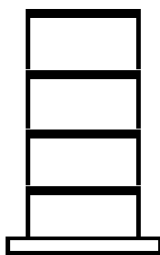
۱. با استفاده از مدل ساده اندرکنش خاک و سازه در فضای زمان تغییرمکان سازه شکل زیر را محاسبه کرده و آن را با جواب در حالت پایه گیردار مقایسه کنید. پی و سازه هر دو فقط امکان حرکت افقی دارند. تحریک ورودی شتاب با معادله $A=0.4g(\sin 2t)$ است که بر پی وارد می‌گردد. وزن سازه ۵۰ تن است. میرایی داخلی زمین ۵ درصد است. سرعت موج برشی در پی ۲۰۰ متر در ثانیه و نسبت پواسون $\nu=0.3$ است.

Structure :

$$I=0.001 \text{ m}^4$$

$$E = 2e7 \text{ kN/m}^2$$

$$H = 3\text{m} * 4$$



Foundation: $D=20\text{m}$ $m = 30\text{t}$

۲. معادلات لازم در فضای

فرکانس برای محاسبه تغییرمکان

کلیه درجات آزادی سیستم مقابل

را بنویسید. زمین را با مدل ساده

اندرکنش خاک و سازه مدل کنید.

ساختمان در هر سقف یک درجه

آزادی حرکت افقی دارد. پی

قابلیت دوران و حرکت افقی دارد.

تحریک ورودی نیروی انفجار

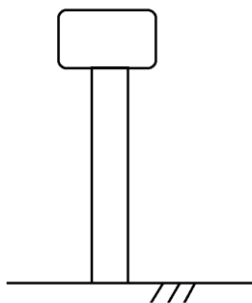
$F(\omega)$ است که بر سقف دوم (از

پایین) وارد می‌گردد.

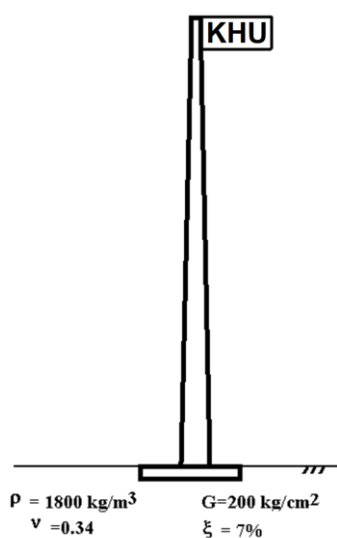
۳. بر اساس مدل MTM تغییرمکان سازه شکل زیر که تحت تحریک افقی U_g

قرار گرفته است را محاسبه کنید. نوشتن معادلات و ماتریسها در فضای زمان کفایت می-

کند و حل نهایی مورد نظر نیست. پی دایره‌ای بتنی به قطر ۴ و ضخامت نیم متر است.



جرم سازه بتنی: ۳۰ تن، ارتفاع سازه: ۲۰ متر، قطر ستون یک متر است. پی امکان حرکت افقی و چرخشی دارد. سازه فقط قابلیت حرکت افقی دارد. خصوصیات زمین زیر سازه نظیر مسئله اول است. برای ستون از معادلات جرم پیوسته استفاده کنید.



۴. ستون ۳۰ متری طره‌ای شکل مقابل برای نصب یک پرچم ساخته شده است. وزن ستون و پرچم حدود ۴۰ تن است. با استفاده از مدل MTM تغییر مکان پی تحت تغییر مکان $U(\omega)$ که بر نوک ستون اعمال می‌شود را پیدا کنید. پی امکان حرکت افقی، قائم و چرخش را دارد. سازه فقط امکان حرکت افقی دارد. وزن پی ۲۰ تن است.

فصل نهم

تحليل اندرکنش خاک و سازه به

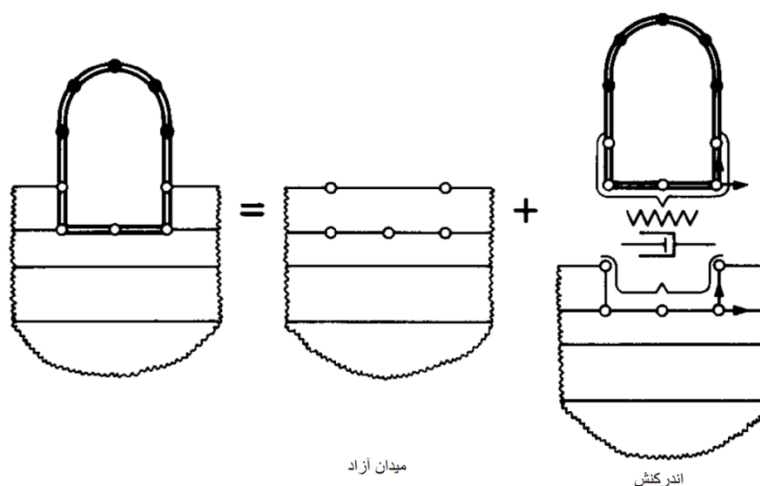
روش زیرسازه

۹-۱- مقدمه

در روش زیرسازه^۱ مسئله خطی اندرکنش خاک و سازه به چند سیستم مجزا تقسیم شده و هر سیستم یک زیرسازه نامیده می‌شود. برای هر زیرسازه به طور جداگانه تحلیل دینامیکی انجام می‌شود و در نهایت با استفاده از اصل جمع آثار قوا نتایج تحلیل‌ها با هم جمع می‌گردند.

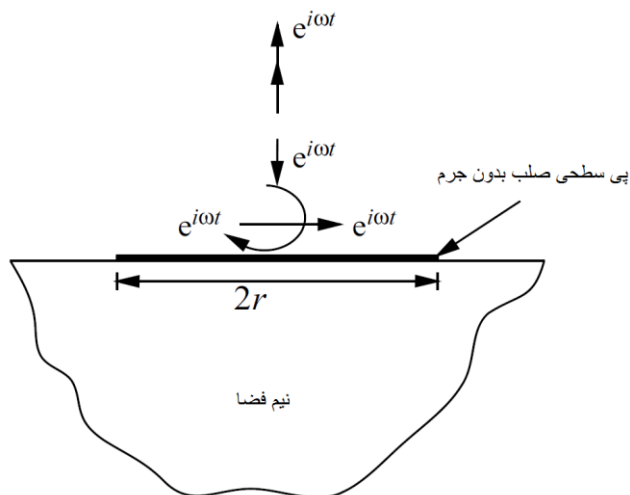
در واقع در این روش سازه و زمین به صورت مستقل تحلیل می‌شوند و ارتباط بین آن‌ها توسط نیروهای اندرکنشی برقرار می‌گردد. معادلات تعادل دینامیکی برحسب درجات آزادی سطح مشترک نوشته شده و در فضای زمان و یا فرکانس به صورت مجزا حل می‌شوند. روند تحلیل در روش زیر سازه به این صورت است که ابتدا باید پاسخ میدان آزاد بدون توجه به وجود سازه به دست آید. مقادیر پاسخ فقط در گره‌های مشخص شده در شکل (۹-۱) که محل تماس با سازه هستند، مورد نیاز است. بخش مربوط به اندرکنش شامل دو مرحله است. در مرحله نخست خاک به عنوان زیرسازه پایینی و به صورت محدود نشده تحلیل می‌شود. به این ترتیب رابطه بین نیرو و تغییر مکان در همان گره‌ها به دست می‌آید که به اصطلاح ضرایب سختی دینامیکی نامیده می‌شوند و از لحاظ فیزیکی می‌توان آن را به منزله یک سیستم فنر - میراگر دانست (شکل ۹-۲). در مرحله بعد، سازه فوقانی قرارگرفته بر روی این سیستم فنر - میراگر تحت بارگذاری مرتبط با حرکت میدان آزاد تحلیل می‌شود. استفاده از روش زیر سازه باعث شکسته شدن سیستم پیچیده خاک و سازه به بخش‌های ساده‌تر می‌گردد. البته در برخی مراجع (Datta, 2010) دو مرحله مربوط به اندرکنش در یک مرحله گنجانده شده‌اند که در کلیات روش زیر سازه اختلالی ایجاد نمی‌کند.

^۱Substructure Method



شکل (۹-۱): در نظرگیری اندرکنش خاک سازه به روش زیرسازه (Wolf, 1985)

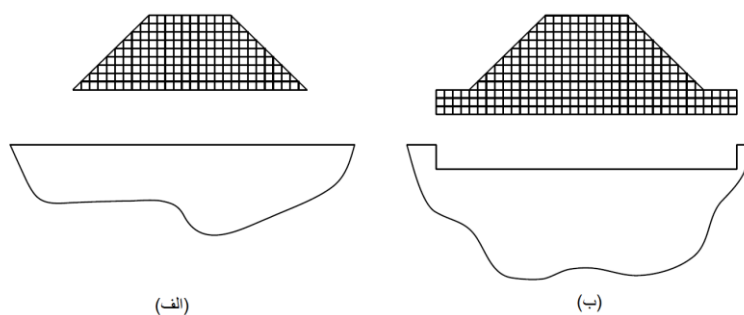
آنچه در بخش تحلیلی مسئله مهم است پیدا کردن ضرایب سختی دینامیکی و یا توابع امپدانس است. به این صورت که زمین به صورت نیم فضای الاستیک با توابع امپدانس مشخص در نظر گرفته می شود. توابع امپدانس برای شالوده های مختلف بدون جرم که بر نیم فضای الاستیک قرار گرفته اند توسط برخی محققین ارائه شده و به صورت گراف هایی موجود است. این توابع در فصل های هفتم و هشتم این نوشتار نیز مورد بحث واقع شدند. برای شالوده های مستطیلی می توان تابع امپدانس شالوده دایره معادل را مورد استفاده قرارداد و یا به طور مستقیم از گراف های مربوط به خود آنها استفاده نمود. برای شالوده های صلب بدون جرم، تابع امپدانس برای نیم فضای الاستیک به صورت تحلیلی و با اعمال نیروهای هارمونیک واحد به دست می آید.



شکل (۹-۲): روش نیم فضای الاستیک برای محاسبه توابع امپدانس (Datta, 2010)

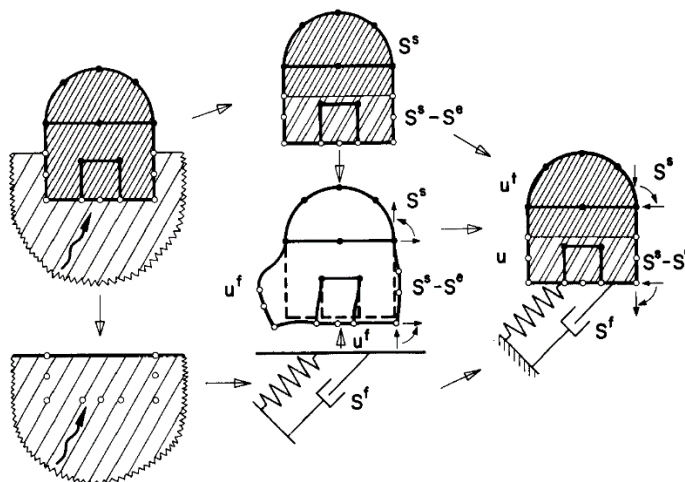
تغییر مکان‌های درجات آزادی صفحه صلب توسط ماتریسی با درایه‌های اعداد مختلط تعریف می‌شود. معکوس این ماتریس، ماتریس امپدانس دینامیکی را تشکیل می‌دهد. در ماتریس امپدانس ترم‌های اندرکنشی فقط بین حرکت انتقالی و چرخشی وجود دارد و مابقی درجات آزادی به صورت مستقل تعریف می‌شوند. بخش حقیقی و موهومی درایه‌های مربوط به هر درجه آزادی معادل سختی و میرایی خاک مربوط به آن درجه آزادی هستند. در این روش سازه فوقانی همواره با روش المان محدود آنالیز می‌گردد. نحوه مدل‌سازی به روش زیرسازه در شکل (۹-۳) آمده است. در برخی سازه‌ها بخشی از خاک نیز ممکن است همراه با سازه فوقانی در نظر گرفته شود. در این صورت دو المان فصل مشترک باید تعریف گردد که یکی از آن‌ها در سطح آزاد زمین و دیگری بین سازه فوقانی و پی لحاظ می‌گردد.

با توجه به این که در این روش از اصل جمع آثار قوا استفاده شده است، بنابراین برای رفتار خطی صادق است. با این حال برخی از محققین ادعا کرده اند که هر یک از دو جزء خاک و سازه را می توان به طور مستقل به صورت غیرخطی تحلیل نمود.



شکل (۹-۳): مدلسازی تحلیل به روش زیرسازه: (الف) سازه بدون بخش خاکی، (ب) سازه به همراه بخش

خاکی (Datta, 2010)



شکل (۹-۴): مراحل تحلیل به روش زیرسازه (Wolf, 1985)

در مورد محاسن روش زیرسازه می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

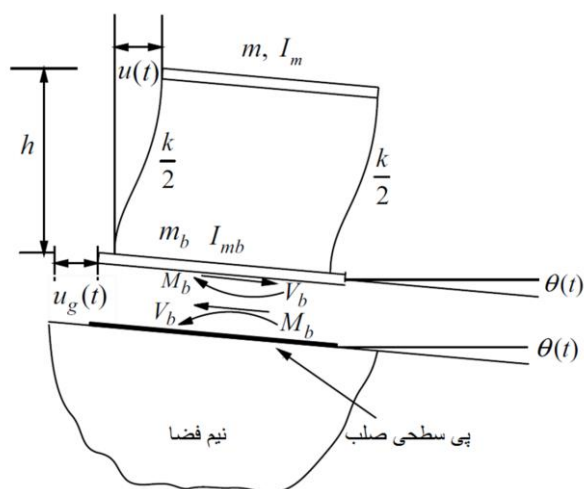
۱. حجم محاسبات و زمان تحلیل نسبت به روش مستقیم کمتر است.
۲. نسبت به روش فنر معادل از این امتیاز برخوردار است که اینرسی زمین را در معادلات وارد می‌کند.
۳. مسئله نوع و فاصله مرزها را حل می‌کند.
۴. هریک از بخش‌های سیستم (زمین و سازه) را می‌توان به روش‌های مختلفی تحلیل نمود. به عبارت ساده‌تر می‌توان زمین را با در نظر گرفتن جزئیات کمتر و سازه را با مدل‌های پیشرفته‌تر به طور جداگانه تحلیل نمود.

در ادامه ابتدا تحلیل زیرسازه برای سازه فوقانی با یک درجه آزادی بیان گردیده و سپس به معادلات لازم برای سیستم‌های چند درجه آزادی و سیستم‌های با تحریک غیریکنواخت پرداخته می‌شود.

۹-۲- تحلیل سازه یک درجه آزادی^۱ به روش زیر سازه

مطابق شکل (۹-۵) سازه یک درجه آزادی با دو نیروی اعمالی در کف آن به صورت یک نیروی برشی و یک لنگر در نظر گرفته می‌شود. فرض می‌شود سازه یک درجه آزادی بر روی یک صفحه صلب قرار گرفته است و آن نیز بر نیم فضای الاستیک مستقر است. در کف سازه یک تغییر مکان به دلیل نیروی برشی و یک چرخش به دلیل وجود لنگر ایجاد می‌شود.

^۱(SDOF super structure)



شکل (۹-۵): تحلیل زیرسازه برای سیستم یک درجه آزادی

سختی دینامیکی (تابع امیدانس) برای شالوده دایره‌ای صلب به شعاع r که بر نیم فضای همگن و همسان قرار گرفته است، برای درجات آزادی تغییر مکان و دوران به صورت ماتریس سختی و به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$G_d(\omega) = \begin{bmatrix} G_{vv} & G_{v\theta} \\ G_{\theta v} & G_{\theta\theta} \end{bmatrix}$$

که در آن $G_{v\theta}$ ، $G_{\theta v}$ و سایر پارامترها توابع مختلط وابسته به فرکانس هستند و به صورت زیر

هستند:

$$G(ia) = G^R(a) + iG^I(a)$$

که در آن R و I به ترتیب مشخص کننده بخش حقیقی و موهومی سختی خاک و میرایی

(هندسی) هستند و a ضریب فرکانس بدون بعد است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$a = \frac{r\omega}{V_S}$$

در این معادله r شعاع پی و V_S سرعت موج برشی در خاک است. نمودارهای $G^I(a)$ و $G^R(a)$ برای تشکیل اعضای ماتریس سختی دینامیکی در مطالعات عددی موجود است (Datta, 2010). همچنین ماتریس سختی دینامیکی (امپدانس) را می‌توان برحسب ضرایب میراگر و فنر به صورت زیر تعریف نمود: (Wolf, 1985)

$$G(ia) = G^R(a) + iG^I(a) = K_S(k + iaC)$$

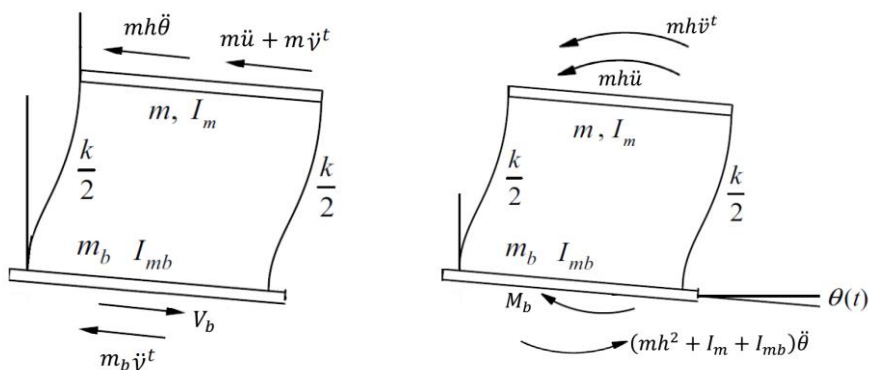
که در آن K_S ماتریس ضرایب سختی استاتیکی و k و C به ترتیب ضرایب فنر و میراگر و a فرکانس بدون بعد است. مقادیر ضرایب سختی و میرایی دینامیکی در جداول و نمودارهایی به تفصیل شرح داده شده است که در فصول قبل به آن پرداخته شد. اگر جابجایی و دوران کف که توسط اندرکنش خاک و سازه ایجاد می‌شود به ترتیب $v(t)$ و $\theta(t)$ باشند، حرکت کلی کف به صورت زیر خواهد بود:

$$v^t = v(t) + u_g(t)$$

که در آن $u_g(t)$ تغییر مکان میدان آزاد زمین و v^t تغییر مکان کلی کف است. با توجه به شکل (۵-۹) معادله تعادل برای جرم فوقانی به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku + mh\ddot{\theta} + m\dot{v}^t = 0 \quad (1-9)$$

در این معادله u جابجایی نسبی جرم فوقانی نسبت به کف و h ارتفاع ستون است. همچنین m جرم متمرکز در بالای ستون و ω_n فرکانس طبیعی سیستم یک درجه آزادی است. نیروهای اندرکنشی M_b و V_b بین سازه فوقانی و نیم فضا را می‌توان به صورت نشان داده شده در شکل (۶-۹) با منظور نمودن تعادل سازه فوقانی در نظر گرفت. در این حالت داریم:



شکل (۹-۶): تعادل نیروهای افقی (سمت چپ) و تعادل لنگرها (سمت راست) برای سازه یک درجه آزادی شکل قبل

$$m\ddot{u} + mh\ddot{\theta} + (m + m_b)\ddot{v}^t - V_b = 0 \quad (2-9)$$

$$mh\ddot{u} + (mh^2 + I_m + I_{mb})\ddot{\theta} + mh\ddot{v}^t - M_b = 0 \quad (3-9)$$

که در آن m_b و I_{mb} جرم و ممان اینرسی جرمی صفحه کف هستند. نیروهای اندرکنشی V_b و M_b با در نظر گرفتن حرکات صفحه صلب بر بستر نیم فضای الاستیک $\{v(t)$ و $\theta(t)\}$ تعیین می‌شوند. با به دست آوردن این نیروها و به کمک توابع امیدانس مختلط وابسته به فرکانس که قبلاً توضیح داده شد، معادلات (۹-۱) تا (۹-۳) در فضای فرکانسی به کمک تبدیل فوریه به شکل زیر به دست می‌آیند: (Datta, 2010)

$$g(\omega)u(\omega) - mh\omega^2\theta(\omega) - m\omega^2v^t(\omega) = 0$$

$$-m\omega^2u(\omega) - mh\omega^2\theta(\omega) - (m + m_b)\omega^2v^t(\omega) - v_b(\omega) = 0$$

$$-mh\omega^2u(\omega) - \bar{I}_m\omega^2\theta(\omega) - mh\omega^2v^t(\omega) - M_b(\omega) = 0$$

که در آن $\bar{I}_m = I_m + I_{mb} + mh^2$ و $g(\omega)$ معکوس تابع امیدانس دینامیکی سیستم SDOF

است. سه معادله فوق را می‌توان به شکل ماتریسی به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$K_g(\omega).d(\omega) = m\ddot{u}_g(\omega) \quad (4-9)$$

که در آن:

$K_g(\omega)$: ماتریس سختی مختلط وابسته به فرکانس در سیستم خاک - سازه

$d(\omega)$: مؤلفه های مختلط فرکانسی بردار جابجایی $[U \text{ و } V \text{ و } \theta]^T$

$\ddot{u}_g(\omega)$: مؤلفه های مختلط فرکانسی شتاب زمین

هم چنین داریم:

$$M = -[m, (m + m_b), mh]^T$$

جهت دستیابی به فرم ماتریسی معادله تعادل از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$\begin{bmatrix} V_b \\ M_b \end{bmatrix} = G_d(\omega) \begin{Bmatrix} u(\omega) \\ \theta(\omega) \end{Bmatrix}$$

و نیز داریم:

$$\omega^2 v^t(\omega) = \omega^2 v(\omega) + \ddot{u}_g(\omega)$$

درایه‌های ماتریس $K_g(\omega)$ به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$k_{g11} = g(\omega) ; k_{g12} = k_{g21} = -\omega^2 m ; k_{g13} = k_{g31} = -\omega^2 mh$$

$$k_{g22} = -\omega^2(m + m_b) + G_{uu}(\omega) ; k_{g33} = -\omega^2 \bar{I}_m + G_{\theta\theta}(\omega)$$

$$k_{g23} = k_{g32} = -\omega^2 mh + G_{u\theta}(\omega)$$

حل معادله (۴-۹) برای هر فرکانس بردار پاسخ $d(\omega)$ را نتیجه می‌دهد که برای تبدیل فوریه $\ddot{u}_g(t)$ به دست آمده است. تبدیل معکوس فوریه $d(\omega)$ ، تاریخچه زمانی پاسخ‌ها یعنی $u(t)$ ، $v(t)$ و $\theta(t)$ است.

۹-۳- مبانی تحریک غیریکنواخت^۱

اغلب سیستم‌های چند درجه آزادی (MDOF) چندین تکیه‌گاه دارند و از طریق نقاط مختلفی به زمین اتصال یافته‌اند. به دلایل مختلفی ممکن است این تکیه‌گاه‌ها تحریک‌های نامساوی به سازه وارد نمایند. در این حالت تغییر مکان مطلق نقاط غیرتکیه‌گاهی برابر مجموع تغییر مکان نسبی سازه نسبت به تکیه‌گاه و تغییر مکان ایجاد شده به علت حرکات شبه استاتیکی تکیه‌گاه است. این حرکات شبه استاتیکی به دلیل اختلاف حرکات ورودی اعمال شده به تکیه‌گاه‌های مختلف ایجاد می‌شوند. در واقع تفاوت حالت تحریک غیریکنواخت با حالت تحریک یکنواخت ایجاد همین حرکات شبه استاتیکی است. برای شرایط تحریک یکنواخت تغییر مکان مطلق نقاط غیر تکیه‌گاهی (X_t) از جمع تغییر مکان‌های نسبی (X) و حرکت زمین (X_g) حاصل می‌شوند یعنی داریم:

$$X_t = X + X_g$$

اما در حالت تحریک غیر یکنواخت داریم:

$$X_t = X + rX_g$$

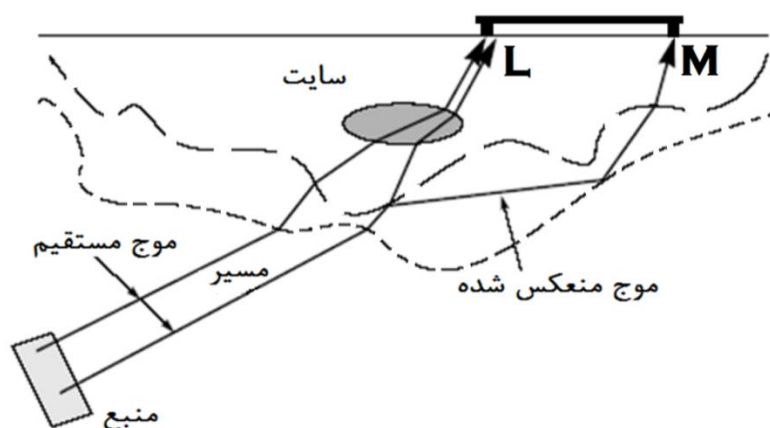
^۱ Spatially varying Earthquake ground motions

که در آن Γ ضریب تأثیر است که از تحلیل شبه استاتیکی سازه برای حرکات تکیه‌گاهی به دست می‌آید و در ادامه به آن اشاره شده است. در ادامه این فصل ابتدا معادلات تعادل دینامیکی در حالت تحریک یکنواخت و تحریک غیر یکنواخت بدون در نظر گرفتن اثر اندرکنش خاک و سازه مورد بحث واقع می‌شود.

بحث تحریک غیریکنواخت زمین به تفاوت های موجود در دامنه و فاز امواج زمین لرزه که در طول یک ناحیه گسترده به وجود می‌آید، اطلاق می‌گردد. تفاوت های ذکر شده را در حالت کلی می‌توان به سه عامل زیر مرتبط نمود:

- الف) اثر عبور موج (Wave passage): به دلیل تفاوت موقعیت مکانی ایستگاه‌های مختلف، امواج لرزه‌ای با اختلاف زمانی به موقعیت نقاط مذکور می‌رسند.
- ب) اثر عدم انسجام (Incoherency): در اثر انعکاس و انکسار امواج به علت عبور از میان لایه‌های ناهمگن خاک، از میزان انسجام و یکنواختی امواج کاسته می‌شود.
- ج) اثر شرایط محلی ساختگاه (Site effects): تفاوت های موجود در شرایط خاک محل در هر ایستگاه ممکن است دامنه و محتوای فرکانسی حرکات سنگ بستر را به طور متفاوتی تغییر دهد.

اثرات تحریک غیریکنواخت در سازه‌های معمولی قابل چشم‌پوشی است، با این حال در تحلیل سازه های طویل مانند پلهای طویل، تونلها، سدها و شریانهای حیاتی حرکات زلزله دچار تغییرات محسوس در نقاط تکیه گاهی مختلف خواهند شد. در این موارد در نظرگیری تغییرات حرکات زمین و تغییر مکان های کل در بیان معادلات حرکت ضروری است. در شکل (۹-۷) نحوه انتشار امواج لرزه‌ای در میان لایه های خاک و ایجاد تحریک غیریکنواخت نمایش داده شده است.



شکل (۷-۹): انتشار امواج لرزه‌ای در میان لایه‌های خاک و ایجاد تحریک غیریکنواخت

به طور کلی در مسائل تحریک غیریکنواخت دو مرحله برای حل مسئله وجود دارد:

- الف) تولید تحریک غیریکنواخت
- ب) حل مسئله دارای تحریک غیریکنواخت

در ادامه مبانی تولید تحریک غیریکنواخت بیان می‌شود. برای حل مسئله هم نمونه‌هایی با استفاده از تکنیک زیرسازه مورد اشاره واقع شده است.

۹-۴- تولید تحریک یکنواخت

برای آن چه در شکل (۷-۹) نمایش داده شده است، حرکت زمین در نقاط مختلف تکیه گاهی

l و m با تابع چگالی طیفی متقاطع شبیه سازی می‌شود که حاصل ضرب تابع انسجام در تابع چگالی

طیفی توان است: (Zerva, 2009)

$$S_{\ddot{u}_{gl}\ddot{u}_{gm}}(i\omega) = \gamma_{lm}(i\omega) \sqrt{S_{\ddot{u}_{gl}\ddot{u}_{gl}}(\omega) * S_{\ddot{u}_{gm}\ddot{u}_{gm}}(\omega)}$$

$S_{\ddot{u}_{gl}\ddot{u}_{gm}}(i\omega)$: تابع چگالی طیفی متقاطع در نقاط تکیه گاه l و m

$\gamma_{lm}(i\omega)$: تابع انسجام شتاب در نقاط تکیه گاهی l و m

$\gamma_{lm}(i\omega)$: تابع انسجام شتاب در نقاط تکیه گاهی l و m

تابع چگالی طیفی توان: به طور کلی تابع چگالی طیفی توان، تابعی است که در بردارنده مشخصه های حرکت لرزه ای از جمله دامنه ارتعاش در فرکانس های مختلف است و بستگی به جنس محیط، فرکانس تشدید و میرایی محیط خاکی خواهد داشت. تابع چگالی طیفی توان برای شتاب زمین بر اساس مدل زیر از پرکاربردترین توابع مورد استفاده برای شبیه سازی ریاضی تابع چگالی طیفی توان است: (Zerva, 2009)

$$S_{\ddot{u}_{gl}\ddot{u}_{gl}}(i\omega) = S_{\ddot{u}_{gm}\ddot{u}_{gm}}(\omega) = S_{\ddot{u}_g}(\omega) = S_0 \frac{\omega_g^4 + 4\xi_g^2 \omega_g^2 \omega^2}{(\omega_g^2 - \omega^2)^2 + 4\xi_g^2 \omega_g^2 \omega^2} \frac{\omega^2}{(\omega_f^2 - \omega^2)^2 + 4\xi_f^2 \omega_f^2 \omega^2}$$

که در آن داریم:

S_0 : پارامتر شدت

ω_g و ξ_g : فرکانس تشدید و میرایی فیلتر اول که مقادیر آن ها در جداول کتب مرجع موجود

است. (Zerva, 2009)

ω_f و ξ_f : فرکانس تشدید و میرایی فیلتر دوم که مقادیر آن ها در جداول کتب مرجع موجود است. (Zerva, 2009)

تابع انسجام شتاب: اثر تغییرات در حرکات زمین با تابع مختلط بدون بعد انسجام در دامنه فرکانسی تعیین می‌شود که در واقع با ضرب این تابع در تابع چگالی طیفی توان اثر عوامل مسیر موج، عدم انسجام و جنس ساختگاه در تغییر تحریک منتشر شده از سنگ بستر در تکیه گاه های مختلف دیده می‌شود و مدل آن توسط به صورت زیر ارائه شده است: (Zerva, 2009)

$$\gamma_{lm}(i\omega) = |\gamma_{lm}(\omega)|^i \gamma_{lm}(i\omega)^\omega \gamma_{lm}(i\omega)^s = |\gamma_{lm}(\omega)|^i \exp[i(\theta_{lm}(\omega)^\omega + \theta_{lm}(\omega)^s)]$$

که در آن داریم:

$$\gamma_{lm}(\omega)^i: \text{اثر عدم انسجام}$$

$$\gamma_{lm}(i\omega)^\omega: \text{اثر عبور موج}$$

$$\gamma_{lm}(i\omega)^s: \text{اثر پاسخ ساختگاه}$$

$$\gamma_{lm}(\omega)^i = A e^{(-2d_{lm}/\alpha\theta_{(\omega)})(1-A+\alpha A)} + (1-A) e^{(-2d_{lm}/\theta_{(\omega)})(1-A+\alpha A)}$$

$$\theta_{(\omega)} = k \left[1 + \left(\frac{\omega}{2\pi f_0} \right)^b \right]^{-1/2}$$

$$\theta_{lm}(\omega)^\omega = -\frac{\omega d_{lm}^L}{v_{app}}$$

$$\theta_{lm}(\omega)^s = \tan^{-1} \frac{Im[H_l(i\omega)H_m(-i\omega)]}{Re[H_l(i\omega)H_m(-i\omega)]}$$

که $H_1(i\omega)$ پاسخ فرکانسی خاک محل و فیلتراسیون داخل خاک را نشان می‌دهد که اگر خاک را به صورت یک نوسانگر یک درجه آزادی مدل کنیم به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$H_1(i\omega) = \frac{\omega_1^2 + 2i\xi_1\omega_1\omega}{\omega_1^2 - \omega^2 + 2i\xi_1\omega_1\omega}$$

با مشخص شدن توابع فوق و به کمک روابط ریاضی تکمیلی می‌توان زاویه فاز و دامنه امواج زلزله را بر اساس مبانی ارتعاش تصادفی برای نقاط تکیه گاهی مختلف سازه شبیه سازی نمود و در تحلیل لرزه ای مورد استفاده قرار داد.

۹-۵- معادله حرکت در حالت تحریک یکنواخت با جهتهای مختلف

در تحریک یکنواخت یک شتاب لرزه‌ای به کلیه جرم ها وارد می‌شود. بنابراین معادله حرکت سیستم چند درجه آزادی در فرم ماتریسی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$M\ddot{x}^t + c\dot{x} + kx = 0$$

در اغلب موارد ماتریس جرم یک ماتریس قطری خواهد بود. \ddot{x}^t بردار شتاب مطلق است و X و \dot{X} به ترتیب بردارهای سرعت و جابجایی نسبی نسبت به تکیه گاه ها هستند. برای i امین درجه آزادی، جرم متناسب آن و شتاب مؤثر بر آن به ترتیب m_i و \ddot{x}_i^t خواهند بود که \ddot{x}_i^t به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\ddot{x}_i^t = \ddot{x}_i + \ddot{x}_{gi}$$

و در این معادله، \ddot{x}_i شتاب جرم m_i نسبت به تکیه گاه و \ddot{x}_{gi} مؤلفه شتاب زمین در جهت i امین درجه آزادی خواهد بود. برای حرکت لرزه ای تک مؤلفه که در آن امواج لرزه ای تنها در یک جهت

منتشر می‌شوند، در درجات آزادی هم جهت با جهت انتشار موج زلزله $\ddot{x}_g = \ddot{x}_{gi}$ و برای سایر درجات آزادی $\ddot{x}_{gi} = 0$ است.

بنابراین معادله تعادل دینامیکی به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + KX = -MI\ddot{X}$$

که در آن \ddot{x} بردار شتاب نسبی و I بردار ضریب تأثیر است. درایه‌های بردار ضریب تأثیر برای درجات آزادی هم جهت با جهت انتشار امواج زمین یک و برای سایر درجات آزادی صفر هستند. به طور مثال برای حرکت لرزه ای با دو مؤلفه و یا سه مؤلفه ماتریس I (در حالت چند مؤلفه‌ای دیگر I بردار نیست)، به صورت زیر است:

برای انتشار حرکت لرزه ای در دو جهت عمود برهم:

$$I^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

برای انتشار حرکت لرزه ای در سه جهت عمود برهم:

$$I^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

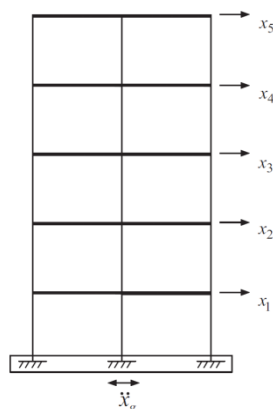
بنابراین \ddot{X}_g در معادله تعادل دینامیکی تک مؤلفه‌ای، برای حالت حرکت لرزه ای چند مؤلفه‌ای

با بردار شتاب جایگزین می‌شود. برای انتشار حرکت لرزه ای در دو جهت عمود برهم داریم:

$$\ddot{X}_g = \begin{Bmatrix} \ddot{x}_{g1} \\ \ddot{x}_{g2} \end{Bmatrix}$$

هم‌چنین برای انتشار حرکت لرزه ای در سه جهت عمود برهم داریم:

$$\ddot{X}_g = \begin{Bmatrix} \ddot{x}_{g1} \\ \ddot{x}_{g2} \\ \ddot{x}_{g3} \end{Bmatrix}$$



شکل (۹-۸): سیستم چند درجه آزادی تحت تحریک یکنواخت (Data, 2010)

۹-۶- معادلات حرکت در حالت تحریک غیریکنواخت تکیه گاهی^۱

در حالت تحریک‌های غیر یکنواخت تکیه گاهی، امواج منتشر شده در تکیه‌گاه‌ها مقادیر مختلفی دارند. نمونه‌ای از یک سازه تحت تحریک غیر یکنواخت در شکل (۹-۹) نمایش داده شده است. معادلات حرکت برای سیستم چند درجه آزادی در شکل ماتریسی به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} M_{ss} & M_{sg} \\ M_{gs} & M_{gg} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{X}^t \\ \ddot{X}_g \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{ss} & C_{sg} \\ C_{gs} & C_{gg} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{X}^t \\ \dot{X}_g \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ss} & K_{sg} \\ K_{gs} & K_{gg} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X^t \\ X_g \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ P_g \end{Bmatrix} \quad (۹-۵)$$

که در آن:

^۱ Multi-support Exaction

M_{ss} : ماتریس جرم متناسب با درجات آزادی غیرتکیه گاهی

M_{gg} : ماتریس جرم متناسب با درجات آزادی تکیه گاهی

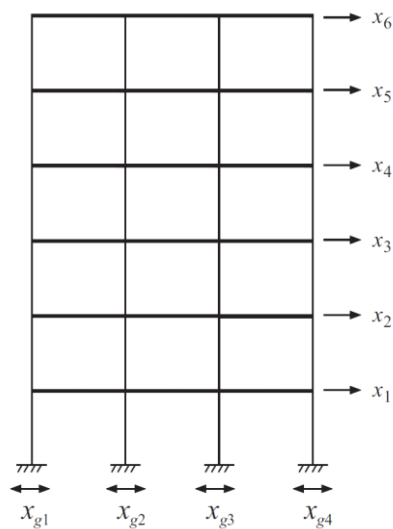
M_{gs} و M_{sg} : این دو ماتریس جرم کوپلینگ هستند که بیانگر نیروهای اینرسی در درجات آزادی

غیرتکیه گاهی به علت حرکت در تکیه گاهها هستند. بخش های مربوط به میرایی و سختی نیز به صورت مشابه تعریف می شوند. همچنین؛

X^t : بردار جابجایی کل برای درجات آزادی غیرتکیه گاهی

X_g : بردار جابجایی های ورودی زمین در تکیه گاهها

P_g : نیروی تولید شده در درجات آزادی تکیه گاهی



شکل (۹-۹): سیستم چند درجه آزادی تحت تحریک های غیر یکنواخت (Data, 2010)

برای یک سیستم چند درجه آزادی با تحریک یکنواخت تکیه‌گاهی، جابجایی مطلق (کُل) درجات آزادی غیرتکیه‌گاهی به راحتی با افزودن حرکات تکیه‌گاهی ورودی به جابه‌جایی‌های نسبی سازه نسبت به تکیه‌گاه هابه دست می‌آید. در حالت تحریک‌های غیر یکنواخت تکیه‌گاهی، حرکات تکیه‌گاهی در هر لحظه از زمان برای تکیه‌گاه‌های مختلف متفاوت است. بر این اساس و در نتیجه جابه‌جایی‌های مطلق درجات آزادی غیرتکیه‌گاهی برابر خواهد بود با حاصل جمع جابه‌جایی‌های نسبی سازه نسبت به تکیه‌گاه‌ها و جابه‌جایی‌هایی که در درجات آزادی غیر تکیه‌گاهی به دلیل حرکات شبه استاتیکی تکیه‌گاه‌ها ایجاد می‌شود. جابه‌جایی‌های اخیر با تحلیل شبه استاتیکی سازه برای حرکات تکیه‌گاهی به دست می‌آید. بنابراین خواهیم داشت:

$$x^t = x + rx_g \quad (۶-۹)$$

که در آن:

r : ماتریس ضریب تأثیر با اندازه $n \times m$

n : تعداد درجات آزادی غیرتکیه‌گاهی

m : تعداد حرکات ورودی تکیه‌گاهی

چون پاسخ درجات آزادی غیر تکیه‌گاهی مورد نظر است، سطر اول معادلات از معادله (۹-۵)

به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$M_{ss}\ddot{X}^t + M_{sg}\ddot{X}_g + C_{ss}\dot{X}^t + C_{sg}\dot{X}_g + K_{ss}X^t + K_{sg}X_g = 0$$

یا:

$$M_{ss}\ddot{X}^t + C_{ss}\dot{X}^t + K_{ss}X^t = -M_{sg}\ddot{X}_g - C_{sg}\dot{X}_g - K_{sg}X_g \quad (۷-۹)$$

معادله فوق در حالت در نظرگیری جابه‌جایی‌های مطلق درجات آزادی غیرتکیه‌گاهی و ورودی‌های جابه‌جایی، سرعت و شتاب نوشته شده است. اگر از تأثیرات جرم و میرایی کوپلینگ صرف نظر شود، این معادله به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$M_{SS}\ddot{X}^t + C_{SS}\dot{X}^t + K_{SS}X^t = -K_{Sg}X_g \quad (۸-۹)$$

در صورتی که K_{Sg} مشخص باشد، سمت راست معادله فوق معلوم است و در نتیجه معادله (۹-۹) برای به دست آوردن جابه‌جایی‌ها حل می‌گردد. معادله حرکت در حالت استفاده از جابه‌جایی‌های نسبی با جایگذاری معادله (۹-۹) در معادله (۷-۹) به صورت زیر خواهد بود:

$$M_{SS}\ddot{X} + C_{SS}\dot{X} + K_{SS}X = -(M_{Sg} + rM_{SS})\ddot{X}_g - (C_{Sg} + rC_{SS})\dot{X}_g - (K_{Sg} + rK_{SS})X_g \quad (۹-۹)$$

جهت یافتن جابه‌جایی شبه استاتیکی X_S که به علت جابه‌جایی تکیه‌گاهی X_g ایجاد می‌شود، معادله تعادل شبه استاتیکی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$K_{SS}X_S + K_{Sg}X_g = 0 \quad (۱۰-۹)$$

راه حل به دست آوردن X_S به صورت زیر است:

$$X_S = -K_{SS}^{-1}K_{Sg}X_g = rX_g \quad (۱۱-۹)$$

با جایگذاری معادله (۱۱-۹) در معادله (۱۰-۹) داریم:

$$rK_{SS} + K_{Sg} = 0 \quad (۱۲-۹)$$

از معادله (۱۱-۹) پیدا است که ماتریس r با مشخص بودن K_{SS} و K_{Sg} به دست می‌آید. معادله (۱۲-۹) نشان می‌دهد که آخرین بخش معادله (۹-۹) صفر است. علاوه بر آن M_{Sg} که کوپلینگ

اینرسی را نشان می‌دهد در اغلب سازه‌ها در نظر گرفته نمی‌شود. همچنین مشارکت بخش میرایی $\dot{X}_g(C_{sg} + rC_{ss})$ اغلب کم و قابل چشم‌پوشی است (Datta, 2010). با این دو فرض معادله (۹-۹) به شکل زیر در می‌آید:

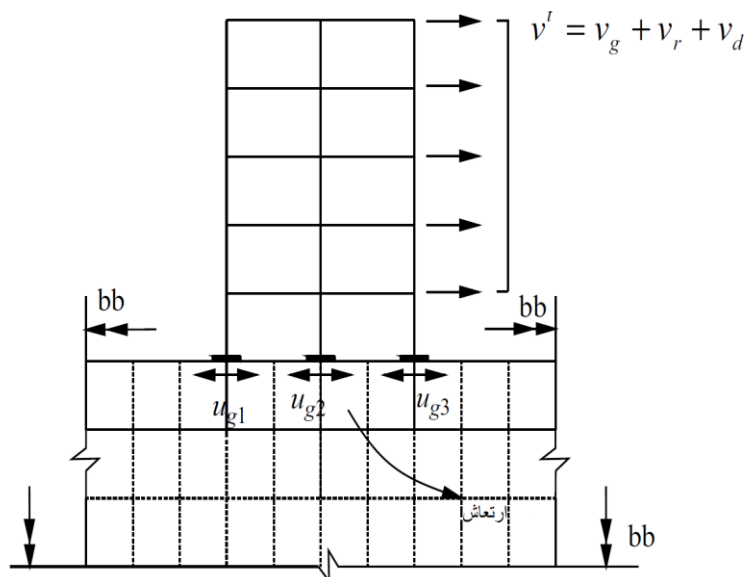
$$M_{SS}\ddot{X} + C_{SS}\dot{X} + K_{SS}X = -rM_{SS}\ddot{X}_g \quad (۱۳-۹)$$

مقایسه این معادله با معادله تعادل دینامیکی در حالت تحریک غیریکنواخت نشان می‌دهد که فرم کلی هر دو معادله یکسان است. در معادله (۹-۱۳) متغیر ورودی تاریخچه زمانی شتاب زمین است که بر تکیه‌گاه‌ها اعمال می‌شود. حل این معادله، پاسخ درجات آزادی غیرتکیه‌گاهی نسبت به تکیه‌گاه‌ها را به دست می‌دهد. جهت به دست آوردن پاسخ‌های مطلق معادله (۹-۶) مورد استفاده قرار می‌گیرد. لازم است توجه داشت که نیروهای اینرسی اعضا با استفاده از پاسخ‌های مطلق به دست می‌آیند و نه پاسخ‌های نسبی. بنابراین ایجاد ماتریس جرم در حالت تحریک‌های غیریکنواخت زمین همانند حالت تحریک یکنواخت انجام می‌گیرد.

۹-۷- سیستم چند درجه آزادی با حرکات تکیه‌گاهی غیریکنواخت

جهت فرمول‌بندی مسئله اندرکنش دینامیکی خاک و سازه با استفاده از روش زیرسازه جابجایی (تغییر مکان) مطلق به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$V^t = V_g + V_r + V_d \quad (۱۴-۹)$$



شکل (۹-۱۰): تحلیل به روش زیرسازه برای سیستم چند درجه آزادی تحت تحریک‌های غیر یکنواخت

(Datta,2010)

که در آن:

V_g : بردار جابجایی ایجاد شده در کلیه درجات آزادی غیرتکیه‌گاهی به علت تغییر مکان زمین در

تکیه‌گاه‌ها

V_r : مشابه V_g و برای همسازی الاستیک بین زمین و پی

V_d : بردار تغییر مکان نسبی دینامیکی ایجاد شده در کلیه درجات آزادی غیرتکیه‌گاهی که در اثر

نیروی اینرسی در سیستم ایجاد می‌شود.

V^t : تغییر مکان مطلق

در واقع ابتدا، حرکت میدان آزاد زمین سبب ایجاد جابجایی تکیه‌گاه‌ها در محلی که به زمین متصل می‌شوند، می‌گردد. در مرحله بعد حرکت نسبی بین تکیه‌گاه‌ها که به علت تحریک‌های متفاوت زمین در تکیه‌گاه‌های مختلف ایجاد می‌شود، سبب ایجاد نیروهای الاستیک در سازه می‌شود. این نیروهای الاستیک گسترش یافته، منجر به ایجاد یک سری عکس‌العمل‌های مساوی و مختلف‌الجهت در سطح مشترک بین زمین و پی می‌گردند. عکس‌العمل‌های مذکور باعث ایجاد تغییر شکل‌هایی در سطح مشترک می‌گردد که تغییرمکان‌های سازگاری را به سازه و خاک القا می‌کنند. به روش مشابه، نیروهای اینرسی ایجاد شده در جرم‌ها برای هر دو درجه آزادی سازه یک جفت نیروهای دینامیکی مساوی و مختلف‌الجهت در سطح مشترک زمین و پی ایجاد می‌کنند که باعث تولید تغییرمکان‌های دینامیکی سازگار در زمین و پی می‌شود. به عبارت دیگر مؤلفه V_d بیانگر اندرکنش اینرسیال و $V_g + V_r$ مؤلفه‌های بیانگر اندرکنش سینماتیکی هستند. در نتیجه V_d فقط به میرایی و جرم مرتبط می‌شود و $V_g + V_r$ فقط با سختی سیستم در ارتباط است.

با این توضیحات، معادله حرکت سازه فوقانی شکل (۹-۱۰) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{bmatrix} M_{ss} & M_{sf} \\ M_{fs} & M_{ff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{V}_s^t \\ \ddot{V}_f^t \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{ss} & C_{sf} \\ C_{fs} & C_{ff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{V}_s^t \\ \dot{V}_f^t \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ss} & K_{sf} \\ K_{fs} & K_{ff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_s^t \\ V_f^t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ P_f^t \end{Bmatrix} \quad (۱۵-۹)$$

که در آن اندیس‌های s و f به سازه و پی برمی‌گردند. P_f^t نیروهای مطلق گره‌ای درجات آزادی پی هستند که عکس آنها به زمین وارد می‌شود. جهت تعمیم مؤلفه‌های شبه‌استاتیکی پاسخ، V_g و V_r ، همانطور که قبلاً ذکر شد تنها بخش‌های مرتبط با سختی معادله حرکت در نظر گرفته می‌شوند. اگر پاسخ شبه‌استاتیکی درجات آزادی غیرتکیه‌گاهی به علت حرکت زمین در تکیه‌گاه‌ها با V_g^s و حرکات زمین در تکیه‌گاه‌ها با $V_g^f = U_g$ نشان داده شود و تغییرمکان‌های شبه‌استاتیکی درجات

آزادی غیر تکیه‌گاهی به علت تغییرمکان‌های سازگار در سطح مشترک پی و زمین با V_r^s و تغییرمکان‌های سازگار در تکیه‌گاه‌ها با V_r^f نشان داده شوند، تعادل نیروها در سطح مشترک سازه و پی در فضای فرکانسی به صورت زیر است:

$$K_{fs}(V_g^s + V_r^s) + K_{ff}(V_g^f + V_r^f) + G_{ff}V_r^f = 0 \quad (۱۶-۹)$$

که در آن G_{ff} ، ماتریس امپدانس خاک برای درجات آزادی سطح مشترک است. باید توجه داشت که وقتی معادله فوق فقط برای حرکت شبه استاتیکی نوشته می‌شود، بخش موهومی ماتریس امپدانس مورد استفاده قرار نمی‌گیرد. ساده‌سازی معادله فوق معادله زیر را ایجاد می‌کند:

$$K_{fs}V_r^s + (K_{ff} + G_{ff})V_r^f = -K_{fs}V_g^s - K_{ff}V_g^f = -P_f \quad (۱۷-۹)$$

اگر تنها تغییرمکان‌های درجات آزادی غیرتکیه‌گاهی به علت حرکت میدان آزاد زمین در تکیه‌گاه‌ها در نظر گرفته شود، خواهیم داشت:

$$K_{ss}V_g^s + K_{sf}V_g^f = 0 \quad (۱۸-۹)$$

و یا:

$$V_g^s = -K_{ss}^{-1}K_{sf}V_g^f = -K_{ss}^{-1}K_{sf}U_g = \frac{1}{\omega^2}K_{ss}^{-1}K_{sf}\ddot{U}_g \quad (۱۹-۹)$$

با جایگذاری مقدار به دست آمده برای V_g^s از معادله (۱۹-۹) در معادله (۱۷-۹) مقدار P_f به

صورت زیر به دست می‌آید:

$$P_f = \frac{-1}{\omega^2}(K_{ff} - K_{fs}K_{ss}^{-1}K_{sf})\ddot{U}_g \quad (۲۰-۹)$$

بنابراین V_r را می‌توان از معادله زیر به دست آورد:

$$\begin{bmatrix} K_{ss} & K_{sf} \\ K_{fs} & K_{ff} + G_{ff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_r^s \\ V_r^f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -P_f \end{Bmatrix} \quad (21-9)$$

معادله فوق از اضافه کردن معادله (۲۲-۹) که در زیر بیان شده به معادله (۱۷-۹) در شرایطی که نیروی خارجی به سازه وارد نمی‌شود، به دست آمده است.

$$K_{ss}V_r^s + K_{sf}V_r^f = 0 \quad (22-9)$$

برای تعیین مقدار V_d ، V^t از معادله (۱۴-۹) در معادله (۱۵-۹) جای‌گذاری می‌شود و معادله

حرکت بازنویسی می‌گردد:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} M_{ss} & M_{sf} \\ M_{fs} & M_{ff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{V}_d^s \\ \dot{V}_d^f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{ss} & C_{sf} \\ C_{fs} & C_{ff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{V}_d^s \\ \dot{V}_d^f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ss} & K_{sf} \\ K_{fs} & K_{ff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_d^s \\ V_d^f \end{Bmatrix} = \\ & - \begin{bmatrix} M_{ss} & M_{sf} \\ M_{fs} & M_{ff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{V}_a^s \\ \dot{V}_a^f \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} C_{ss} & C_{sf} \\ C_{fs} & C_{ff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{V}_a^s \\ \dot{V}_a^f \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{ss} & K_{sf} \\ K_{fs} & K_{ff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_a^s \\ V_a^f \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ P_f^t \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (23-9)$$

که در آن:

$$V_a^f = V_g^f + V_r^f \text{ و } V_a^s = V_g^s + V_r^s$$

بخش میرایی در سمت راست معادله (۲۳-۹) مشارکت ناچیزی در بارگذاری مؤثر برای سازه‌های

با میرایی کم خواهد داشت. با در نظرگیری این مطلب و با استفاده از معادله (۱۶-۹)، معادله (۲۳-۹)

در فضای فرکانسی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\left\{ -\omega^2 \begin{bmatrix} M_{ss} & M_{sf} \\ M_{fs} & M_{ff} \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} C_{ss} & C_{sf} \\ C_{fs} & C_{ff} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ss} & K_{sf} \\ K_{fs} & K_{ff} \end{bmatrix} \right\} \begin{Bmatrix} V_a^s \\ V_a^f \end{Bmatrix} = +\omega^2 \begin{bmatrix} M_{ss} & M_{sf} \\ M_{fs} & M_{ff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_a^s \\ V_a^f \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ P_f^t - Prf \end{Bmatrix} \quad (24-9)$$

که در آن $Prf = -G_{ff}V_r^f$ است و $P_f^t - Prf$ به عنوان مؤلفه دینامیکی بار اعمال شونده بر پی به علت سازگاری تغییر مکان‌ها در سطح مشترک تلقی می‌گردد که می‌توان آن را به روشی مشابه آنچه برای سازگاری جابجایی‌های شبه استاتیکی سطح مشترک بیان شد (معادله ۹-۱۶) به دست آورد.

$$P_f^t - Prf = P_f^d = -G_{ff}V_a^f \quad (25-9)$$

لازم به ذکر است که در معادله (۹-۲۵)، G_{ff} دارای هر دو مؤلفه حقیقی و موهومی است. بخش موهومی مشخص کننده میرایی هندسی است و به میرایی کل سیستم اضافه می‌گردد. به این ترتیب می‌توان معادله (۹-۲۴) را در فضای فرکانسی به صورت زیر نوشت:

$$\left\{ -\omega^2 \begin{bmatrix} M_{ss} & M_{sf} \\ M_{fs} & M_{ff} \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} C_{ss} & C_{sf} \\ C_{fs} & C_{ff} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ss} & K_{sf} \\ K_{fs} & K_{ff} \end{bmatrix} \right\} \begin{Bmatrix} V_a^s \\ V_a^f \end{Bmatrix} = +\omega^2 \begin{bmatrix} M_{ss} & M_{sf} \\ M_{fs} & M_{ff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_a^s \\ V_a^f \end{Bmatrix} \quad (26-9)$$

با به دست آوردن V_a^s و V_a^f از معادلات قبل، V_a^s و V_a^f را می‌توان از معادله (۹-۲۶) به دست آورد. با به دست آوردن V_a^s و V_a^f برای فرکانس‌های مختلف بردار V^t حاصل می‌شود. در نهایت تبدیل معکوس فوریه V^t بردار پاسخ V^t در فضای زمان را به دست می‌دهد.

۹-۸- مراحل گام به گام در حل مسائل اندرکنش به روش زیرسازه

- (۱) اجزای ماتریس های جرم، میرایی و سختی مطابق درجات آزادی دینامیکی سازه و پی نوشته می‌شوند. معادله (۹-۱۵)
- (۲) مؤلفه شبه استاتیکی جابجایی های درجات آزادی غیرتکیه گاهی $V_g^s(\omega)$ با استفاده از معادله (۹-۱۹) نوشته می‌شود.
- (۳) مقدار P_f با استفاده از معادله (۹-۲۰) به دست آمده و سپس $V_r^s(\omega)$ و $V_r^f(\omega)$ از حل معادله (۹-۲۱) به دست می‌آیند.
- (۴) $V_a^f = V_g^f + V_r^f$ و $V_a^s = V_g^s + V_r^s$ به دست می‌آیند. توجه شود که بردار جابجایی لرزه ای زمین است (U_g).
- (۵) با داشتن V_a^f و V_a^s ، معادله (۹-۲۶) حل می‌شود.

۹-۹- آنالیز مودال با استفاده از روش زیر سازه

حل معادله (۹-۲۶) به طور مستقیم تغییر مکان‌های دینامیکی سازه را به دست می‌دهد. هر چند ممکن است مسئله مورد نظر به علت درجات آزادی زیاد سازه فوقانی از گستردگی بالایی برخوردار باشد. هم‌چنین ماتریس میرایی C_{SS} باید بر اساس فرکانس‌های پایه سازه فوقانی ایجاد شود. به منظور صرفه جویی در وقت و هزینه محاسبات می‌توان از آنالیز مودال استفاده نمود، که منجر به حل تعداد کمتر معادلات هم‌زمان می‌شود. هر چند، تعداد معادلات بستگی به تعداد مدهای در نظر گرفته شده دارد. به علاوه حل آن‌ها نیاز به اطلاعات مربوط به نسبت میرایی سازه خواهد داشت. برای انجام این تحلیل معادله (۹-۲۶) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$-\omega^2 M_{ss} V_d^s - \omega^2 M_{sf} V_d^f + i\omega C_{ss} V_d^s + i\omega C_{sf} V_d^s + K_{ss} V_d^s + K_{sf} V_d^f = \omega^2 M_{ss} V_a^s + \omega^2 M_{sf} V_a^f \quad (27-9)$$

$$-\omega^2 M_{fs} V_d^s - \omega^2 M_{ff} V_d^f + i\omega C_{fs} V_d^s + i\omega C_{ff} V_d^s + K_{fs} V_d^s + K_{ff} V_d^f = \omega^2 M_{fs} V_a^s + \omega^2 M_{ff} V_a^f \quad (28-9)$$

با فرض این که سازه فوقانی در حالت الاستیک باقی می ماند، تغییر مکان دینامیکی سازه نسبت به پی V_d^s را می توان به صورت مجموع وزنی شکل مودهای سازه با پی صلب به صورت زیر در نظر گرفت:

$$V_d^s = \Phi Z$$

که در آن Φ ماتریس شکل مود دارای اندازه n در m است و Z بردار کلی (تعمیم یافته) هم آهنگ کننده (تناسب دهنده) با اندازه m است. یادآوری می شود که n تعداد درجات آزادی غیر تکیه گاهی و m تعداد مودهای در نظر گرفته شده در تحلیل است. با جایگذاری مقدار فوق برای V_d^s در معادلات (۲۷-۹) و (۲۸-۹) و ضرب معادله (۲۷-۹) در Φ^T ، معادلات (۲۷-۹) و (۲۸-۹) به صورت زیر نوشته می شوند:

$$\left\{ -\omega^2 \begin{bmatrix} \bar{M}_{ss} & \bar{M}_{sf} \\ \bar{M}_{fs} & \bar{M}_{ff} \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} \bar{C}_{ss} & \bar{C}_{sf} \\ \bar{C}_{fs} & \bar{C}_{ff} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{K}_{ss} & \bar{K}_{sf} \\ \bar{K}_{fs} & \bar{K}_{ff} \end{bmatrix} \right\} \begin{Bmatrix} Z \\ V_d^f \end{Bmatrix} = \omega^2 \begin{bmatrix} \Phi^T M_{ss} & \Phi^T M_{sf} \\ M_{fs} & M_{ff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_a^s \\ V_a^f \end{Bmatrix} \quad (29-9)$$

که در آن:

$$\bar{M}_{ss} = \Phi^T M_{ss} \Phi$$

$$\bar{M}_{sf} = \Phi^T M_{sf}$$

$$\bar{M}_{fs} = M_{fs} \Phi$$

به همین ترتیب بقیه متغیرها نیز محاسبه می شوند.

معادله (۹-۲۹) یک معادله ماتریسی مختلط به اندازه $(m+r)$ در $(m+r)$ است که به صورت هم‌زمان حل می‌شود و در آن m تعداد مودهای در نظر گرفته شده برای سازه فوقانی و r تعداد درجات آزادی تکیه گاهی است. به این ترتیب اندازه معادله ماتریسی که باید حل شود با بهره‌گیری از محاسن و ویژگی‌های مودال سازه فوقانی به شکل قابل توجهی کاهش می‌یابد. مفهوم فیزیکی معادله (۹-۲۹) این است که حرکات درجات آزادی سازه ای با چند شکل مود محدود در سازه جایگزین شده‌اند. برای اغلب مثال‌های عملی $M_{sf} = M_{fs} = 0$ و $C_{sf} = C_{fs} = 0$ در نظر گرفته می‌شود. با این ساده‌سازی معادله (۹-۲۹) به صورت زیر در می‌آید:

$$[\bar{h} + \bar{K}_{sf}] \begin{Bmatrix} Z \\ V_d^f \end{Bmatrix} = P^s \quad [\bar{K}_{fs} + \bar{K}_{ff}] \begin{Bmatrix} Z \\ V_s^f \end{Bmatrix} = P^f \quad (۳۰-۹)$$

که در آن \bar{h} یک ماتریس قطری با درایه‌های قطری به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\bar{m}_j [(\omega_j^2 - \omega^2) + 2i\xi\omega_j\omega] \quad (j=1, \dots, m)$$

هم‌چنین ω_j و \bar{m}_j به ترتیب زامین فرکانس طبیعی و زامین جرم مودال هستند. ξ میرایی مودال

بوده و مقادیر P^s, P^f و \bar{K}_{ff} به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$P^s = \omega^2 \Phi^T M_{ss} V_a^s$$

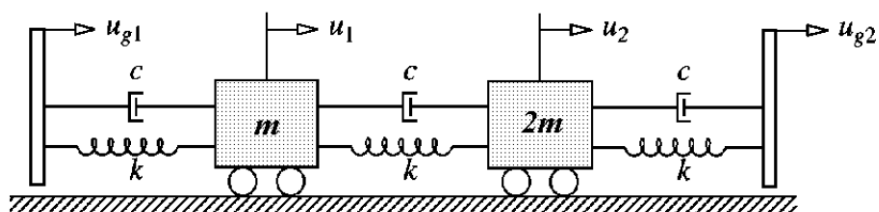
$$P^f = \omega^2 M_{ff} V_a^f$$

$$\bar{K}_{ff} = [K_{ff} + G_{ff} + i\omega C_{ff}]$$

حل معادله (۹-۳۰) مقادیر Z و V_d^f را به دست می‌دهد. با استفاده از تبدیل معکوس فوریه برای V_d^f و با استفاده از جمع آثار قوا در حالت مودال و نیز اضافه کردن معادله (۹-۱۴) جابجایی مطلق درجات آزادی دینامیکی سیستم خاک - سازه به دست می‌آید.

مسئله (۹-۱): تحریک غیریکنواخت تغییرمکان

برای سیستم شکل زیر که تحت تحریک غیریکنواخت در دو نقطه از سیستم قرار گرفته است، معادلات حرکت را بنویسید. U_{g1} و U_{g2} تحریک خارجی هستند و U_1 و U_2 نماد درجه آزادی جرم های سیستم هستند. (صورت این مسئله از مرجع Chopra(1995) استخراج شده است)



حل: ابتدا دیاگرام آزاد را برای دو جرم ترسیم می‌شود.

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccc}
 c\dot{u}_1 & \leftarrow & \boxed{m} \\
 ku_1 & \leftarrow & \\
 m(\ddot{u}_1 + \ddot{u}_{g2} + \ddot{u}_{g1}) & \leftarrow &
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \longrightarrow k(u_2 - u_1) \\
 \longrightarrow c(\dot{u}_2 - \dot{u}_1)
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccc}
 k(u_2 - u_1) & \leftarrow & \boxed{2m} \\
 c(\dot{u}_2 - \dot{u}_1) & \leftarrow & \\
 2m(\ddot{u}_2 + \ddot{u}_{g2} + \ddot{u}_{g1}) & \leftarrow &
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \longrightarrow -c\dot{u}_2 \\
 \longrightarrow -ku_2
 \end{array}
 \end{array}$$

حال تعادل افقی نیروها نوشته می‌شود:

برای جرم اول:

$$\sum F_x = 0$$

$$\rightarrow m(\ddot{u}_2 + \ddot{u}_{g2} + \ddot{u}_{g1}) + ku_1 + c\dot{u}_1 - c(\dot{u}_2 - \dot{u}_1) - k(u_2 - u_1) = 0$$

$$\rightarrow m\ddot{u}_1 - ku_2 + 2ku_1 - c\dot{u}_2 + 2c\dot{u}_1 = -m(\ddot{u}_{g2} + \ddot{u}_{g1})$$

به همین صورت برای جرم دوم هم خواهیم داشت:

$$2m\ddot{u}_2 - ku_1 + 2ku_2 - c\dot{u}_1 + 2c\dot{u}_2 = -2m(\ddot{u}_{g1} + \ddot{u}_{g2})$$

اگر بخواهیم این دو معادله را به صورت ماتریسی بنویسیم، داریم:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & 2m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2c & -c \\ -c & 2c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2k & -k \\ -k & 2k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = -m \begin{bmatrix} \ddot{u}_{g1} + \ddot{u}_{g2} \\ 2\ddot{u}_{g1} + 2\ddot{u}_{g2} \end{bmatrix}$$

نکته مهم ۱: در حل این مسئله شتاب‌های وارده بر دو نقطه مختلف از سیستم با هم دیگر جمع

شده‌اند. در حالت کلی این روش راهکار مناسبی برای حل مسئله نیست و تقریب زیادی دارد.

همان‌گونه که در رابطه (۹-۶) بیان شده است، هر نقطه از سیستم بخشی از دو تحریک را دریافت

می‌کند و نه همه دو تحریک را. ضریب مشارکت این تحریک با مشخصه r در رابطه یادشده آمده

است.

نکته ۲: اگر تحریک لرزه‌ای به یک نقطه وارد شود، روش حل مسئله با حالتی که تحریک به کل

سیستم وارد شده باشد، متفاوت است. به عنوان مثال ممکن است در اثر انفجار در طبقه سوم یک

ساختمان ده طبقه، یک تحریک نقطه‌ای در همان طبقه ایجاد شود. روش حل این مسئله متفاوت از حالتی خواهد بود که زلزله گُل ساختمان را تحت ارتعاش قرار دهد.

نکته ۳: در حل این مسئله تحریک وارده از نوع تغییر مکان بود. ولی برای حل مسئله فرض گردید که با دو بار مشتق‌گیری این تحریک به شتاب تبدیل می‌شود. در صورتی که بخواهیم مسئله را به طور مستقیم با تحریک تغییر مکان تحلیل کنیم، پاسخ‌ها اندکی متفاوت خواهند بود. به عنوان مثال برای نیروی سختی فنر سمت چپ سیستم به جای عبارت ku_1 باید عبارت $k(u_1 - u_{1g})$ نوشته شود.

نکته ۴: موارد بیان شده در سه نکته بالا برای مسئله بعدی هم قابل تعمیم است.

مسئله (۹-۲): تحریک غیریکنواخت تغییر مکان

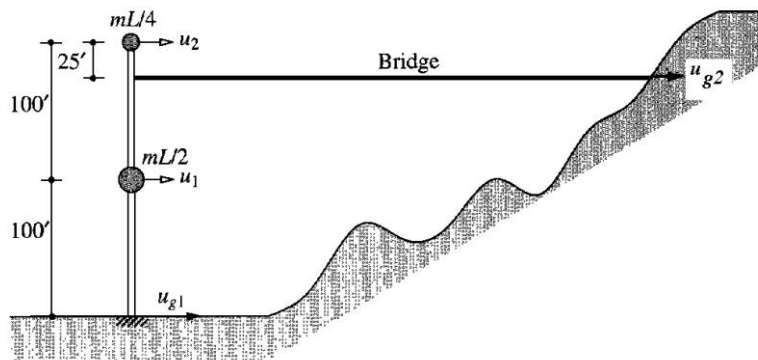
در شکل زیر برج آبگیر یک سد و پل دسترسی به آن نشان داده شده است. پل یک عضو محوری صلب است که به صورت مفصلی به برج آبگیر متصل شده است. اتصال برج آبگیر به کف مخزن سد گیردار است. برج آبگیر به صورت یک استوانه بتنی به قطر خارجی ۷/۵ متر و ضخامت ۰/۳۸ متر طراحی شده است.

$$\begin{cases} m = \text{جرم طول واحد برج} \\ L = 60m \\ E = 2.5 * 10^6 \text{ T/m}^2 \end{cases}$$

از جرم افزوده آب مخزن سد و میرایی سیستم صرف نظر کنید. پاسخ این سازه را به تحریک غیریکنواخت تغییر مکانی U_{g1} و U_{g1} در دو حالت زیر محاسبه کنید:

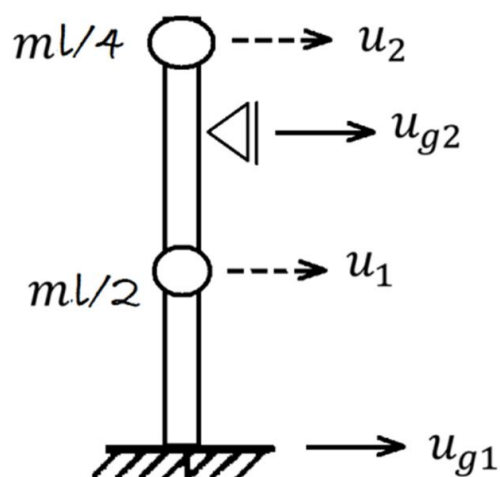
- الف) با صرف نظر از اندرکنش خاک و سازه
- ب) با در نظر گیری اندرکنش خاک و سازه

(صورت قسمت الف این مسئله از مرجع (Chopra(1995 استخراج شده است)



الف) حل مسئله بدون اندرکنش خاک و سازه: مدل تحلیلی برج آبگیر در حالت بدون در نظر

گیری SSI مطابق شکل زیر خواهد بود:



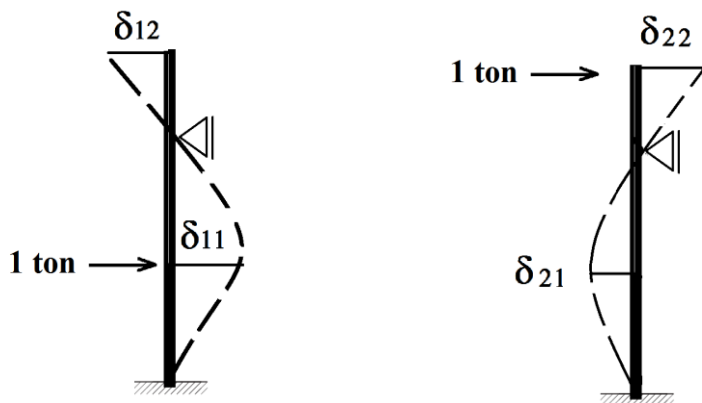
چون تحریک خارجی در محل درجه آزادی نیست، در بردار بار خارجی، ماتریس تأثیر ظاهر می‌گردد.

$$m\ddot{u} + ku = -ml\ddot{u}_g$$

محاسبه ماتریس سختی: برای محاسبه ماتریس سختی می‌توانیم ابتدا ماتریس نرمی (f) را محاسبه کنیم و سپس با معکوس کردن آن ماتریس سختی (k) را محاسبه می‌کنیم. برای محاسبه درایه‌های ماتریس نرمی داریم:

$$f = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{bmatrix}$$

هر یک از درایه‌های ماتریس مذکور با حل تیر نامعین شکل زیر به دست خواهند آمد:



با استفاده راه‌کارهایی که در کتاب‌های تحلیل سازه‌ها بیان شده است و یا با حل نرم‌افزاری، در

نهایت داریم:

$$\delta_{11} = 13.74 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$\delta_{21} = \delta_{12} = -5.785 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$\delta_{22} = 8.726 \times 10^{-6} \text{ m}$$

در نتیجه داریم:

$$\Rightarrow f = \begin{bmatrix} 13.74 & -5.785 \\ -5.785 & 8.726 \end{bmatrix} \times 10^{-6} \Rightarrow k = f^{-1} = 10^6 \begin{bmatrix} 8.726 & 5.785 \\ 5.785 & 13.74 \end{bmatrix}$$

محاسبه ماتریس جرم:

$$\text{جرم برج آنگیر در واحد طول} = m = \rho \frac{A}{g}, \quad A = \frac{\pi}{4} (D_e^2 - D_i^2) = \frac{\pi}{4} (7.5^2 - 6.74^2) = 8.5 \text{ m}^2$$

$$\rho = 2.4 \text{ t/m}^3 \Rightarrow m = 20.4$$

$$m_1 = \frac{ml}{2} = 20.4 \times \frac{60}{2} = 612 \text{ ton} \quad m_2 = \frac{ml}{4} = 306 \text{ ton}$$

$$\Rightarrow m = \begin{bmatrix} 612 & 0 \\ 0 & 306 \end{bmatrix}$$

محاسبه ماتریس تأثیر: اگر u_{g1} به اندازه واحد حرکت کند، تغییر مکان در درجه آزادی اول

معادل l_{11} خواهد بود.

$$l = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{21} & l_{22} \end{bmatrix}$$

$$l = \begin{bmatrix} 0.5979 & 0.4021 \\ -0.2074 & 1.2074 \end{bmatrix}$$

حل معادلات نهایی:

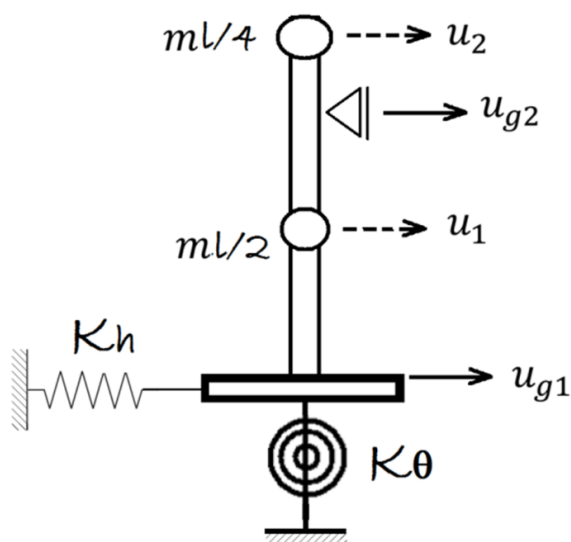
$$u = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} u_g = \begin{Bmatrix} u_{g1} \\ u_{g2} \end{Bmatrix}, m\ddot{u} + ku = -ml\ddot{u}_g$$

$$\begin{bmatrix} 612 & 0 \\ 0 & 306 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 8.726 & 5.785 \\ 5.785 & 13.74 \end{bmatrix} \times 10^6 \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \\ - \begin{bmatrix} 612 & 0 \\ 0 & 306 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.5979 & 0.4021 \\ -0.2074 & 1.2074 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{g1} \\ \ddot{u}_{g2} \end{Bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 365.91 & 246.08 \\ -63.46 & 369.46 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{g1} \\ \ddot{u}_{g2} \end{Bmatrix}$$

با داشتن \ddot{u}_{g1} و \ddot{u}_{g2} مقادیر \ddot{u}_1 و \ddot{u}_2 به دست می‌آید.

ب) حل مسئله در صورتی که اثرات اندرکنش خاک و سازه هم موردنظر باشد:

با فرض درجه آزادی افقی و دوران برای پی، مدل تحلیلی برج آنگیر به صورت زیر خواهد بود:



ماتریس جرم: در این حالت برای محاسبه سختی پی لازم است ابعاد پی داده شود، فرض کنید

پی برج آبگیر دایره ای به قطر ۳۰m و ضخامت ۳ متر است. در این صورت داریم:

$$M = \rho \frac{\pi}{4} (D^2) \times t = \rho \frac{\pi}{4} (30^2)(3) = 5089 \text{ ton} \text{ جرم پی}$$

$$= mL - \frac{mL}{2} - \frac{mL}{4} = \frac{mL}{4} = 306 \text{ ton} \text{ بخشی از جرم سازه متصل به پی}$$

$$\text{جرم کل بر پی } m_f = 306 + 5089 = 5089 = 5395 \text{ ton}$$

$$\text{ایمان اینرسی جرمی پی دایره ای } I_f = M \left(\frac{r^2}{4} + \frac{h^2}{3} \right) = 5089 \left(\frac{15^2}{4} + \frac{3^2}{3} \right) = 301523 \text{ ton.m}^2$$

$$m = \begin{bmatrix} m_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 612 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 306 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5395 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 301523 \end{bmatrix}$$

ماتریس سختی: با فرض حرکت انتقالی و دورانی در پی، لازم است ابتدا سختی زمین محاسبه

گردد.

$$k_h = \frac{8Ga}{2-\nu} = \frac{8(8 \times 10^3)(15m)}{2-0.3} = 5.65 \times 10^5 \text{ ton/m}$$

$$k_\theta = \frac{8Ga^3}{3(1-\nu)} = \frac{8(8 \times 10^3)(15m)^3}{3(1-0.3)} = 1028 \times 10^5 \text{ ton/m}$$

در این حالت با استفاده از نرم افزار مناسب می‌توانیم مقادیر درایه های ماتریس نرمی را ابتدا

محاسبه کنیم:

$$f = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} & \delta_{14} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \delta_{23} & \delta_{24} \\ \delta_{31} & \delta_{32} & \delta_{33} & \delta_{34} \\ \theta_{41} & \theta_{42} & \theta_{43} & \theta_{44} \end{bmatrix}$$

با داشتن ماتریس نرمی، ماتریس سختی از رابطه $k = f^{-1}$ محاسبه می‌شود. حل معادلات

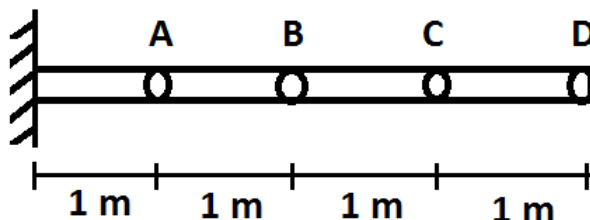
نهایی هم مانند مسائل فصل‌های قبل خواهد بود. توجه شود که اثرات هیدرودینامیکی مخزن سد

(اندرکنش آب-سازه) صرف نظر گردید.

مسائل حل نشده فصل نهم:

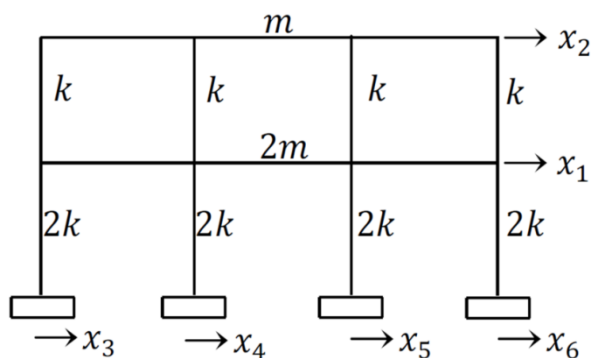
۱. مسئله حل شده (۹-۱) را بر اساس تحریک تغییرمکان و مطابق روش بیان شده در همان مسئله حل کنید و نتایج دو تحلیل را با هم مقایسه نمایید.
۲. مسئله حل شده (۹-۲) را بر اساس معدلات بیان شده در روش زیر سازه و تحریک غیریکنواخت حل کنید و نتیجه را با حل بر اساس روش ساده حل شده در متن مقایسه کنید.
۳. یک تیر فولادی مطابق شکل از پروفیل 2IPE 16 ساخته شده است. اگر تحریک وارد به نقاط A تا D بر حسب میلی‌متر مطابق زیر باشد، معدلات لازم برای محاسبه تغییرمکان در نقاط یادشده را بنویسید.

$$U(t)_A = 2\text{sint} , U(t)_B = 3\text{sint} , U(t)_C = 4\text{sint} , U(t)_D = 2\text{sint}$$

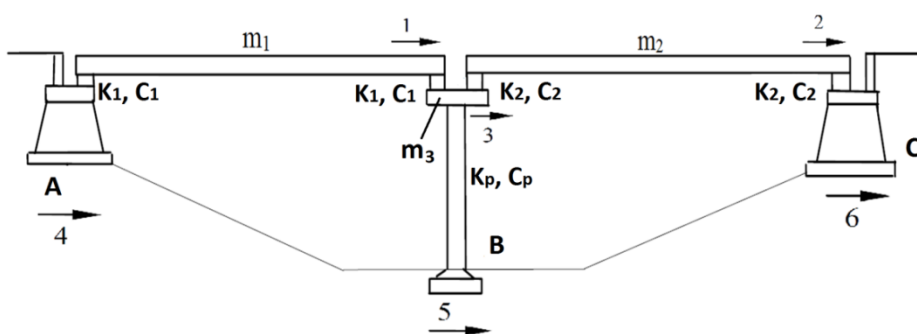


۴. قاب نشان داده شده بر روی چهار پی دایره‌ای به قطر ۱/۵ متر زیر ستون‌هایش قرار گرفته است. پی بر خاک با مشخصات $\rho=1600 \text{ kg.m}^{-3}$, $\nu=0.3$, $V_s=80 \text{ m.s}^{-1}$ قرار دارد. با استفاده از روش زیر سازه تاریخیچه زمانی تغییر مکان طبقات اول و دوم (تغییر مکان نسبی نسبت به تکیه گاه‌ها) را تحت تحریک زلزله السترو به دست آورید. از توابع امپدانس مستقل از فرکانس برای خاک استفاده نمایید. برای سازه فرض کنید:

$$\zeta=5\% , m=100 \times 10^4 \text{ kg} , k=4 \times 10^7 \text{ N/m}$$



۵. مسئله فوق را به روش آنالیز مودال حل نموده و پاسخ ها را با حالت قبل مقایسه نمایید.
۶. مسئله نخست را در حالت در نظرگیری تحریک غیر یکنواخت بررسی نمایید و پاسخ ها را با حالت قبل مقایسه نمایید. فرض کنید تحریک الاسترو با تأخیر زمانی ۵ ثانیه ای به تکیه گاه های دوم تا چهارم می رسد.
۷. پل نشان داده شده در شکل زیر را به روش زیرسازه تحلیل نمایید. فرض کنید تحریک زلزله بم به درجات آزادی تکیه گاهی وارد می شود. مشخصات خاک شبیه سؤال قبل است. برای جرم ها، سختی ها و میرایی ها مقادیر دلخواه و معقول فرض نمایید.



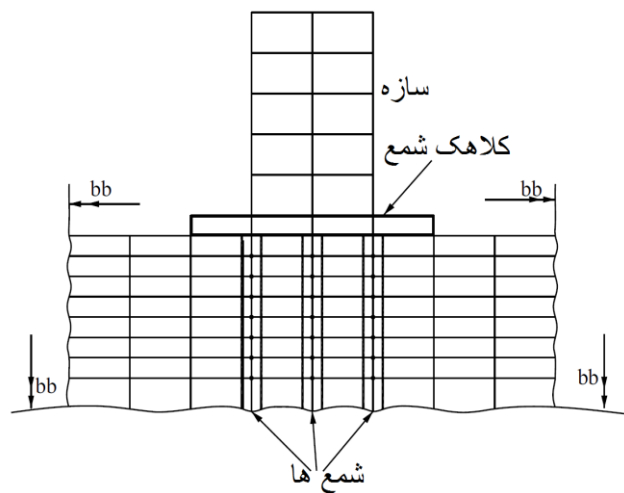
فصل دهم

اندرکنش خاک – شمع – سازه

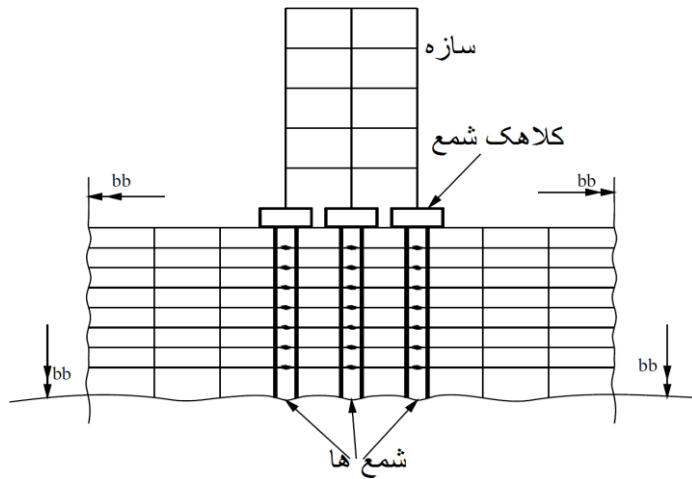
۱-۱۰- مقدمه

به غیر از سازه‌هایی که بر پی‌های سطحی یا مدفون بنا می‌شوند، تعداد زیادی از سازه‌ها که اغلب در شمار سازه‌های با اهمیت بالا هستند، بر روی شمع بنا می‌شوند. لزوم استفاده از شمع در پی سازه‌ها به خاطر ضعف در باربری خاک ایجاد می‌شود. به طور مثال اگر بنا باشد سازه‌ای بزرگ و سنگین بر روی خاک نرم احداث شود، یا باید از شمع استفاده شود و یا با به کارگیری روش‌های بهسازی، زمین تقویت شود.

ظرفیت باربری شمع تحت بارهای استاتیکی به طور مستقل یک بار تحت بارهای محوری و یک بار تحت بارهای جانبی ارزیابی می‌شود. هر چند در بسیاری از موارد ظرفیت باربری محوری کنترل‌کننده طرح است، با این حال برای تحلیل دینامیکی شمع‌ها تحت بارهای لرزه‌ای، امواج دریا و در درجه کمتر بارهای سیکلیک که حین کوبیدن شمع ایجاد می‌شوند، ظرفیت باربری جانبی شمع بیشتر مورد توجه قرار می‌گیرد. بنابراین کلیه سازه‌های مهم بنا شده بر روی شمع که در مناطق لرزه‌خیز احداث می‌شوند، لازم است مورد تحلیل لرزه‌ای قرار بگیرند. سازه‌هایی که بر پی شمع‌دار بنا می‌شوند را می‌توان به دو گروه تقسیم کرد؛ نخست سازه‌هایی که بر یک کلاهک واحد و گروه شمع زیر آن احداث می‌شوند، و گروه دوم سازه‌هایی هستند که هر یک از ستون‌های آن‌ها به طور مستقیم بر یک شمع و یا یک گروه شمع مجزا واقع می‌شود. مثال‌هایی از هر دو گروه در شکل‌های (۱-۱۰) و (۱۰-۲) نشان داده شده است.



شکل (۱-۱۰): کلاهک واحد قرار گرفته بر روی گروه شمع



شکل (۲-۱۰): کلاهک‌های مجزا قرار گرفته بر روی گروه شمع

در مورد نحوه طراحی شمع‌ها تحت بارهای سیکلیک، آیین‌نامه صنعت نفت آمریکا (API,2000) بیان می‌دارد که اگر بار سیکلیک به آرامی بر شمع وارد گردد، ظرفیت باربری شمع همان ظرفیت باربری استاتیکی است، ولی اگر بار سیکلیک در فرکانس بالا و به صورت سریع وارد شود ممکن است در این حالت ظرفیت باربری شمع افزایش یابد. نکته فوق حاکی از آن است که نرخ بارگذاری در ظرفیت باربری تأثیر قابل توجهی دارد.

برای تحلیل سازه‌های متکی بر شمع دو راهکار وجود دارد؛ در راهکار اول سازه بدون حضور پی تحلیل شده و بارهای وارد بر پی محاسبه می‌شود، سپس این بارها بر پی و شمع وارد شده و این سیستم بدون حضور سازه تحلیل می‌گردد. راهکار دو تحلیل آن است که سازه، شمع و خاک به صورت توأم (Couple) تحلیل گردند. در اصطلاح راهکار دوم را تحلیل اندرکنش خاک-شمع-سازه گویند و با نماد SPSI نمایش می‌دهند. در مجموع تحلیل پاسخ لرزه‌ای سازه‌ها با در نظرگیری اندرکنش خاک - شمع - سازه از روش‌های زیر قابل انجام است:

- روش مستقیم
- روش زیرسازه
- روش فنر و میراگر معادل
- روش‌های تقریبی

در این‌جا روش تحلیل مشابه روش‌هایی است که در بخش‌های مربوط به اندرکنش خاک - سازه به تفصیل بیان گردید و فقط بخش شمع به آن اضافه می‌شود. در ادامه به اختصار در مورد هر یک از روش‌های یادشده توضیحات کوتاهی ارائه شده است.

۱۰-۲- روش مستقیم در تحلیل لرزه‌ای شمع‌ها

در تحلیل مستقیم، خاک - شمع - سازه به صورت هم‌زمان و با استفاده از روش المان محدود (FEM) مدل‌سازی می‌شوند. روش تحلیل مشابه همان است که در فصل تحلیل به روش مستقیم پیشتر بیان شد، با این حال برخی نکات جدید به دلیل وجود شمع‌ها لازم است مورد توجه واقع شود که در ادامه بیان شده است:

۱. در صورتی که انتهای شمع‌ها در سنگ بستر و یا خاک سخت مدفون شده باشد، مرز پایین به صورت پایه گیردار (Fixed Base) با تغییر مکان صفر در نظر گرفته می‌شود.
۲. در صورتی که شمع‌ها به صورت شناور باشند، می‌توان در انتهای شمع از فنر و میراگر استفاده نمود و یا این‌که المان فصل مشترک جانبی را در پایین شمع هم ادامه داد. البته اگر سختی خاک زیر شمع زیاد باشد (شمع اتکایی) بهتر است از مرز پایه گیردار (Fixed Base) استفاده نمود.
۳. مرزهای جانبی مدل می‌تواند برحسب شرایط مسئله به صورت ثابت و یا مرز جاذب و یا مرز میدان آزاد انتخاب شود. جزئیات این بخش مشابه مطالب بیان شده در فصل ششم است.
۴. بین شمع و خاک اطراف آن باید با المان فصل مشترک مدل شود، المانی که مقاومت برشی و نرمال در امتداد آن ضعیف تر از المان معمولی است.
۵. برای شمع‌ها و سر شمع‌ها به طور معمول از المان تیر (Beam element) که قابلیت تحمل خمش دارد، استفاده می‌شود. المان فصل مشترک بین شمع و خاک باید از این قابلیت برخوردار باشد که بتواند المان خمشی تیر را به المان‌های خاک (Solid element) متصل کند.

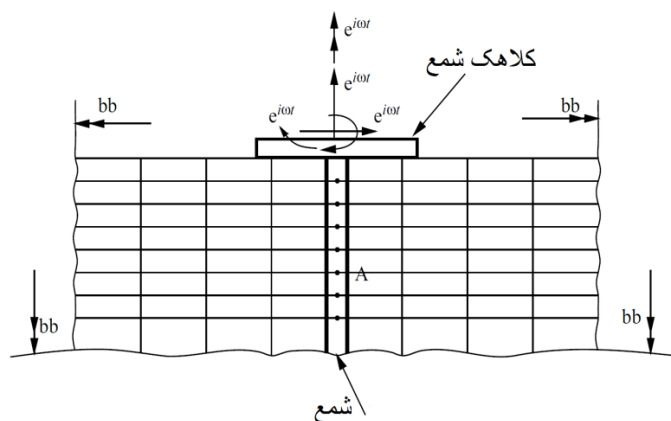
۳-۱۰- روش زیرسازه برای تحلیل لرزه‌ای شمع‌ها

در این روش نسبت به روش مستقیم با تقسیم‌بندی سیستم حجم ماتریس‌ها کوچکتر و در نتیجه زمان محاسبات کمتر می‌شود. کلیات روش کار مشابه همان است که در حل مسئله اندرکنش خاک و سازه به کار گرفته شد. با این تفاوت که در این حالت که شمع و یا گروه شمع نیز به سیستم اضافه شده است، توابع امپدانس برای سر شمع و یا کلاهک شمع‌ها (در حالت گروه شمع) با تحلیل جداگانه‌ای نسبت به سیستم خاک - شمع محاسبه می‌گردد. با مشخص شدن توابع امپدانس تحلیل سازه - پی مشابه روش زیرسازه که در فصول قبل شرح داده شد صورت می‌پذیرد.

۱-۳-۱۰- نحوه محاسبه تابع امپدانس برای سر شمع

برای محاسبه تابع امپدانس برای سر شمع و یا کلاهک کافی است مراحل زیر پیگیری شود:

- ۱) مدل المان محدود تک شمع و یا گروه شمع به همراه خاک اطراف آن مطابق شکل (۳-۱۰) تهیه می‌گردد.



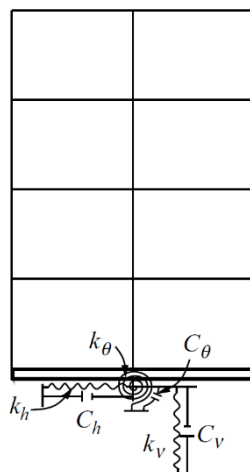
شکل (۳-۱۰): مدل سازی امپدانس خاک - شمع

۲) نیروها و لنگرهای سیکلیک واحد برحسب درجات آزادی بر شمع اعمال می‌گردد تا ماتریس انعطاف‌پذیری حاصل شود. معکوس ماتریس انعطاف‌پذیری (ماتریس نرمی)، ماتریس تابع امیدانس برای درجات آزادی سرشمع را خواهد داد. در این ماتریس اثرات متقابل درجات آزادی دورانی و انتقالی دیده می‌شود.

در هر فرکانس، ماتریس تابع امیدانس تشکیل شده و در حل مسئله اندرکنش خاک - شمع - سازه در بازه فرکانسی مطابق معادله (۱۰-۱) برای حرکت لرزه‌ای مشخص در سطح پی مورد استفاده قرار می‌گیرد. (Datta, 2010)

$$\left\{ -\omega^2 \begin{bmatrix} M_{ss} & M_{sf} \\ M_{fs} & M_{ff} \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} C_{ss} & C_{sf} \\ C_{fs} & C_{ff} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ss} & K_{sf} \\ K_{fs} & K_{ff} \end{bmatrix} \right\} \begin{Bmatrix} V_d^s \\ V_d^f \end{Bmatrix} = +\omega^2 \begin{bmatrix} M_{ss} & M_{sf} \\ M_{fs} & M_{ff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_a^s \\ V_a^f \end{Bmatrix} \quad (1-10)$$

پارامترهای این رابطه پیشتر در قالب رابطه (۹-۲۶) در فصل نهم معرفی گردیده است. این تحلیل، پاسخ‌های سازه فوقانی از جمله تغییرمکان سرشمع‌ها و یا کلاهک را در بر خواهد داشت. به کمک توابع امیدانس سرشمع و یا کلاهک، ضرایب فنر و میراگر برای سیستم خاک - شمع قابل دستیابی است. به این ترتیب می‌توان فنرها و میراگرها را جایگزین سیستم خاک - شمع نمود و در سطح کلاهک شمع، مطابق آنچه در شکل (۱۰-۴) نشان داده شده است، مورد استفاده قرار داد.



شکل (۳-۱۰): مدل‌سازی فنر و میراگر در اندرکنش خاک-شمع-سازه

برای به دست آوردن تنش در شمع‌ها تحلیل جداگانه‌ای برای سیستم خاک - شمع صورت می‌پذیرد. در این تحلیل، تاریخچه زمانی تغییر مکان سر شمع بر گره‌های فوقانی شمع‌ها اعمال می‌شود. برای این منظور راهکار دیگری نیز توسط Datta (2010) بیان شده است. در هر صورت این راهکارها را می‌توان برای به دست آوردن تاریخچه زمانی مقادیر پاسخ‌های مورد نظر در هر نقطه از طول شمع به کار برد. به طور مثال فرض کنید که ممان خمشی در نقطه A از شمع نشان داده شده در شکل (۳-۱۰) مدنظر باشد. برای به دست آوردن ممان خمشی در نقطه A مراحل زیر انجام می‌شود:

۱. ممان خمشی در مقطع A به ازای اعمال نیروهای واحد هارمونیک مختلط (تناوبی) در بالای شمع تعیین می‌گردد. مطابق شکل (۳-۱۰) برای هر فرکانس ممان خمشی به صورت یک عدد مختلط محاسبه و ذخیره می‌شود.

۲. از حل معادله (۱-۱۰) تغییر مکان‌های سر شمع برای هر فرکانس به دست آمده و به کمک آن نیروهای پی به شکل یک عدد مختلط محاسبه و ذخیره می‌شود.
۳. ممان خمشی به دست آمده از مرحله ۱ که دارای یک مقدار مختلط است، در نیروی پی مرتبط با همان درجه آزادی ضرب می‌شود و به صورت یک مقدار مختلط به دست می‌آید.
۴. تبدیل معکوس فوری (IFFT) اعداد مختلط مرحله ۳، تاریخچه زمانی ممان خمشی در مقطع A را برای نیروی مشخص وارد شده بر پی ارائه می‌دهد.

$$M_A(\omega) = [M_A(\omega)]_1 [F(\omega)] \quad (2-10)$$

که در آن:

$M_A(\omega)$: لنگر در نقطه A به ازای فرکانس بار

$[M_A(\omega)]_1$: لنگر در نقطه A به ازای نیروی واحد در درجه آزادی مورد نظر

$[F(\omega)]$: مقدار واقعی نیرو در درجه آزادی مورد نظر که از تحلیل زیرسازه فوقانی به دست

می‌آید.

همین مراحل برای نیروهای دیگر اعمال شده در پی تکرار می‌شود و تاریخچه‌های زمانی مربوطه

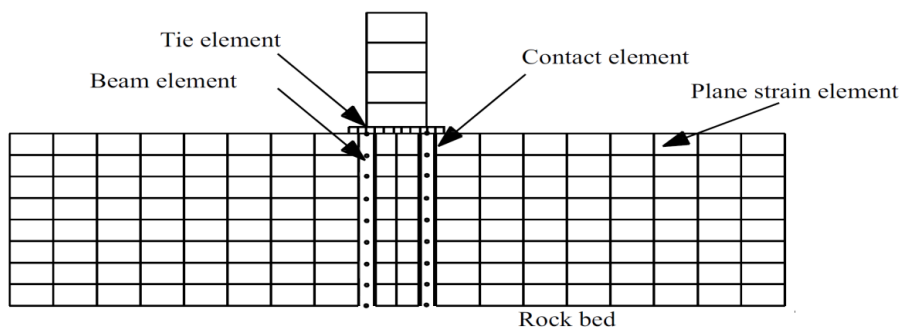
برای ممان خمشی به دست می‌آید. مجموع این تاریخچه‌های زمانی در نهایت ممان خمشی کل در

مقطع A را به دست می‌دهد.

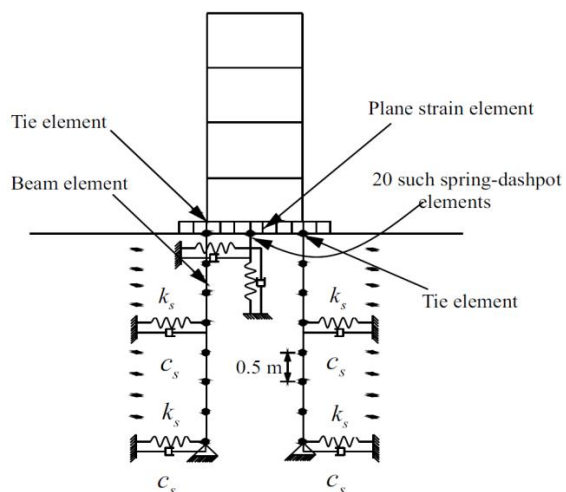
۱۰-۴- روش فنر معادل برای تحلیل لرزه‌ای شمع‌ها

در این روش همان گونه که در شکل (۱۰-۴) نشان داده شده است، خاک با فنر و میراگرهایی جایگزین می‌شود. برای این حالت قطعات شمع که بین دو فنر قرار می‌گیرند به صورت المان تیر مدل سازی می‌شوند و ماتریس سختی کل سیستم مطابق با درجات آزادی دینامیکی مشابه روش قبل به دست می‌آید. با فرض میرایی رایلی، ماتریس میرایی از ماتریس‌های جرم و سختی محاسبه می‌شود. ضرایب میراگر نیز به درایه‌های قطری ماتریس میرایی اضافه می‌شوند و کل سیستم یعنی سازه فوقانی به همراه شمع‌ها، فنرها و میراگرها برای تحریک زمین که بر سطح پی اعمال می‌شوند تحلیل می‌گردد.

تحلیل مسئله ممکن است به روش انتگرال‌گیری مستقیم در حوزه زمان انجام پذیرد. با توجه به ساده بودن روش تحلیل و کاهش درجات آزادی سیستم نسبت به روش المان محدود مستقیم این روش تحلیل در بسیاری از موارد ارجحیت دارد. علاوه بر آن ویژگی‌های غیرخطی خاک را می‌توان به راحتی با جایگزین نمودن فنرهای غیرخطی به جای فنرهای خطی در مسئله دخیل کرد. به این ترتیب رفتار نیرو- تغییر مکان خاک با دقت خوبی نسبت به واقعیت مدل‌سازی می‌شود. در این صورت لازم است تحلیل غیرخطی دینامیکی برای کل سیستم انجام بگیرد.



شکل (۱۰-۵): مدل‌سازی هم‌زمان خاک-شمع-سازه (Datta, 2010)



شکل (۱۰-۶): جایگزینی خاک با فنر و میراگر (Datta, 2010)

برای به دست آوردن ضرایب غیر وابسته به فرکانس فنر و میراگرها می توان از روابط زیر که برای سازه های زیرزمینی نیز کاربرد دارد، استفاده نمود.

$$K_s = \rho \times V_s^2 \times S_u \times l \quad (۳-۱۰)$$

$$C_s = \rho \times V_s \times \bar{S}_u \times r \times l \quad (۴-۱۰)$$

که در آن:

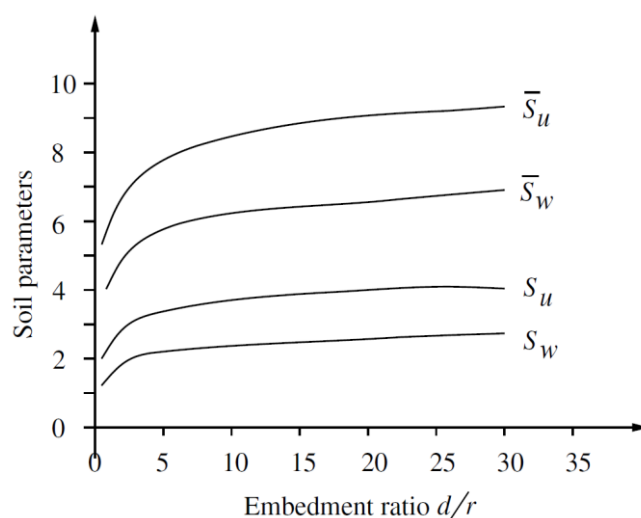
Γ : شعاع شمع

ρ و V_s : چگالی و سرعت موج برشی خاک اطراف شمع

l : چشمه باربر یک فنر (فاصله بین دو فنر)

S_u و \bar{S}_u : پارامترهایی هستند که بر حسب نسبت d/r از منحنی (۷-۱۰) به دست می‌آیند.

d : برای هر فنر برابر فاصله همان فنر از سطح زمین است.



شکل (۷-۱۰): ضرایب غیر وابسته به فرکانس برای فنر و میراگر (Datta, 2010)

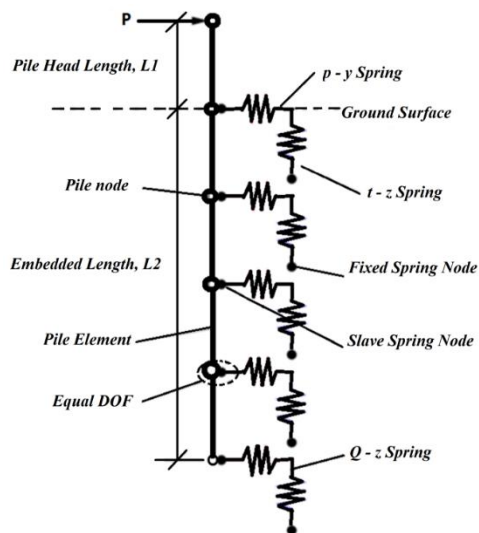
ضرایب فنر و میراگر برای سر شمع و یا کلاهک را می‌توان از روابط بیان شده در فصل فنر معادل نیز به دست آورد و سپس مقادیر حاصل را بین تعداد فنرها تقسیم نمود و یا اینکه پی را به نوارهایی با عرض ۱ متر تبدیل نمود و برای هر نوار ضرایب سختی و میرایی را به طور مستقل محاسبه نمود. روش‌های دیگری برای محاسبه سختی و میرایی خاک اطراف شمع توسط محققان ارائه شده است که در این جا برای رعایت اختصار بیان نشده اند. علاقه‌مندان برای کسب اطلاعات بیشتر می‌توانند به مراجع Novak (1974) و Dobry and Gazetas (1988) و هم‌چنین Taherzadeh et al. (2002) مراجعه نمایند.

۱۰-۵- تحلیل شمع بر اساس سختی مماسی و جانبی خاک (منحنی‌های P-y و

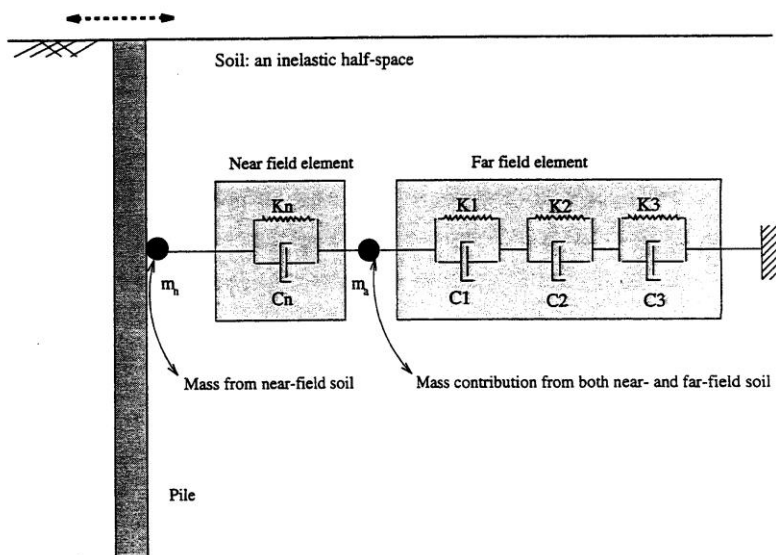
(t-z)

در مسائل مقدماتی مهندسی پی و طراحی شمع‌ها ظرفیت باربری محوری و جانبی شمع به صورت غیرهم‌بسته و مستقل از هم تحلیل می‌شود. با این حال در یک تحلیل دقیق لازم است سختی مماسی (محوری) و سختی جانبی (عمود بر محور شمع) هر دو مورد نظر قرار گیرند. در منحنی‌های P-y که در بخش‌های قبلی این نوشتار معرفی گردید، فقط سختی جانبی خاک مورد نظر بود. در شکل (۱۰-۸) مدل اجزاء مجزاء برای یک شمع نشان داده شده است که در آن فنرهای مماسی تحت عنوان فنر t-z و فنرهای نرمال تحت عنوان فنر P-y دیده می‌شوند. در شکل‌های (۱۰-۹) و (۱۰-۱۰) مدل اجزاء مجزاء پیشنهادی توسط Kofer and Modak (1997) برای ارتعاش جانبی و محوری شمع ارائه شده است. جزئیات پارامترهای این مدل که حاصل یک پروژه تحقیقاتی در آمریکا است را می‌توان از مرجع یادشده مطالعه کرد.

در مورد باربری نوک شمع که رفتار متفاوتی نسبت به جداره شمع دارد، فنر انتهایی تحت عنوان فنر Q-z نام‌گذاری می‌شود. در چند دهه اخیر محققین تلاش کرده‌اند روابط مناسبی برای فنرهای یادشده ارائه دهند. برخی برای سختی این فنرها روابط خطی و برخی دیگر روابط غیرخطی توصیه کرده‌اند که از جمله آنها می‌توان به مطالعات Yan (1992) and Byrne و Allotey and Foschi (2005) و همچنین مطالعات Zhang and Zhang (2012) اشاره کرد.

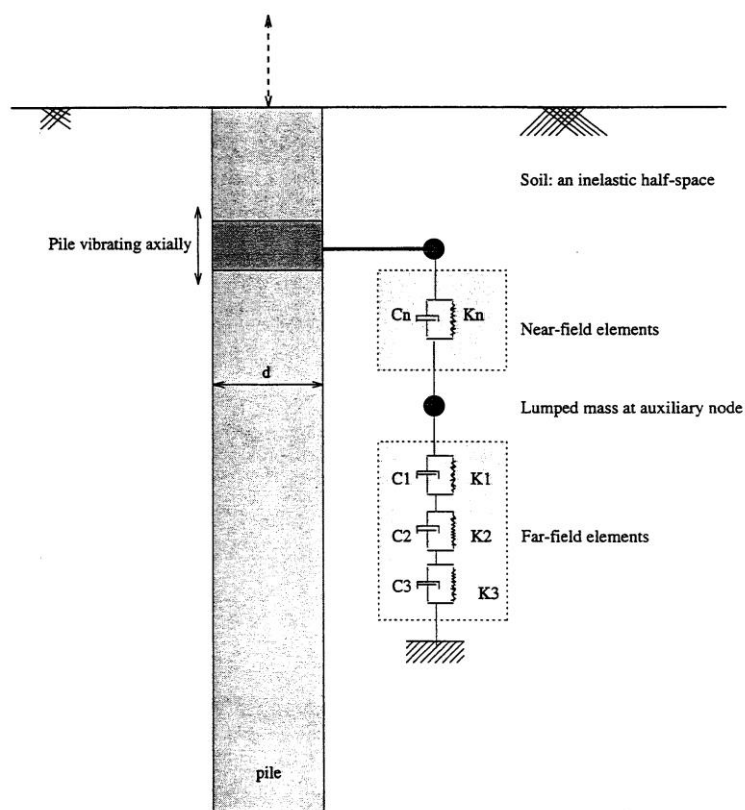


شکل (۸-۱۰) مدل اجزاء مجزاء برای یک شمع با فنرهای $P-y$ و $t-z$ و $Q-z$



شکل (۹-۱۰) مدل اجزاء مجزاء پیشنهادی توسط **Kofer and Modak (1997)** برای ارتعاش جانبی تک

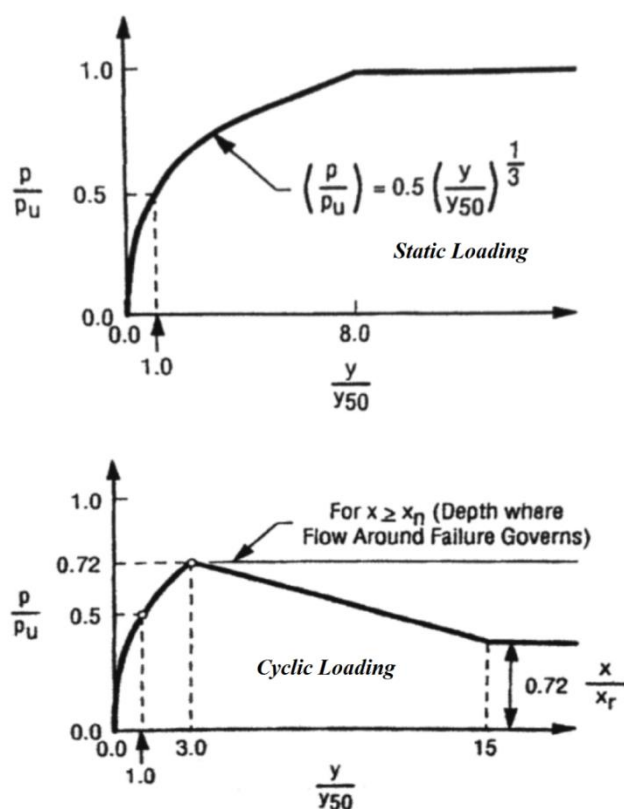
شمع



شکل (۱۰-۱۰): مدل اجزاء مجزا پیشنهادی توسط **Kofer and Modak (1997)** برای ارتعاش محوری تک شمع

از ابتدای نیمه دوم قرن بیستم موضوع ارائه منحنی‌های $P-y$ برای برآورد تغییر شکل جانبی شمع‌ها مورد توجه محققین بوده است. در شکل (۱۰-۱۱) نمونه‌ای از منحنی‌های ارائه شده توسط **Matlock (1970)** برای مدل‌سازی حرکت جانبی رس‌ها نشان داده شده است. منحنی بالایی برای بارگذاری استاتیکی و منحنی پایینی برای بارگذاری سیکلیک ارائه شده است. در سال‌های اخیر نیز منحنی‌های

کامل تری توسط برخی محققین ارائه شده است که خوانندگان برای آگاهی بیشتر از این منحنی‌ها می‌تواند به گزارش تحقیقاتی Kramer (1988) و یا به پایان‌نامه Huang (2011) مراجعه نمایند.

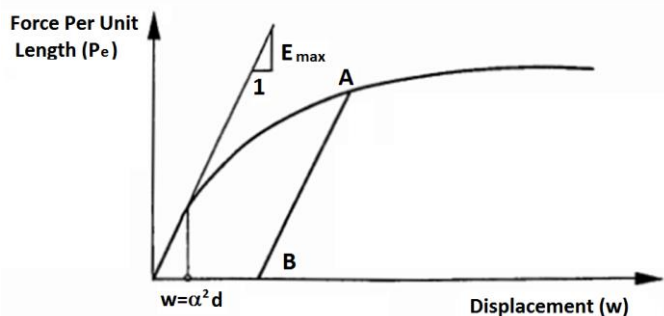


شکل (۱۱-۱۰): منحنی‌های $P-y$ پیشنهاد شده برای خاک‌های رسی توسط Matlock (1970) در

بارگذاری استاتیک و سیکلیک

(Allotey and Foschi (2005) تلاش کرده‌اند بر اساس نتایج تجربی مدلی هم‌بسته (Coupled)

برای خاک‌های بدون چسبندگی ارائه نمایند. منحنی P-y پیشنهادی این محققان در شکل (۱۰-۱۲) نشان داده شده است. همچنین منحنی t-z که رابطه بین نیروی مماسی و نشست شمع را نشان می‌دهد در شکل (۱۰-۱۳) ارائه شده است. نیروی مماسی در یک تحلیل دو بعدی در هر دو طرف شمع قرار می‌گیرد.



شکل (۱۰-۱۲): رابطه بین نیروی جانبی (عمود بر محور شمع) و تغییر مکان جانبی در پیشنهاد Allotey and Foschi (2005)

شکل ریاضی رابطه (Allotey and Foschi (2005) برای ارتعاش جانبی شمع به صورت زیر

است:

$$P_e(w) = \begin{cases} E_{max} w, & \text{if } w \leq \alpha \left(\frac{1}{1-\beta}\right) d \\ E_{max} \alpha d \left(\frac{w}{d}\right)^\beta, & \text{if } w > \alpha \left(\frac{1}{1-\beta}\right) d \end{cases} \quad (5-10)$$

در این رابطه d قطر شمع، w تغییر مکان جانبی و α پارامتری وابسته به میزان دانسیته نسبی خاک

است که به صورت $\alpha = 0.5(D_r)^{0.8}$ تعریف می‌شود. همچنین β پارامتر مدل است که مقدار

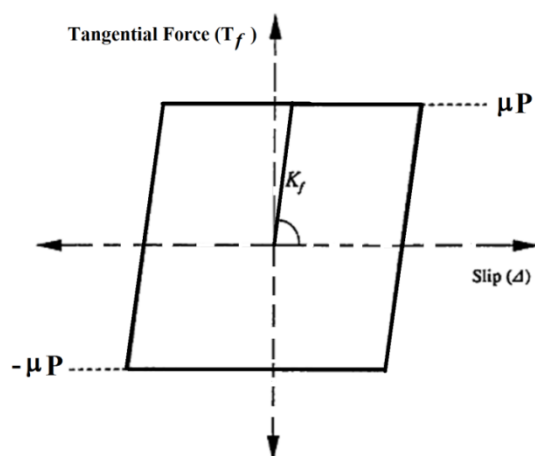
پیشنهادی آن ۰/۵ است. E_{max} حداکثر مقدار مدول الاستیسیته خاک است که نحوه محاسبه آن در

شکل (۱۰-۱۲) نشان داده شده است. در این مدل، باربرداری به صورت خطی و به موازات خط مدول یادشده انجام می‌شود.

رابطه بین نیروی مماسی در برابر تغییر مکان مماس بر طول شمع (لغزش) در ساده‌ترین حالت خطی است و شیب این خط (K_f) معادل سختی مماسی است که به ازای خاکهای مختلف برای آن مقادیری پیشنهاد شده است. با این حال اغلب تلاش می‌شود که از یک مدل الاستوپلاستیک کامل به صورت شکل (۱۰-۱۳) استفاده شود. بر این اساس برای یک بارگذاری سیکلیک تابع ریاضی نیرو بر حسب جابجایی به صورت زیر خواهد بود:

$$T_f(\Delta) = \left\{ \begin{array}{ll} T_{f0} + K_f(\Delta - \Delta_0) & \text{if } -\mu P \leq T_f \leq \mu P \\ \mu P & \text{if } T_f > \mu P \\ -\mu P & \text{if } T_f < -\mu P \end{array} \right\} \quad (6-10)$$

در رابطه بالا T_f نیروی مماسی بر شمع، Δ تغییر مکان در راستای طول شمع است. همچنین Δ_0 تغییر مکان اولیه در شمع به ازای نیروی اولیه T_{f0} است. μP مقداری از نیرو است که به ازای آن رفتار اصطکاکی شمع از حالت الاستیک خارج شده و وارده محدوده پلاستیک کامل می‌شود. در کتاب پایه مهندسی پی مقدار این نیرو به طور معمول معادل $K \sigma'_v \tan \delta$ فرض می‌شود که در آن K ضریب فشار جانبی، σ'_v تنش موثر قائم، δ زاویه اصطکاک بین شمع و خاک و $\mu = \tan \delta$ است.



شکل (۱۰-۱۳): رابطه بین نیروی مماس بر محور شمع و تغییر مکان محوری در مدل الاستوپلاستیک کامل

۱۰-۶- منحنی‌های پیشنهادی برای فنر انتهای شمع

Zhang and Zhang (2012) یک مدل دوخطی مطابق شکل (۱۰-۱۴) برای رابطه بین باربری

نوک شمع (τ_b) و نشست در انتهای شمع (w_b) که به نوعی بیانگر منحنی Q-Z است، ارائه کردند.

این مدل دارای سه پارامتر k_1 و k_2 و S_{bu} است که از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$k_1 = \frac{4G_{sb}}{\pi r_0(1-\nu_b)} \quad (7-10)$$

$$k_2 = \frac{k_t}{1 - (k_t L / E_p A_p)} \quad (8-10)$$

در این روابط G_{sb} و ν_b به ترتیب مدول برشی و نسبت پواسون برای خاکی هستند که انتهای

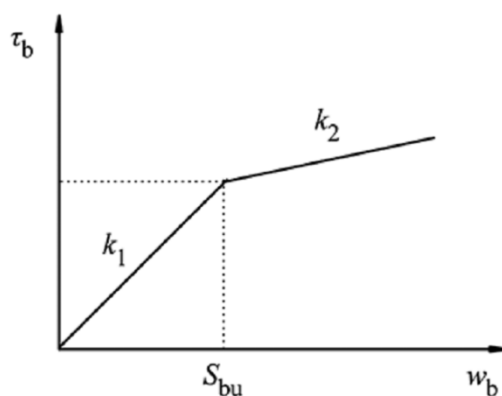
شمع بر آن قرارگرفته است. همچنین A_p و L و E_p به ترتیب سطح مقطع، طول و مدول الاستیسیته

شمع هستند. همچنین k_t از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$k_t = \frac{\Delta P_t}{\Delta w_t} \quad (9-10)$$

که در آن نشست سرشمع به ازای افزایش در بار محوری سرشمع به میزان ΔP_t است. البته این افزایش بار پس از وقوع نشست حدی در انتهای شمع (S_{bu}) اندازه‌گیری خواهد شد. S_{bu} مقداری از نشست در انتهای شمع است که به ازای آن شیب نشست در این نقطه از شمع کاهش می‌یابد و به عبارت دیگر رفتار خاک از حالت الاستیک خارج شده و به محدوده سخت‌شوندگی وارد می‌شود. این پارامتر از طریق تحلیل برگشتی داده‌های صحرایی آزمایش بارگذاری شمع به دست می‌آید و روش کار توسط Zhang and Zhang (2012) بیان شده است. با این حال بررسی‌های تجربی نشان می‌دهد که مقدار این مشخصه برای خاکهای مختلف بین ۱/۲ تا ۸/۳ میلی‌متر در تغییر است.

این محققین برای مقاومت جدار شمع نیز یک مدل غیرخطی ارائه کرده‌اند که می‌تواند خاصیت نرم‌شوندگی (Sotening) خاک در تغییرشکل‌های بالا را مدل‌سازی کند. برای مطالعه جزئیات این مدل به مرجع مراجعه شود.



شکل (۱۰-۱۴): مدل الاستوپلاستیک پیشنهادی برای فنر انتهای شمع توسط Zhang and Zhang (2012)

۷-۱۰- محاسبه ضرایب سختی فنرها به روش نیرو- تغییر مکان بر اساس API

(2000) API فرآیندی کاربردی برای محاسبه سختی فنر در تحلیل شمع‌ها ارائه کرده است. در این روش فقط فنرها مورد توجه هستند و اثر میرایی مورد بحث نیست. در روش فنر معادل (منحنی شکل ۷-۱۰) سختی فنرها در اعماق مختلف، متفاوت بود. به عبارت دیگر از اثر بار اعمال شده در هر عمق بر سختی چشم پوشی شده و سختی معادل خاک به صورت خطی تخمین زده شده است. در روش API سختی فنر نه تنها با عمق، بلکه با تغییر میزان بار اعمال شده در هر عمق نیز تغییر می‌کند. در حقیقت برای هر عمق سختی خاک به صورت غیرخطی معادل سازی می‌شود.

برای این منظور منحنی بار در برابر تغییر مکان، که در واقع شیب آن همان سختی مورد نظر است، ترسیم می‌گردد. محور قائم این منحنی P یا همان مقاومت خاک و محور افقی آن تغییر شکل خاک y است. برای آن که بتوان چنین نموداری را رسم نمود، ابتدا باید نوع خاک را تعیین کرد و سپس بر اساس نوع خاک حداکثر ظرفیت باربری P_u را تعیین نمود. آنگاه بر حسب مقادیر P/p_u نسبت‌های y/y_c را از جداول ارائه شده در API استخراج و در نهایت منحنی $P-y$ را رسم شود. روند این فرآیند در ادامه به تفصیل بیان می‌شود.

الف) محاسبه ظرفیت باربری جانبی برای رس نرم

مقاومت نهایی برای رس نرم در شرایط بارگذاری استاتیکی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$8C_u < P_u < 12C_u \quad (10-10)$$

همچنین برای بارهای سیکلیک داریم:

$$P_u = 3C_u + \gamma X + J \frac{C_u \cdot X}{D} \quad X < X_R \quad (11-10)$$

$$P_u = 9C_u \quad X \geq X_R \quad (12-10)$$

P_u : مقاومت نهایی (kPa)

C_u : چسبندگی زهکشی نشده (kPa)

D : قطر شمع (mm)

γ : وزن مخصوص مؤثر خاک (MN/m^3)

J : پارامتر ثابت تجربی بدون بعد که مقدار آن بین ۰/۲۵ تا ۰/۵ است و از آزمایش‌های صحرایی

به دست می‌آید. به طور مثال مقدار ۰/۵ برای رس‌های مکزیکی توصیه شده است.

X : عمق نقطه مورد بررسی (mm)

X_R : عمق نقطه مورد بررسی تا انتهای ناحیه کاهش مقاومت بر حسب میلی‌متر. در شرایط ثابت

بودن مقاومت نسبت به عمق، با مساوی قرار دادن معادلات (۱۱-۱۰) و (۱۲-۱۰) خواهیم داشت:

$$X_R = \frac{6D}{\frac{\gamma D}{C_u} + J} \quad (13-10)$$

در واقع رسم معادلات (۱۱-۱۰) و (۱۲-۱۰) نسبت به عمق و انتخاب اولین نقطه تلاقی آن‌ها

به عنوان منطقه کاهش مقاومت، مقدار X_R را به دست می‌دهد. در هر حال کمترین مقدار برای X_R

معادل ۲/۵ برابر قطر شمع است.

ب) ترسیم منحنی بار- تغییرشکل ($P - y$) برای رس نرم

روابط بار - تغییرشکل جانبی خاک، برای شمع‌های واقع در خاک رس نرم در حالت کلی غیرخطی است. منحنی‌های $P-y$ در حالت بارگذاری کوتاه مدت استاتیکی از جدول زیر قابل استخراج هستند.

جدول (۱۰-۱): رابطه بین نسبت بار به نسبت تغییرمکان در رس نرم با بارگذاری استاتیکی (API,

2000)

P / P_u	صفر	۰/۵	۰/۷۲	۱	۱
y / y_c	صفر	۱	۳	۸	∞

که در آن:

P_u : باربری نهایی (kPa) و P : بار موجود (kPa)

y : تغییرشکل جانبی واقعی (mm)

y_c : تغییرمکان برحسب میلی‌متر در حالت ($\sigma = 0.5\sigma_{max}$) که برابر $2.5\varepsilon_c D$ منظور می-

شود.

ε_c : کرنش معادل نصف تنش نهایی ($\sigma_{max}/2$)، که از منحنی تنش - کرنش آزمایشگاهی

خاک در شرایط زهکشی نشده برای نمونه‌های دست نخورده به دست می‌آید.

برای شرایط بارگذاری سیکلیک جدول (۱۰-۱) به صورت زیر خواهد بود:

جدول (۱۰-۲): رابطه بین نسبت بار به نسبت تغییر مکان در رس نرم با بارگذاری سیکلیک (API,

2000)

P/P_u	صفر	۰/۵	۰/۷۲	بزرگتر از ۰/۷۲
y/y_c	صفر	۱	۳	∞

ج) محاسبه ظرفیت باربری جانبی برای رس سخت

در شرایط بارگذاری جانبی استاتیکی ظرفیت باربری نهایی P_u برای رس سخت بیش از ۹۶ کیلوپاسکال است. در حالت دینامیکی رس‌های سخت به سرعت بخش زیادی از ظرفیت باربری خود را از دست می‌دهند که در این شرایط باید با قضاوت مهندسی مقدار کمتری برای P_u در نظر گرفت.

د) ترسیم منحنی بار- تغییر شکل ($P - \gamma$) برای رس سخت

با این‌که رابطه تنش- کرنش برای رس‌های سخت هم غیرخطی است، اما به طور معمول رفتار بسیار شکننده‌تری نسبت به رس‌های نرم دارند. بنابراین در ایجاد نمودارهای تنش - کرنش و همچنین منحنی‌های $P-Y$ باید با قضاوت مهندسی ضریبی برای کاهش ناگهانی ظرفیت باربری در نظر گرفت.

ه) محاسبه ظرفیت باربری جانبی برای ماسه

ظرفیت باربری جانبی نهایی برای ماسه در حالت باربری سطحی و باربری عمقی به ترتیب با استفاده از معادلات (۱۴-۱۰) و (۱۵-۱۰) تعیین می‌گردد. البته برای یک عمق مشخص رابطه‌ای که کوچکترین مقدار را می‌دهد باید به عنوان ظرفیت باربری جانبی نهایی استفاده شود.

$$P_{us} = (C_1 H) + (C_2 D)(\gamma H) \quad (14-10)$$

$$P_{ud} = C_3 D \gamma H \quad (15-10)$$

$$P_u = \min(P_{us} \text{ و } P_{ud}) \quad (16-10)$$

P_{us} : مقاومت نهایی با دیمانسیون نیرو بر واحد طول (kN/m) برای باربری سطحی

P_{ud} : مقاومت نهایی با دیمانسیون نیرو بر واحد طول (kN/m) برای باربری‌های عمقی

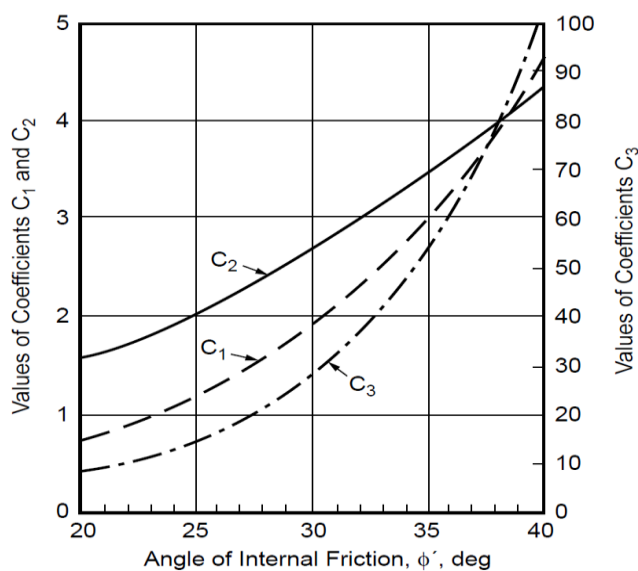
γ : وزن مخصوص مؤثر خاک ($\frac{kN}{m^3}$)

H: عمق (mm)

ϕ' : زاویه اصطکاک داخلی خاک، (درجه)

C_1 و C_2 و C_3 : ضرایب هستند وابسته به ϕ' که از نمودار شکل (۱۵-۱۰) به دست می‌آیند.

D: قطر متوسط شمع از سطح تا عمق (mm)



شکل (۱۵-۱۰): ضرایب تابع زاویه اصطکاک داخلی خاک (API, 2000)

و) ترسیم منحنی بار- تغییرشکل $(P - y)$ برای ماسه

روابط مقاومت - تغییرشکل جانبی خاک برای ماسه هم غیرخطی است و در صورت عدم وجود اطلاعات صحرائی، می‌توان برای هر عمق مشخص به صورت تخمینی از رابطه زیر مقدار آن را به دست آید:

$$P = (AP_u) \tanh \left[\frac{k \times H}{A \times P_u} y \right] \quad (17-10)$$

که در آن:

A : پارامتر مشخص کننده حالت بارگذاری

برای بارگذاری سیکلیک (دینامیکی): $A = 0.9$

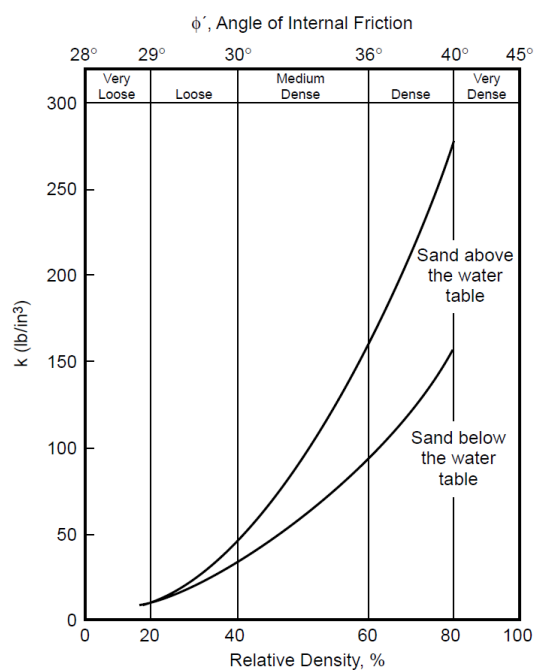
برای بارگذاری استاتیکی: $A = (3 - 0.8 H/D) \geq 0.9$

P_u : حداکثر ظرفیت باربری جانبی در عمق H برحسب kN/m

k : مدول اولیه عکس العمل بستر که از شکل (۱۰-۱۶) به صورت تابعی از زاویه اصطکاک داخلی به دست می‌آید.

y : تغییرشکل جانبی (mm)

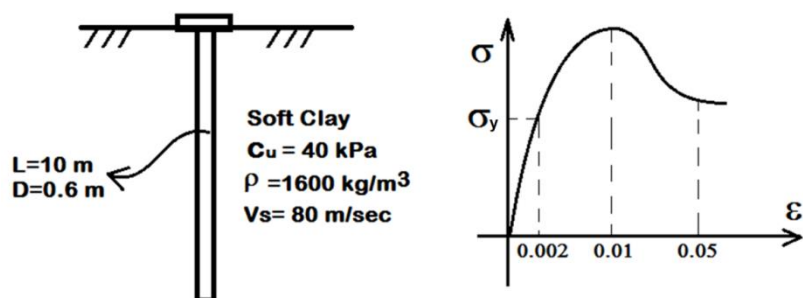
H : عمق (mm)



شکل (۱۰-۱۶): مدول اولیه عکس العمل بستر بر حسب زاویه اصطکاک داخلی (API, 2000)

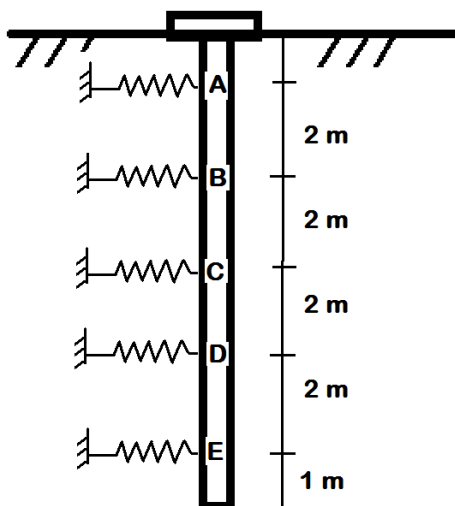
مسئله (۱۰-۱): برای لایه خاک شکل زیر ضریب سختی فنرها را برای تحلیل تحت بار سیکلیک

محاسبه نمایید. منحنی تنش-کرنش آزمایشگاهی این خاک در سمت راست شکل داده شده است.



مسئله را یک بار با روش $p-y$ و یک بار با روش فنر معادل حل کنید.

الف) حل مسئله (۱۰-۱) به روش API: ابتدا برای این شمع فنرهایی مطابق شکل زیر در نظر گرفته می‌شود. حال در قدم اول مسئله بر اساس روش API حل می‌شود. در این جا ۵ فنر در نظر گرفته شده است. اولین فنر یک متر از سطح زمین فاصله دارد.



از نمودار مطالعات آزمایشگاهی داریم که $J=0.4$ و کرنش در نصف تنش حداکثر (ϵ_c)، برابر دو هزارم است.

• قدم اول: محاسبه P_u در حالت سیکلیک:

$$P_u = 9C_u \quad X \geq X_R$$

$$P_u = \left\{ 3C_u + \gamma X + J \frac{C_u X}{D} \right\} \quad X < X_R$$

$$X_R = \frac{6D}{\frac{\gamma D}{c_u} + J} = \frac{3600}{\frac{0.016 \times 600}{40} + 0.4} = 5625 \text{ mm} > 2.5D \quad OK$$

- for A: $X = 1000 \text{ mm}$
 $\{(P_u)_A = 3 \times 40 + 0.016 \times 1000 + 0.4 \times \left(\frac{40 \times 1000}{600}\right) = 162.67 \text{ kPa}$
- for B: $X = 3000 \text{ mm}$
 $\{(P_u)_B = 3 \times 40 + 0.016 \times 3000 + 0.4 \times \left(\frac{40 \times 3000}{600}\right) = 248 \text{ kPa}$
- for C: $X = 5000 \text{ mm}$
 $\{(P_u)_C = 3 \times 40 + 0.016 \times 5000 + 0.4 \times \left(\frac{40 \times 5000}{600}\right) = 333.3 \text{ kPa}$
- for D and E: $X = 7000, 9000 \text{ mm} \quad X \geq X_R$
 $(P_u)_{D,E} = 9c_u = 9 \times 40 = 360 \text{ kPa}$

• قدم دوم: محاسبه رابطه $p-y$ از جدول:

$$Y_C = 2.5D\varepsilon_c = 2.5 \times 600 \times 0.002 = 3 \text{ mm}$$

$$\text{برای هر نقطه: } \frac{P/P_U}{Y/Y_C} \begin{array}{cccc} 0 & 0.5 & 0.72 & >0.72 \\ 0 & 1 & 3 & \infty \end{array}$$

قدم سوم: محاسبه سختی فنرها:

سختی فنرها از تقسیم P بر Y به دست خواهد آمد. به عنوان مثال برای ستون دوم از نقطه D

داریم:

$$\frac{P/P_U}{Y/Y_C} = \frac{0.5}{1} = 0.5$$

$$\frac{P}{Y} = \frac{0.5(P_U)}{Y_C} = 6 \times 10^7 \text{ N/m}^3$$

به همین ترتیب برای سایر ستونهای نقطه D و همچنین برای سایر نقاط خواهیم داشت :

$\frac{P}{P_U}$	0	0.5	0.72	>0.72	نقطه A :
$K=\frac{P}{Y}$	-	2.7×10^7	1.3×10^7	0	

$\frac{P}{P_U}$	0	0.5	0.72	>0.72	نقطه B :
$K=\frac{P}{Y}$	-	4.13×10^7	1.98×10^7	0	

$\frac{P}{P_U}$	0	0.5	0.72	>0.72	نقطه C :
$K=\frac{P}{Y}$	-	5.55×10^7	2.67×10^7	0	

$\frac{P}{P_U}$	0	0.5	0.72	>0.72	نقاط E , D :
$K=\frac{P}{Y}$	-	6×10^7	2.88×10^7	0	

ب) حل مسئله (۱۰-۱) به روش فنر معادل :

بر اساس رابطه (۱۰-۳) داریم:

$$K_S = \rho V_S^2 \cdot S_U \cdot \ell$$

با استفاده از نمودار ارائه شده در بخش مربوطه مقادیر S_U برای هر فنر به دست می‌آید و در

نتیجه K_S هر فنر قابل محاسبه است. با توجه به این که در روش فنر معادل سختی فنرها در هر عمق

به صورت خطی و ثابت محاسبه می‌شود، در نتیجه برای هر عمق یک سختی خواهیم داشت.

نقاط	A	B	C	D	E
K	5.94×10^7	6.5×10^7	6.8×10^7	7.17×10^7	6.96×10^7

دقت شود که واحد سختی حاصل از روش فنر معادل $\frac{N}{m}$ است، ولی روابط روش آیین‌نامه API

سختی را بر واحد سطح با واحد $\frac{N}{m^3}$ به دست می‌دهند. بنابراین لازم است نتایج روش آیین‌نامه

API در سطح باربر هر فنر (قطر شمع ضربدر فاصله بین دو فنر) ضرب شوند. به عنوان نمونه سختی فنر در ستون دوم نقطه D به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

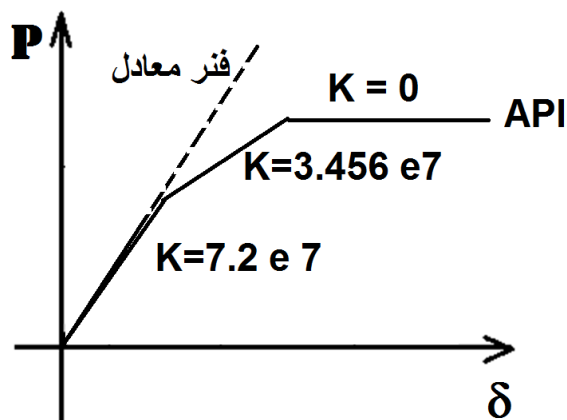
$$k = 6 \times 10^7 \frac{N}{m^3} \Rightarrow K = k(0.6 \times 2) = 7.2 \times 10^7 \frac{N}{m}$$

مقاسیه نتایج این روش با نتایج روش $P-Y$ نشان می‌دهد که آیین‌نامه API در جهت اطمینان عمل کرده و سختی کمتری برای سطح تنش بالا به دست داده است. به طور مثال برای نقطه D داریم:

$$0 < K < 7.2 \times 10^7 \text{ N/m} \quad \text{API}$$

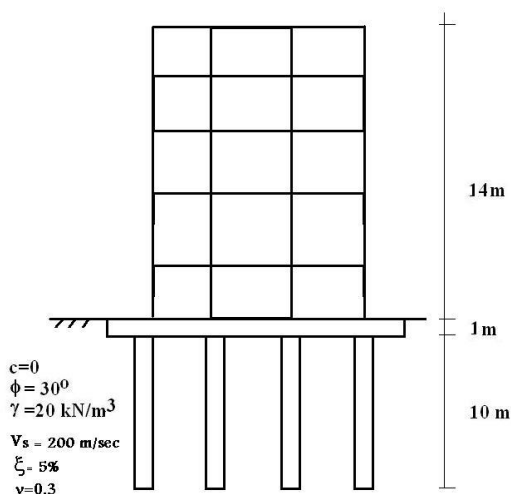
$$K = 7.17 \times 10^7 \text{ N/m} \quad \text{فنر معادل}$$

در شکل زیر منحنی رفتار خاک در نقطه D از شمع مورد نظر بر اساس هر دو راهکار ارائه شده است. همان‌گونه که دیده می‌شود، راهکار API برای خاک رفتار چندخطی را پیشنهاد کرده است.



مسائل حل نشده فصل دهم:

۱. برای سیستم شمع- سازه شکل مقابل مدل فنر معادل را ارائه کنید. پی ساختمان درجه آزادی افق و دورانی دارد.

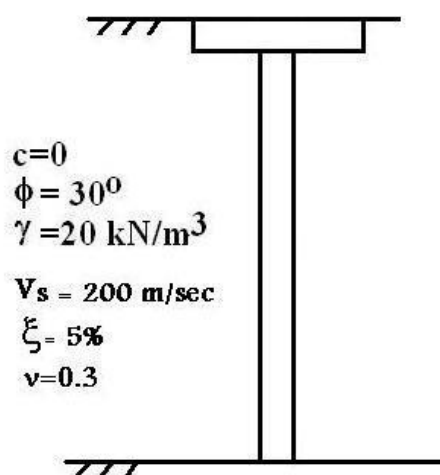


پی مربعی به ابعاد ۲۰ متر است و بر روی ۱۶ شمع بتنی قرار گرفته است. شمع‌ها به قطر ۸۰ سانتی‌متر و با فاصله مرکز تا مرکز ۵ متر قرار گرفته‌اند. برای محاسبه سختی و میرایی خاک در اطراف شمع‌ها از روش بیان شده در کتاب Datta(2010)

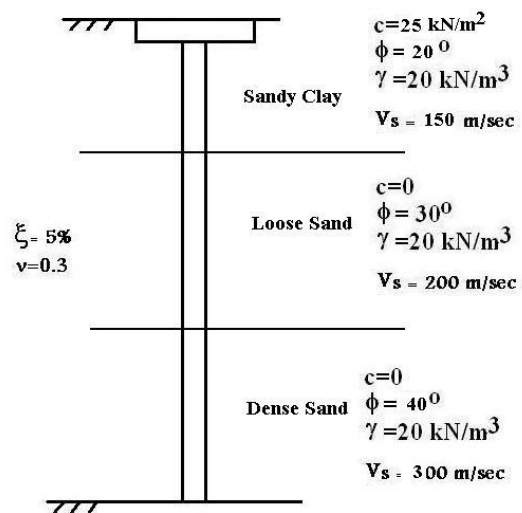
استفاده کنید.

۲. با استفاده از معادله دیفرانسیل تیر بر بستر الاستیک دینامیکی (فصل چهارم ، بند ۲-۴)، برای تک شمع به طول ۲۰ متر و قطر یک متر منحنی تغییر مکان بر حسب زمان را به دست آورید. برای این منظور پس از نوشتن معادله و شرایط مرزی از نرم‌افزار MatLab و

یا Maple برای حل استفاده کنید. تحریک ورودی یک تغییرمکان با دامنه ۰/۱ متر است که به صورت موج سینوسی بر انتهای شمع اعمال می‌شود.



۳. با استفاده از منحنی‌های P-y که توسط API برای تحلیل شمع‌ها ارائه شده است، مدل شمع-فنر را برای شمع بتنی شکل زیر ارائه کنید. قطر شمع ۰/۸ متر و ضخامت لایه اول ۴ متر است. لایه‌های بعدی هر یک شش متر طول دارند.



فصل یازدهم

تحلیل لرزه‌های سازه‌های زیرزمینی

۱۱-۱- مقدمه

در سال‌های اخیر ساخت سازه‌های زیرزمینی با سرعت قابل ملاحظه‌ای گسترش یافته است. بر همین اساس تحلیل لرزه‌ای این سازه‌ها در کانون توجه محققین قرار گرفته است. به طور کلی می‌توان گفت که سازه‌های زیرزمینی در مقابل زلزله مقاوم‌تر از سازه‌های روزمینی هستند و به طور معمول بارگذاری زلزله برای این گونه سازه‌ها بحرانی‌ترین بار نیست. با این حال در پاره‌ای موارد خاص ممکن است پاسخ لرزه‌ای سازه‌های زیرزمینی شرایط بحرانی‌تری را برای این سیستم‌ها ایجاد نماید. برخی از این موارد خاص در زیر مورد اشاره واقع شده است:

۱. تونل‌هایی که با گسل فعال تلاقی دارند.
۲. تونل‌هایی که در محدوده نزدیک به چشمه لرزه‌زا^۱ هستند.
۳. سازه‌های زیرزمینی که به صورت کند و پوش^۲ در نزدیکی سطح زمین اجرا شده‌اند.
۴. تونل‌هایی که در زمین نرم اجرا می‌گردند.
۵. تونل‌هایی که در محیط‌های مستعد روانگرایی قرار دارند.
۶. تونل‌هایی که در واریزه‌ها و توده‌های مستعد لغزش اجرا می‌شوند.

در این فصل مفاهیم اولیه تحلیل سازه‌های زیرزمینی بیان شده و سپس بر اساس روش‌های مبتنی بر فنر معادل راهکارهای ساده برای برآورد پاسخ تونل‌ها به بارگذاری لرزه‌ای بیان می‌شود.

۱-Near Field

۲- Cut and Cover

۱۱-۲- جایگاه تحلیل لرزه‌ای در فرآیند طراحی سازه‌های زیرزمینی

طراحی سازه‌های زیرزمینی به مقدار زیادی وابسته به نحوه اجرای این سازه‌ها است. انتخاب روش بهینه اجرا نیز وابسته به عوامل متعددی از جمله مشخصات مکانیکی خاک و یا سنگ ساختگاه است. در مجموع مراحل طراحی یک تونل را می‌توان به صورت زیر خلاصه نمود:

۱. مطالعات پایه شامل مطالعات نقشه برداری، زمین شناسی، ترافیک، هیدرولیک و لرزه‌خیزی
۲. مطالعات مکانیک سنگ و خاک (حفاری گمانه، درزه نگاری صحرائی، آزمایش‌های آزمایشگاهی و برجا)
۳. طراحی هندسی مقطع تونل با توجه به کاربری
۴. طراحی سیستم نگهدارنده موقت (راک بولت، شاتکریت، استیل ریب، ..) بر مبنای طبقه-بندی‌های تجربی و تدقیق طراحی با نرم افزار
۵. تحلیل ساختاری گوه‌های مستعد لغزش در سردر ورودی و خروجی و شیروانی‌های تونل
۶. محاسبه ضریب اطمینان پایداری شیروانی‌ها و سردرها در برابر بار لرزه‌ای به روش شبه استاتیکی
۷. طراحی پوشش دائمی تونل در حالت استاتیکی بر اساس تنش‌های ناشی از سربار (تحلیل تنش-کرنش)
۸. کنترل طراحی پوشش دائمی تونل در حالت لرزه‌ای بر اساس تغییرهای ناشی از زلزله
۹. انتخاب روش و تجهیزات مناسب برای اجرای تونل و هم‌چنین تعیین مراحل حفاری
۱۰. طراحی سیستم‌های فرعی تونل شامل شبکه ابزار دقیق، تهویه، روشنایی، سیستم زهکشی و موارد دیگر

همان‌گونه که دیده می‌شود، برخلاف طراحی ساختمان‌ها در طراحی تونل‌ها نقش بارگذاری لرزه‌ای یک نقش کلیدی نیست و به عنوان یک کنترل برای طراحی پوشش مطرح است. در هر صورت بند هشتم از موارد بالا مرتبط با مبحث تحلیل لرزه‌ای تونل است و چون همواره تونل در محیط سنگ و یا خاک اجرا می‌گردد، لازم است اندرکنش خاک و سازه مورد توجه باشد. در ادامه مبحث مذکور با جزئیات بیشتری مورد بحث واقع می‌شود.

۱۱-۳- مفاهیم اولیه در طراحی لرزه‌ای تونل‌ها و فضاهای زیرزمینی

در دو دهه اخیر محققین زیادی تلاش کرده‌اند مسئله تحلیل لرزه‌ای سازه‌های زیرزمینی را مورد بررسی قرار دهند و روش‌های ساده‌ای برای ارزیابی در اختیار طراحان قرار دهند. در ادامه خلاصه‌ای از دستاوردهای کلیدی محققین بیان می‌گردد:

۱) تونل‌ها از هر طرف توسط توده سنگ و یا خاک احاطه شده‌اند، بنابراین قابلیت ارتعاش چندانی نداشته و پاسخ آن‌ها اغلب نزدیک به پاسخ استاتیکی است.

۲) فضاهای زیرزمینی که نزدیک به سطح زمین اجرا شده‌اند شرایط بحرانی تری نسبت به تونل‌های عمیق دارند. زیرا در تونل‌های عمیق سختی خاک اطراف بیشتر است، همچنین تشدید امواج در لایه‌های سطحی زمین بیشتر از لایه‌های عمیق است.

۳) سازه‌های زیرزمینی در بعد عمود بر صفحه اغلب طویل هستند و این مسئله سبب می‌شود که با تحریک‌های غیریکنواخت لرزه‌ای مواجه شوند. این نوع بارگذاری باعث خمش طولی و حرکت‌هایی در جهت عمود بر صفحه می‌گردد. بر این اساس فرض رفتار کرنش صفحه‌ای برای این سازه‌ها

اغلب با خطا همراه است. البته این دستاورد منجر به آن نمی‌شود که طراحان برای تحلیل لرزه‌ای تونل در هیچ شرایطی مجاز به استفاده از آنالیزهای دوبعدی نباشند.

۴) اندرکنش تونل با محیط اطراف آن وابسته به اختلاف سختی تونل با سختی محیط اطراف است. اگر تونل و محیط سختی یکسانی داشته باشند، پاسخ تغییر مکان تونل همان پاسخ میدان آزاد محیط است. با این حال اختلاف سختی تونل با محیط موجب ایجاد تنش‌هایی در پوشش تونل خواهد شد و در اصطلاح اندرکنش محیط- تونل وجود خواهد داشت.

۵) اندرکنش اینرسی‌دار در تونل‌ها از اهمیت چندانی برخوردار نیست چرا که جرم محیط در برابر جرم تونل بسیار بزرگتر است. بنابراین اندرکنش سینماتیک محور اصلی تحلیل‌های لرزه‌ای تونل‌ها است.

۱۱-۴- انواع روش‌های تحلیل لرزه‌ای تونل‌ها

برای تحلیل لرزه‌ای تونل‌ها راهکارهای مبتنی بر روش‌های عددی، تحلیلی و تجربی ارائه شده است. به طور خلاصه روش‌های معمول در طراحی به قرار زیر هستند:

- روش تحلیل میدان آزاد^۱
- روش تغییر مکان نسبی تونل
- روش‌های مبتنی بر تئوری انتشار امواج در محیط الاستیک
- روش مستقیم تحلیل اندرکنش خاک - سازه

^۱Free Field Analysis

در بندهای بعدی به اختصار اصول هر یک از روش‌های کاربردی مذکور بیان شده است. با این حال در فضای تحقیقات و پژوهش نیز برخی از محققین در تلاش هستند که با استناد به راهکارهای تحلیلی و عددی درک بهتری از رفتار لرزه‌ای سازه‌های زیرزمینی داشته باشند. یک دسته از راهکارهای تحلیل لرزه‌ای سازه‌های زیرزمینی، شامل روش‌هایی می‌شود که در آن‌ها با استفاده از مفهوم تیر بر بستر الاستیک، اندرکنش خاک و سازه مدنظر قرار می‌گیرد. (Penzien (2000 و Hashash et al. (2001 بر این اساس و با استفاده از روابطی تحلیلی مقدار تغییر شکل سطح مقطع سازه و مقدار نیروهای وارد بر مقطع سازه را بدست آورده اند. یکی دیگر از روش‌های تحلیلی مربوط به روش (Huo et al., (2006 است که در آن با قرار دادن سازه زیرزمینی جعبه ای شکل در معرض برش میدان دور و با استفاده از تئوری الاستیسیته مقدار و توزیع نیروی نرمال و برشی وارد بر سازه به دست آمده و به تبع آن تغییر شکل برشی سازه به دست می‌آید. علاوه بر این راهکار تحلیلی توسط Gill et al. (2001 و Bobet(2003 نیز مورد توجه واقع شده است.

اغلب روش‌های تحلیلی موجود به خوبی قادر نیستند تاثیر محتوای فرکانسی تحریک لرزه‌ای را در محاسبه تغییر مکان لرزه‌ای لحاظ نمایند. (Darvishpour et al. (2013 بر اساس تئوری تیر بر بستر ویسکوالاستیک دینامیکی فرمولاسیون جدیدی برای محاسبه تغییر مکان لرزه‌ای سازه‌های زیرزمینی ارائه نمودند که قادر است تأثیر محتوای فرکانسی و میرایی را بر پاسخ لرزه‌ای سازه زیرزمینی نشان دهد. این محققین نشان دادند که تغییر مکان لرزه‌ای سازه‌های زیرزمینی علاوه بر خصوصیات مکانیکی و هندسی محیط و سازه، به مقدار قابل توجهی به میرایی مصالح و فرکانس تحریک ورودی وابسته است.

راهکار تحلیل عددی (روش مستقیم تحلیل اندرکنش تونل و محیط) نیز در سال‌های اخیر توسط برخی محققین مورد توجه واقع شده است. Wang (1993) و Pakbaz and Yareevand (2005) و Liu and Song (2005) و Shahrour et al. (2010) از این راهکار بهره جسته‌اند.

۱۱-۵- تحلیل لرزه‌ای تونل‌ها به روش میدان آزاد

تغییر شکل پوشش تونل در حین زلزله وابسته به نسبت سختی آن در برابر سختی محیط اطراف است. برای نسبت سختی پوشش تونل به سختی محیط اطراف تونل سه حالت وجود دارد:

- الف) سختی این دو یکسان باشد: در این حالت تغییر شکل یکسانی در حین زلزله دارند.
- ب) پوشش تونل سخت‌تر از محیط اطراف باشد: در این حالت تغییر شکل تونل کمتر از تغییر شکل محیط است.
- ج) پوشش تونل نرم‌تر از محیط اطراف باشد: در این حالت تغییر شکل تونل بیشتر از تغییر شکل محیط است.

در صورتی که مقدار سختی محیط اطراف تونل و سختی سازه پوشش تونل نزدیک به هم باشند (حالت الف)، هیچ گونه نیروی اندرکنشی بین آنها ایجاد نمی‌گردد. به عبارت دیگر با هم حرکت و ارتعاش می‌کنند و تنش‌های اضافی به هم وارد نمی‌کنند. در این شرایط می‌توان تغییر شکل محیط را از تحلیل میدان آزاد به دست آورد و همان تغییر شکل را برای پوشش تونل در نظر گرفت. در دو حالت دیگر تغییر شکل پوشش و محیط یکسان نیستند و لازم است تحلیلی جداگانه برای محاسبه تغییر شکل‌های پوشش انجام شود.

از سوی دیگر مفهوم سختی در محیط با مفهوم سختی در سازه پوشش متفاوت است. به عبارت دیگر نمی‌توان فقط مدول برشی و یا مدول الاستیسیته این دو محیط را با هم مقایسه کرد. در این باره آئین‌نامه‌ها نسبت انعطاف‌پذیری و نسبت سختی را تعریف کرده‌اند. نسبت سختی در واقع عکس نسبت انعطاف‌پذیری است.

یک تونل مستطیلی نظیر آنچه در شکل (۱-۱۱) نمایش داده شده است را در نظر بگیرید، در این صورت نسبت انعطاف‌پذیری به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$F = \frac{G}{24} \left\{ \frac{LH^2}{EI_H} + \frac{HL^2}{EI_L} \right\} \quad (1-11)$$

در این رابطه:

I_L و I_H : ممان اینرسی مقطع باکس برای دیوارها و دال‌ها

E : مدول الاستیسیته بتن پوشش تونل

G : مدول برشی خاک اطراف تونل

L و H : خصوصیات هندسی مقطع تونل مطابق شکل (۱-۱۱)

برای مواردی که ممان اینرسی دال سقف و دال کف متفاوت باشد، نسبت انعطاف‌پذیری از رابطه

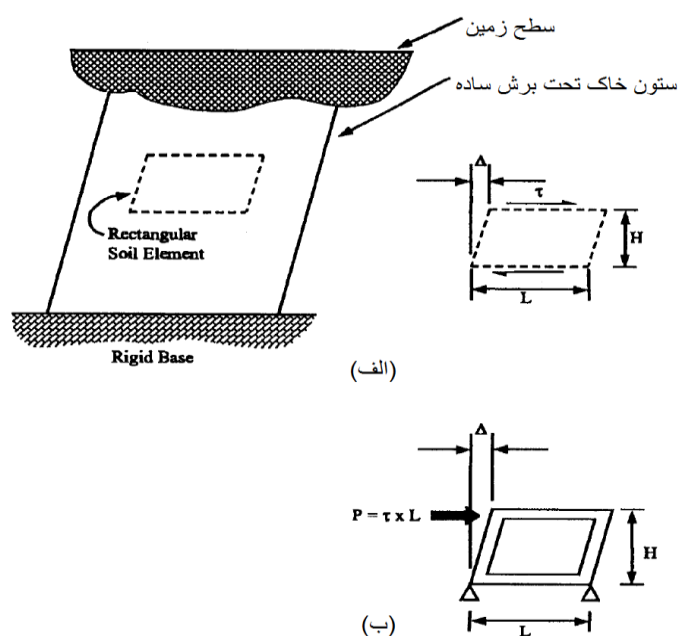
زیر به دست خواهد آمد:

$$F = \frac{G}{12} \left(\frac{HL^2}{E I_R} \psi \right) \quad (2-11)$$

$$\psi = \frac{(1+a_2)(a_1+3a_2)^2 + (a_1+a_2)(3a_2+1)^2}{(1+a_1+6a_2)^2} \quad (3-11)$$

$$a_1 = \frac{I_R}{I_l} \quad ; \quad a_2 = \left(\frac{I_R}{I_W} \right) \frac{H}{L} \quad (۴-۱۱)$$

که در آن I_R ممان اینرسی دال سقف، I_l ممان اینرسی دال کف و I_W ممان اینرسی دیوار جانبی است.



شکل (۴-۱۱): (الف) تغییر مکان برشی انعطاف‌پذیر توده خاکی تحت حرکت میدان آزاد، (ب) تغییر مکان جانبی انعطاف‌پذیر باکس مستطیلی (FHWA-NJ, 2005)

در صورتی که نسبت سختی نزدیک به یک باشد، روش میدان آزاد قابل قبول است. در این حالت ابتدا تغییر مکان میدان آزاد در محل تونل از روابط تحلیلی و یا عددی به دست می‌آید و سپس این تغییر مکان به عنوان شرایط مرزی به تونل اعمال شده و تحلیل تحت آن انجام می‌شود. اگر نسبت

انعطاف‌پذیری با عدد یک فاصله قابل توجهی داشته باشد، می‌توان از گراف‌های پیشنهادی نسبت تغییر مکان تونل به تغییر مکان میدان آزاد را محاسبه نمود. در بند بعد این گراف‌ها معرفی شده‌اند.

۱۱-۵-۱- روابط تحلیلی برای برآورد کرنش‌های تونل در شرایط میدان آزاد

اگر شرایط میدان آزاد پذیرفته شده باشد، در این صورت با فرض یک محیط همگن و الاستیک می‌توان کرنش ناشی از امواج هارمونیک (سینوسی) را از روابط ارائه شده در جداول (۱-۱۱) و (۲-۱۱) محاسبه نمود. منظور از کرنش‌های ترکیبی در جدول (۲-۱۱) کرنش حاصل جمع نیروی محوری و لنگر خمشی است. (FHWA-NJ, 2005)

جدول (۱-۱۱): روابط تحلیلی برای محاسبه کرنش‌ها در پوشش تونل در شرایط میدان آزاد

انحنای	کرنش طولی (محوری)		نوع موج
$\left(\frac{I}{r}\right) = \frac{A_S}{C_S^2} \cos^3 \theta$	$\varepsilon = \frac{V_S}{C_S} \sin \theta \cos \theta$	فرم کلی	موج برشی
$\left(\frac{I}{r}\right)_{max} = \frac{A_S}{C_S^2}, \text{ For } \theta = 0^\circ$	$\varepsilon_{max} = \frac{V_S}{2C_S}, \text{ For } \theta = 45^\circ$	مقدار ماکزیمم	
$\left(\frac{I}{r}\right) = \frac{A_R}{C_R^2} \cos^2 \theta$	$\varepsilon = \frac{V_R}{C_R} \cos^2 \theta$	فرم کلی	موج ریلی
$\left(\frac{I}{r}\right)_{max} = \frac{A_R}{C_R^2}, \text{ For } \theta = 0^\circ$	$\varepsilon_{max} = \frac{V_R}{C_R}, \text{ For } \theta = 45^\circ$	مقدار ماکزیمم	

در این روابط θ زاویه برخورد موج با محور تونل و r شعاع انحنا است. همچنین V_S, V_R حداکثر سرعت ذرات برای موج برشی و ریلی، C_S, C_R سرعت انتشار مؤثر موج برشی و ریلی و A_S, A_R حداکثر شتاب ذرات برای موج برشی و ریلی هستند.

جدول (۱۱-۲): روابط تحلیلی برای محاسبه کرنش‌های ترکیبی در پوشش تونل در شرایط میدان آزاد

نوع موج	کرنش ترکیبی
امواج P	$\varepsilon^{ab} = \left[\frac{V_p}{C_p} \cos^2 \varnothing + r \frac{a_p}{C_p^2} \sin \varnothing \cos^2 \varnothing \right]$
امواج S	$\varepsilon^{ab} = \left[\frac{V_s}{C_s} \sin \varnothing \cos \varnothing + r \frac{a_s}{C_s^2} \cos^3 \varnothing \right]$
امواج R	$\varepsilon^{ab} = \left[\frac{V_R}{C_R} \cos^2 \varnothing + r \frac{a_R}{C_R^2} \sin \varnothing \cos^2 \varnothing \right]$

r: شعاع تونل دایره‌ای یا نصف ارتفاع تونل مستطیلی

a_p : حداکثر شتاب ذرات ناشی از امواج P

a_s : حداکثر شتاب ذرات ناشی از امواج S

a_R : حداکثر شتاب ذرات ناشی از امواج R

\varnothing : زاویه برخورد موج با محور تونل

V_p : حداکثر سرعت ذرات ناشی از امواج P

C_p : سرعت ظاهری انتشار امواج P

V_s : حداکثر سرعت ذرات ناشی از امواج S

C_s : سرعت ظاهری انتشار امواج S

V_R : حداکثر سرعت ذرات ناشی از امواج R

C_R : سرعت ظاهری انتشار امواج R

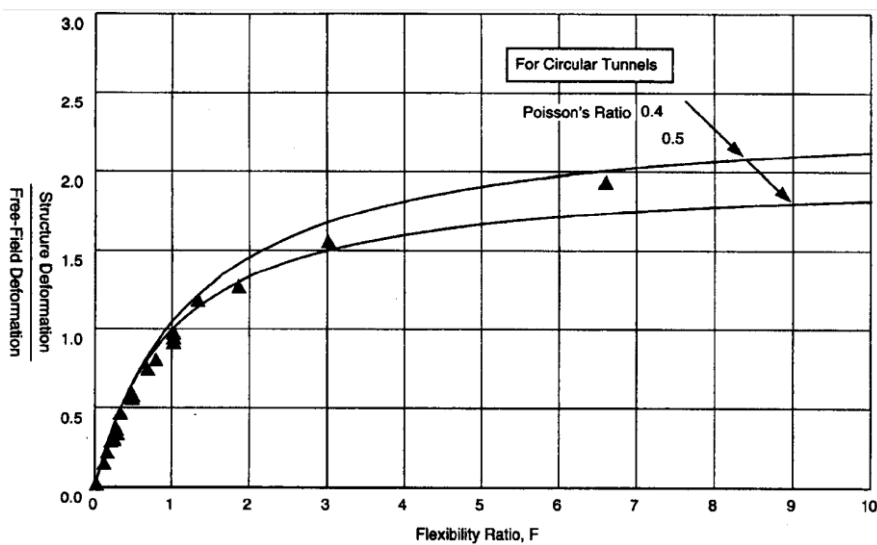
۱۱-۶- روش شبه استاتیکی مبتنی بر تغییر مکان نسبی تونل

در این روش تونل به عنوان یک نقطه در درون میدان آزاد در نظر گرفته می‌شود که تغییر مکان آن متفاوت از محیط اطراف است. ITA (انجمن بین المللی تونل) و FHWA-NJ (2005) گراف-های کاربردی را ارائه داده اند که بر اساس آن با داشتن نسبت انعطاف‌پذیری (F) می‌توان نسبت تغییر مکان سازه زیرزمینی به تغییر مکان میدان آزاد را تخمین زد. نمونه‌ای از این گراف‌ها در شکل (۱۱-۲) ارائه شده است.

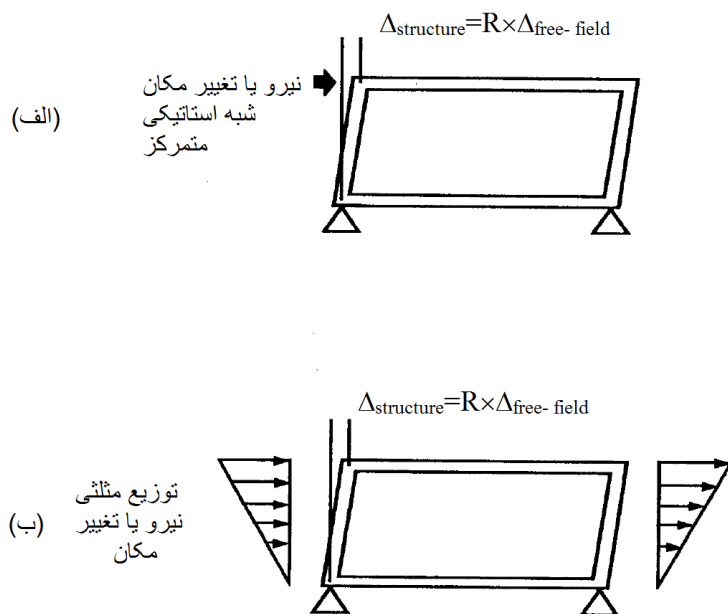
به عنوان مثال اگر برای یک تونل دایره‌ای شکل نسبت انعطاف‌پذیری مساوی سه باشد، یعنی تونل سه برابر محیط انعطاف‌پذیرتر باشد، در این صورت تغییر مکان تونل $1/5$ برابر تغییر مکان میدان آزاد در همان نقطه خواهد بود. برای این تونل فرض کنید که تغییر مکان میدان آزاد با استفاده از تحلیل‌های عددی و یا روابط تحلیلی برابر 20 میلی‌متر باشد. در این صورت تغییر مکان تونل معادل 30 میلی‌متر خواهد بود و می‌توان در یک تحلیل استاتیکی توزیع نیروی محوری، نیروی برشی و لنگر خمشی و همچنین توزیع تنش‌ها در مقطع تونل را محاسبه نمود. برای آن‌که نتیجه تحلیل به شرایط واقعی نزدیک‌تر باشد، تغییر مکان مذکور بر یک نقطه اعمال نمی‌شود، بلکه توزیع تغییر مکان در مقطع تونل به صورت خطی فرض شده و اختلاف تغییر مکان اعمالی به بالا و پایین مقطع تونل معادل 30 میلی‌متر فرض می‌شود.

در شکل (۱۱-۳) نمونه یک مقطع با اعمال تغییر مکان اولیه بر آن نمایش داده شده است. همان‌گونه که دیده می‌شود در این مقطع محیط اطراف حذف شده و فقط پوشش بتنی تونل تحلیل می‌گردد. به عبارت دیگر اثر اندرکنش به صورت تغییر مکان دیده شده است. این راهکار به روش شبه استاتیکی هم موسوم است، زیرا در آن نیروی دینامیکی زلزله به صورت یک تغییر مکان استاتیکی

معادل‌سازی می‌گردد. قابل ذکر است که بولتن (2005) FHWA-NJ در تحلیل شبه استاتیکی اعمال نیرو و یا تنش معادل را نیز به جای تغییر مکان معادل پذیرفته است.



شکل (۱۱-۲): نمودار نسبت تغییر شکل تونل در برابر نسبت انعطاف‌پذیری تونل - نشانه‌های مثلثی توپر برای تونل‌های مستطیلی، و خطوط توپر برای تونل‌های دایره‌ای ارائه شده‌اند (FHWA-NJ, 2005).



شکل (۱۱-۳): مدل ساده شده برای تحلیل تونل، (الف): اعمال نیرو یا تغییر مکان متمرکز در تونل‌های

عمیق، (ب): اعمال توزیع نیرو یا تغییر مکان در تونل‌های کم عمق (FHWA-NJ, 2005)

بررسی‌های عددی نشان داده است که تغییر شکل عرضی تونل‌های مستطیلی حدود ۱۰ درصد کمتر از تونل‌های دایره‌ای با همان میزان انعطاف‌پذیری است. بنابراین در کاربردهای عملی می‌توان از روابط تونل‌های دایره‌ای به عنوان حد بالایی برای تخمین تغییر مکان باکس‌های مستطیلی استفاده نمود.

۱۱-۷- تحلیل لرزه‌ای تونل‌ها با در نظر گیری اندرکنش خاک و سازه

در این روش به صورت دینامیکی اثرات متقابل تونل و محیط اطراف منظور می‌گردد که خود به

روش‌های زیر قابل تقسیم است:

۱. روش تیر بر بستر الاستیک دینامیکی

۲. روش فنر معادل

۳. روش مستقیم

در ادامه ابتدا چند رابطه تحلیلی که توسط محققین مختلف ارائه شده است، بیان شده و سپس با توجه به کاربرد گسترده تر راهکار فنر معادل، این روش شرح داده می‌شود.

۱۱-۷-۱ رابطه ونگ

در صورتی که تونل نظیر آنچه در شکل (۱۱-۴) دیده می‌شود به صورت یک تیر خمشی مدل‌سازی گردد، می‌توان نشان داد که روابط ساده‌ای برای محاسبه حداکثر نیروی محوری، نیروی برشی و لنگر خمشی در مقطع تونل به دست خواهد آمد. اگر فرض کنیم که امواج برشی با زاویه ۴۵ درجه با تونل مواجه خواهند شد، در این صورت (Wang 1993) نشان داده است که حداکثر نیروی محوری در مقطع تونل از رابطه زیر به دست خواهد آمد:

$$Q_{\max} = \frac{\frac{K_a L}{2\pi}}{1 + 2 \left(\frac{K_a}{E_1 A_c} \right) \left(\frac{L}{2\pi} \right)^2} A_a \quad (5-11)$$

که در آن:

L : طول موج برشی سینوسی ایده‌آل

K_a : ضریب فنر طولی بر حسب نیرو بر تغییر مکان واحد بر طول واحد تونل از معادله (۱۱-۱۷)

A_a : دامنه پاسخ تغییر مکان میدان آزاد موج برشی سینوسی ایده‌آل

E_1 : مدول الاستیسیته پوشش تونل

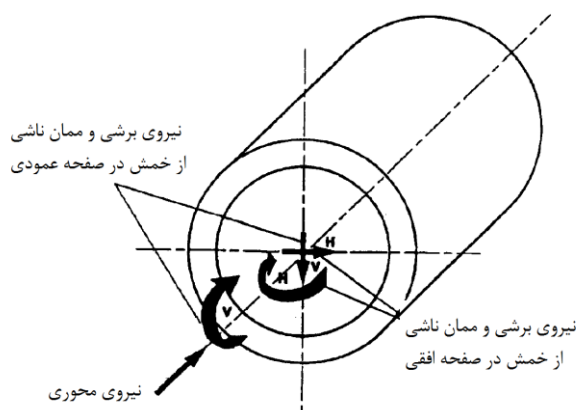
A_c : سطح مقطع عرضی پوشش تونل

مقدار حداکثر نیروی محوری محاسبه شده (Q_{max}) نباید از حد بالای مقاومت کششی خاک

در محور طولی بیشتر شود که مقدار حد بالایی از رابطه زیر به دست می آید:

$$Q_{all} = \frac{fL}{4} \quad (۶-۱۱)$$

که در آن f نیروی اصطکاکی نهایی (در واحد طول تونل) بین تونل و محیط اطراف است.



شکل (۶-۱۱): نیروها و لنگرهای ایجاد شده در تونل در اثر برخورد با امواج لرزه‌ای (FHWA-NJ,

2005)

لنگر خمشی در اثر وجود انحنا در محور طولی تونل ایجاد خواهد شد. از سوی دیگر حداکثر

لنگر خمشی در شرایطی برای مقطع تونل ایجاد می‌گردد که امواج به صورت موازی با محور تونل

در محیط وجود داشته باشند. به عبارت دیگر باید زاویه بین جهت انتشار امواج و محور تونل صفر

باشد. در این حالت حداکثر لنگر خمشی از رابطه زیر به دست خواهد آمد:

$$M_{max} = \frac{K_t \left(\frac{L}{2\pi}\right)^2}{1 + \left(\frac{K_t}{E_1 I_c}\right) \left(\frac{L}{2\pi}\right)^4} A_b \quad (۷-۱۱)$$

که در آن:

I_c : ممان اینرسی مقطع تونل

K_t : ضریب فنر عرضی بر حسب نیرو بر تغییر مکان واحد بر طول واحد تونل از معادله (۱۱)-

(۱۷)

۱۱-۷-۲- رابطه هشاش و پارک

(Hashash and Park (2001) با فرض رفتار تیر خمشی برای تونل روابط ساده‌ای برای محاسبه

کرنش‌های محوری و خمشی و همچنین حداکثر لنگر خمشی و نیروی برشی در مقطع تونل به

دست داده‌اند که توسط بولتن (FHWA-NJ (2005 نیز معرفی شده است. بر اساس این روش

حداکثر کرنش ناشی از لنگر خمشی، حداکثر کرنش ناشی از نیروی محوری و حداکثر لنگر خمشی

و حداکثر نیروی برشی از روابط زیر به دست خواهند آمد:

$$\varepsilon_{\max}^b = \frac{\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 A_b}{1 + \frac{E_I I_c}{K_t} \left(\frac{2\pi}{L}\right)^4} r \quad (۸-۱۱)$$

که در آن:

I_c : ممان اینرسی مقطع تونل

K_t : ضریب فنر عرضی بر حسب نیرو بر تغییر مکان واحد بر طول واحد تونل از معادله (۱۱)-

(۱۷)

r : شعاع تونل دایره‌ای یا نصف ارتفاع تونل مستطیلی

ε_{\max}^a : ماکزیمم کرنش محوری

ε_{\max}^b : ماکزیمم کرنش خمشی

$$M_{\max} = \frac{E_1 I_c \varepsilon_{\max}^b}{r} \quad (9-11)$$

$$\varepsilon_{\max}^a = A \frac{\left(\frac{2\pi}{L}\right)}{2 + \frac{E_1 A_c}{K_a} \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2} \quad (10-11)$$

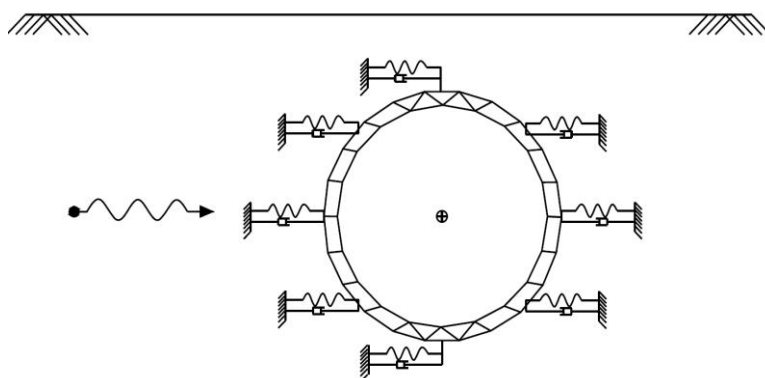
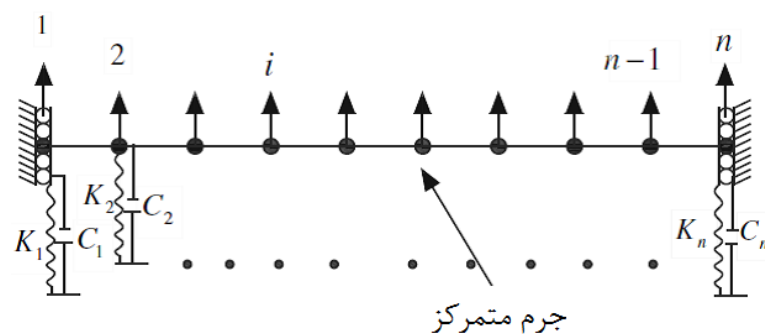
$$V_{\max} = M_{\max} \frac{2\pi}{L} = \frac{\frac{L}{2\pi} K_t}{1 + \left(\frac{K_t}{E_1 I_c}\right) \left(\frac{L}{2\pi}\right)^4} A_b \quad (11-11)$$

در روابط بالا A_b و A_a به ترتیب تغییر مکان میدان آزاد ناشی از کرنش محوری و انحنای هستند و برای محاسبه آنها ابتدا از جدول (۱۱-۱) کرنش محوری (ε) و انحنای ($\frac{1}{r}$) برای موج برشی به دست می‌آید، سپس مقادیر A_b و A_a از روابط زیر حاصل می‌شود:

$$A_a = \frac{\varepsilon L}{2\pi} \quad A_b = \frac{\frac{1}{r}(L)^2}{4(\pi)^2}$$

۱۱-۷-۳- استفاده از روش فنر معادل در تحلیل لرزه‌ای تونل‌ها

این روش اغلب برای شریان‌های حیاتی و تحلیل لرزه‌ای لوله‌های مدفون مورد استفاده قرار گرفته است، اما با در نظر گرفتن احتیاط برای تونل‌ها نیز قابل کاربرد است. در این روش محیط اطراف توسط فنر و میراگرهایی نظیر آنچه در شکل (۱۱-۵) نشان داده شده است، مدل می‌گردد. برای محاسبه پارامترهای سختی و میرایی در فنرها و میراگرها روابط متعددی توسط محققین ارائه شده است که در این جا به دو مورد اشاره می‌شود.



شکل (۱۱-۵): مدل‌سازی خاک اطراف تونل با فنر، بالا: محور طولی تونل، پایین: مقطع عرضی تونل

(Datta, 2010)

راهکار اول بر اساس فنر معادل

این روش توسط Datta, (2010) معرفی شده است و مطابق آن، نظیر آنچه برای شمع‌ها بیان گردید، سختی و میرایی از روابط تجربی به دست خواهند آمد. پس از محاسبه این پارامترها مدل فنر و میراگر معادل به صورت دستی و یا با استفاده از نرم افزار تحلیل می‌شود. بر این اساس خواهیم داشت:

برای فنرهای مقطع عرضی تونل:

$$K_s = GS_u \cdot L \quad (12-11)$$

برای میراگرهای مقطع عرضی تونل:

$$C_s = \frac{G}{V_s} \cdot \bar{S}_u r \cdot L \quad (13-11)$$

برای فنرهای محور طولی تونل:

$$K_s = GS_w \cdot L \quad (14-11)$$

برای میراگرهای محور طولی تونل:

$$C_s = G \cdot \bar{S}_w \cdot \frac{r \cdot L}{V_s} \quad (15-11)$$

در این روابط داریم:

L : محدوده مورد تحلیل در طول تونل (طولی که هر فنر در آن قرار می‌گیرد)

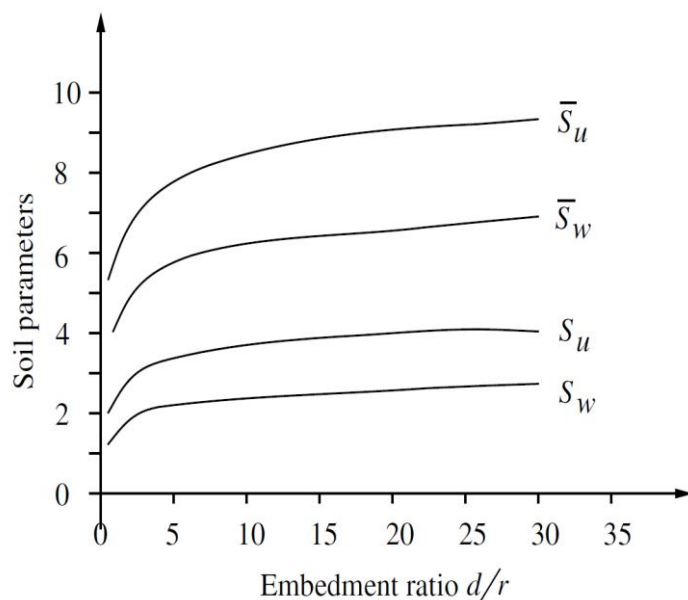
V_s, G : مدول برشی و سرعت موج برشی محیط اطراف تونل

r : شعاع تونل

d : عمق قرار گیری تونل در زمین

K_s : سختی کل برای n فنر در طول L است و برای یک فنر خواهیم داشت: $k = \frac{K_s}{n}$

$\bar{S}_w, S_w, \bar{S}_u, S_u$: پارامترهای وابسته به نسبت $\frac{d}{l}$ هستند که از شکل (۱۱-۶) به دست می‌آیند.



شکل (۱۱-۶): نمودار محاسبه پارامترهای خاک بر اساس نسبت عمق قرارگیری به شعاع تونل (Datta, 2010)

راهکار دوم بر اساس فنر معادل

دستورالعمل (FHWA-NJ (2005) فرآیندی ساده و گام به گام برای تحلیل لرزه‌ای تونل ارائه کرده است که بر مبنای روش فنر معادل استوار است، مراحل زیر برای محاسبه تنش‌ها در پوشش تونل تحت بار زلزله طی می‌شود.

- الف) محاسبه پارامترهای پایه از قبیل سختی فنرها، شتاب زلزله در سطح سازه و طول موج زلزله از روابط پیشنهادی
- ب) محاسبه نیروی برشی، نیروی محوری و لنگر خمشی در پوشش تونل
- ج) مقایسه مقادیر تنش‌ها، نیروها و کرنش‌ها با مقادیر مجاز

در ادامه این سه گام با جزئیات تشریح می‌گردد.

- گام اول: محاسبه پارامترهای پایه

برای محاسبه طول موج زلزله از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$L = T \cdot C_s \quad (11-16)$$

L : طول موج زلزله

C_s : سرعت موج برشی

T : پریود طبیعی امواج برشی در لایه‌های خاک است. در صورتی که اطلاعات در دست نباشد

می‌توان برای یک لایه به ضخامت H آن را معادل $\frac{4H}{C_s}$ فرض کرد.

همچنین برای محاسبه سختی فنرها می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد که توسط St John and

Zahrah (1987) ارائه شده است.

$$K_a = K_t = \frac{16\pi G_m(1-\nu_m)d}{(3-4\nu_m)L} \quad (11-17)$$

که در آن:

G_m و ν_m : مدول برشی و نسبت پواسون محیط اطراف تونل

d : قطر تونل و یا معادل آن در باکس‌های مستطیلی

L : طول موج زلزله

برای محاسبه شتاب زمین در سطح سازه (a_g) با داشتن شتاب در سطح زمین می‌توان از یکی از دو راهکار زیر استفاده نمود:

۱. حل تقریبی با استفاده از جدول پیشنهادی FHWA که با توجه به عمق قرارگیری سازه ضریب کاهش را به دست می‌دهد (جدول ۱۱-۳).
۲. استفاده از نرم افزارهای تحلیل یک بعدی

جدول (۱۱-۳): ضرایب کاهش شتاب زلزله در عمق نسبت به سطح زمین (FHWA-NJ, 2005)

نسبت شتاب زلزله در عمق به شتاب زلزله سطح زمین	عمق قرارگیری تونل (m)
۱	کمتر از ۶
۰/۹	۶ تا ۱۵
۰/۸	۱۵ تا ۳۰
۰/۷	بزرگتر از ۳۰

نگارندگان معتقدند که این ضریب کاهش برای توده‌های خاکی ارائه شده است و برای تونل‌های حفاری شده در سنگ نباید اعمال شود. برای برآورد حداکثر سرعت و تغییر مکان رکورد زلزله (PGD, PGV) نیز راهکارهای مختلفی وجود دارد. به طور معمول پایگاه‌های ارائه دهنده رکورد زلزله علاوه بر PGA مقادیر PGV و PGD را نیز در اختیار کاربران قرار می‌دهند. با این حال در صورتی که اطلاعات کافی از این دو پارامتر در دسترس نباشد می‌توان از جداول (۱۱-۴) و (۱۱-۵) مقادیر تقریبی ارائه شده در بولتن FHWA را استفاده نمود.

جدول (۱۱-۴): نسبت حداکثر سرعت به حداکثر شتاب در سطح زمین (FHWA-NJ, 2005)

نسبت سرعت حداکثر (cm/s) به شتاب حداکثر زمین (g)			بزرگی ممان (Mw)
فاصله منبع تا سایت (km)			
۱۰۰ تا ۵۰	۵۰ تا ۲۰	۲۰ تا ۰	
سنگ			
۸۶	۷۶	۶۶	۶/۵
۹۷	۱۰۹	۹۷	۷/۵
۱۵۲	۱۴۰	۱۲۷	۸/۵
خاک سخت			
۱۰۹	۱۰۲	۹۴	۶/۵
۱۵۵	۱۲۷	۱۴۰	۷/۵
۱۹۳	۱۸۸	۱۸۰	۸/۵
خاک نرم			
۱۴۲	۱۳۲	۱۴۰	۶/۵
۲۰۱	۱۶۵	۲۰۱	۷/۵
۲۵۱	۲۴۴	۲۶۹	۸/۵

جدول (۱۱-۵): نسبت حداکثر تغییر مکان به حداکثر شتاب در سطح زمین (FHWA-NJ, 2005)

نسبت تغییر مکان حداکثر (cm) به شتاب حداکثر زمین (g)			بزرگی (Mw)
فاصله منبع تا سایت (km)			
۱۰۰ تا ۵۰	۵۰ تا ۲۰	۲۰ تا ۰	
سنگ			
۳۰	۲۳	۱۸	۶/۵
۶۹	۵۶	۴۳	۷/۵
۱۱۹	۹۹	۸۱	۸/۵
خاک سخت			
۴۸	۴۱	۳۵	۶/۵
۱۱۲	۹۹	۸۹	۷/۵
۱۹۱	۱۷۸	۱۶۵	۸/۵
خاک نرم			
۷۶	۷۴	۷۱	۶/۵
۱۷۸	۱۷۸	۱۷۸	۷/۵
۳۰۵	۳۲۰	۳۳۰	۸/۵

- گام دوم: محاسبه نیروی برشی، نیروی محوری و لنگر خمشی در پوشش تونل

با استفاده از داده‌های گام قبل حداکثر نیروی محوری، حداکثر لنگر خمشی و حداکثر نیروی

برشی از روابط زیر به دست خواهد آمد:

$$Q_{\max} = \frac{\frac{1}{2}k_a \left(\frac{L}{\pi}\right)}{1 + 2\left(\frac{K_a}{E_1 A_c}\right)\left(\frac{L}{2\pi}\right)^2} A_a ; \quad \varepsilon^a = \frac{Q_{\max}}{E_1 A_c} \quad (18-11)$$

$$M_{\max} = \frac{K_t + \left(\frac{L}{2\pi}\right)^2}{1 + \left(\frac{K_t}{E_1 I_c}\right)\left(\frac{L}{2\pi}\right)^4} A_b ; \quad \varepsilon^b = \frac{M_{\max} R}{E_1 I_c} \quad (19-11)$$

$$V_{\max} = M_{\max} \left(\frac{2\pi}{L}\right) \quad (20-11)$$

در بولتن FHWA به روابط دیگری نیز اشاره شده است که مطالعه آن‌ها به خواننده واگذار

می‌شود. در روابط فوق داریم:

L : طول موج برشی که به صورت یک موج سینوسی مدل شده است.

E_1 : مدول الاستیسیته پوشش تونل

K_t و K_a : سختی مماسی و محوری تونل

A_c و I_c : سطح مقطع و ممان اینرسی مقطع عرضی تونل

R : شعاع تونل

• گام سوم: کنترل تنش‌ها، نیروها و کرنش‌های موجود

در این گام مقادیر محاسبه شده برای تنش‌ها و کرنش‌ها با مقادیر مجاز آن‌ها که در آیین‌نامه‌های

مربوط به آن بیان شده است مقایسه می‌شود.

الف) کنترل اصطکاک بین تونل و محیط اطراف (نیروی محوری)

$$Q_{upper\ limit} = \frac{fL}{4} = E_1 \cdot A_c \varepsilon_{max}^a \quad (21-11)$$

f: نیروی اصطکاک در واحد طول تونل

L: طول موج

Q_{upper limit}: حداکثر نیروی اصطکاکی

Q_{upper limit} با Q_{max} حاصل از محاسبات گام دوم مقایسه می‌گردد.

ب) مقایسه کرنش‌های موجود با کرنش مجاز بتن

$$\varepsilon^{ab} = \varepsilon^a + \varepsilon^b \quad (22-11)$$

مقدار ε^{ab} با کرنش مجاز بتن مقایسه می‌گردد. البته در صورتی که ε^{ab} از کرنش مجاز بتن بیشتر شود می‌توان با افزایش درصد فولاد و یا پذیرفتن این مطلب که بخشی از مقطع به کشش افتاده و باید از محاسبات حذف شود حل را ادامه داد.

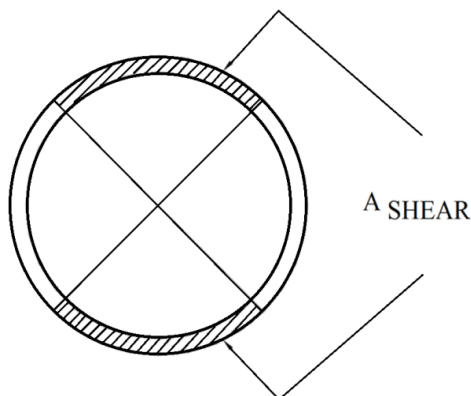
ج) کنترل نیروی برشی مقطع:

$$\phi V_c = \frac{0.85 \sqrt{f_c'} A_{Shear}}{6} \quad (23-11)$$

A_{Shear}: مساحت مؤثر برشی مقطع که به طور معمول معادل نصف مساحت کل مقطع در نظر

گرفته می‌شود. (مطابق شکل ۷-۱۱)

f'_c : تنش مجاز بتن



شکل (۷-۱۱): مساحت مؤثر برشی مقطع (FHWA-NJ, 2005)

مقدار V_{max} به دست آمده در گام دوم با مقدار ϕV_c (نیروی مجاز برشی) مقایسه می‌گردد. تأکید می‌گردد که برای گام سوم در این جا سه کنترل ابتدایی بیان گردید و در اصل لازم است بر اساس آیین‌نامه بتن به طور کامل طراحی انجام شود و کلیه کنترل‌ها برای یک مقطع بتنی از قبیل کنترل فولاد حداقل و کنترل فولادهای فشاری و سایر موارد در این جا نیز ضرورت دارد.

مسئله (۱-۱۱): تونل دایره ای با مشخصات ژئوتکنیکی، سازه‌ای و لرزه‌ای زیر با پوشش بتنی درجا در خاک نرم احداث شده است. مطلوب است تحلیل لرزه‌ای این تونل با در نظر گیری اثر اندرکنش خاک-سازه. (از مرجع FHWA-NJ, 2005)

• الف) مشخصات ژئوتکنیکی:

سرعت انتشار موج برشی (c_s): ۱۱۰ متر بر ثانیه

وزن مخصوص خاک (γ_t): ۱۷ کیلونیوتن بر متر مکعب

نسبت پواسون خاک (ν_m): ۰/۵ (خاک رس نرم اشباع)

ضخامت خاک روی سنگ بستر (h): ۳۰ متر

• مشخصات سازه ای:

ضخامت پوشش بتنی (t): ۳۰۰ میلی متر

قطر پوشش بتنی (d): ۶ متر

طول تونل (L_t): ۱۲۵ متر

$$I_c = \frac{\pi(3.15^4 - 2.85^4)}{4} \times (0.5) = 12.76 \text{ m}^4 \quad (I_c) \text{ ممان اینرسی مقطع تونل}$$

(به دلیل در نظر گیری ترک‌های بتن و اثرات غیرخطی، تنها ممان اینرسی نصف مقطع تونل در

نظر گرفته می‌شود)

مساحت مقطع (AC): ۵/۶۵ متر مربع

مدول یانگ بتن (E_i): ۲۴۸۴۰ مگاپاسکال

مقاومت تسلیم بتن (f'_c): ۳۰ مگاپاسکال

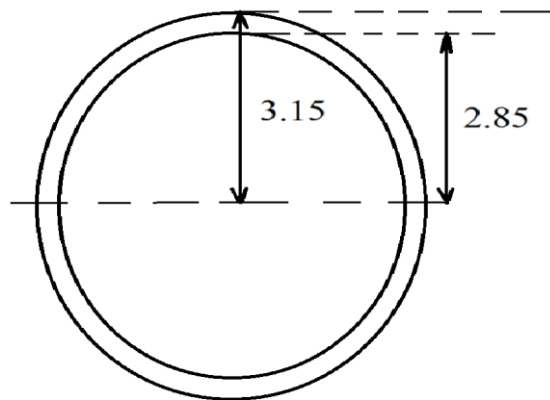
کرنش مجاز فشاری بتن تحت بارگذاری هم‌زمان محوری و خمشی برای حداکثر زلزله

طراحی (ϵ_{allow}): سه هزارم

• مشخصات لرزه‌ای:

حداکثر شتاب ذرات در خاک (a_s): 0.6g

حداکثر سرعت ذرات در خاک (v_s): ۱ متر بر ثانیه



شکل (۸-۱۱): مقطع عرضی تونل در مسئله ۱-۱۱

حل مسئله: با استفاده از معادله ارائه شده در جدول (۲-۱۱) داریم:

$\Phi = 45^\circ$ مقدار حداکثر کرنش را به دست می‌دهد، بنابراین خواهیم داشت:

$$\varepsilon^{ab} = \pm \frac{V_s}{C_s} \sin \varphi \cos \varphi \pm \frac{a_s \cdot r}{C_s^2} \cos^3 \varphi = \pm \frac{1}{110} \sin 45 \cos 45 \pm \frac{0.6 \times 9.81 \times 3}{110^2} \cos^3(45) = \pm 0.0051$$

حداکثر کرنش محاسبه شده از مقدار مجاز بیشتر است. با استفاده از روش هشاش و با در نظر گیری اندرکنش خاک- سازه خواهیم داشت:

۱. تخمین فرکانس غالب طبیعی خاک (Dobry et al., 1976)

$$T = \frac{4h}{C_s} = \frac{4 \times 30}{110} = 1.09 \text{ sec}$$

۲. تخمین طول موج

$$L = T \cdot C_s = 4h = 4 \times 30 = 120 \text{ m}$$

۳. محاسبه مدول برشی خاک

$$G_m = \rho_m \cdot C_s^2 = \frac{17}{9.81} \times 110^2 = 20968 \text{ kPa}$$

۴. محاسبه ضریب فنر معادل خاک

$$K_a = K_t = \frac{16\pi G_m (1-\nu_m) d}{(3-4\nu_m) L} = \frac{16\pi \times 20968 \times (1-0.5) \cdot 6}{(3-4 \times 0.5) \cdot 120} = 26349 \text{ kN/m}$$

۵. استخراج دامنه جابجایی زمین، D

دامنه جابجایی زمین تابع طول موج (L) است. برای تخمین قابل قبول آن لازم است شرایط خاک منطقه و تحریک ورودی به طور کامل مشخص باشد. در این مثال فرض شده است که کرنش محاسبه شده زمین بر اساس معادله میدان آزاد ساده شده با مقدار آن بر اساس دامنه جابجایی زمین برابر باشد. بنابراین با فرض انتشار امواج سینوسی با دامنه A و طول موج L، خواهیم داشت:

برای کرنش محوری میدان آزاد:

$$\frac{2\pi A}{L} = \frac{V_s}{C_s} \sin \varphi \cos \varphi \Rightarrow A = \frac{120 \times 1}{2\pi \times 110} \sin 45 \cos 45 = 0.085 \text{ m}$$

بنابراین:

$$A_a = A = 0.085 \text{ m}$$

برای میزان انحنای خمشی:

$$\frac{A_s}{C_s^2} \cos^3 \varphi = \frac{4\pi^2 A}{L^2} \Rightarrow A = \frac{120^2 \times 0.6 \times 9.81}{4 \times \pi^2 \times 110^2} \cos^3 \varphi = 0.08 \text{ m}$$

بنابراین:

$$A_b = A = 0.080 \text{ m}$$

۶. محاسبه حداکثر کرنش محوری و نیروی محوری معادل پوشش تونل

$$\varepsilon_{max}^a = \frac{\left(\frac{2\pi}{L}\right)}{2 + \left(\frac{E_l I_c}{K_a}\right) \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2} A_a = \frac{\left(\frac{2\pi}{120}\right)}{2 + \left(\frac{24840000 \times 5.65}{26349}\right) \left(\frac{2\pi}{120}\right)^2} \times 0.085 = 0.00027$$

نیروی محوری، محدود به ماکزیمم نیروی اصطکاکی بین پوشش تونل و خاک اطراف می‌شود.

تخمین حداکثر نیروی اصطکاکی:

$$Q_{max} = (Q_{max})_f = \frac{fL}{4} = E_l A_c \varepsilon_{max}^a = 24840000 \times 5.65 \times 0.00027 = 37893 \text{ kN}$$

۷. محاسبه حداکثر کرنش خمشی و ممان خمشی معادل پوشش تونل

$$\varepsilon_{max}^b = \frac{\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 A_b}{1 + \left(\frac{E_l I_c}{K_t}\right) \left(\frac{2\pi}{L}\right)^4} (3) = 0.00060$$

$$M_{max} = \frac{EI_C \varepsilon_{max}^b}{r} = \frac{24840000 \times 12.76 \times 0.00060}{3} = 63392 \text{ kN.m}$$

۸. مقایسه کرنش محوری و خمشی محاسبه شده با مقدار مجاز

$$\varepsilon^{ab} = \varepsilon_{max}^a + \varepsilon_{max}^b = 0.00027 + 0.00060 = 0.00087 < \varepsilon_{allow} = 0.003 \quad OK$$

۹. محاسبه نیروی برشی ناشی از انحنای خمشی

$$V_{max} = M_{max} \frac{2\pi}{L} = 63391 \frac{2\pi}{120} = 3319 \text{ kN}$$

۱۰. محاسبه مقاومت برشی مجاز بتن برای حداکثر زلزله طراحی

$$\varphi V_c = \frac{0.85 \left(\sqrt{f_c'} A_{shear} \right)}{6} = \frac{0.85 \sqrt{30} \left(\frac{5.65}{2} \right)}{6} \times 1000 = 2192 \text{ kN}$$

که در آن $\varphi = 0.85$ ضریب کاهش مقاومت برشی، f_c' مقاومت تسلیم بتن و A_{shear}

$A_c/2$ مساحت مؤثر برشی است. البته در نظر گرفتن $\varphi = 0.85$ برای طراحی لرزه‌ای شاید خیلی

محافظه کارانه باشد.

۱۱. مقایسه حداکثر نیروی برشی محاسبه شده با مقاومت برشی مجاز

$$V_{max} = 3319 \text{ kN} > \varphi V_c = 2192 \text{ kN}$$

اگرچه برش ماکزیمم محاسبه شده بیشتر از مقاومت برشی بتن است، اما این موضوع ممکن

است اهمیت چندانی در طراحی واقعی نداشته باشد، زیرا:

۱. مقاومت برشی اسمی ممکن است توسط عوامل دیگر در حین زلزله تأمین شود.

۲. دامنه جابجایی زمین که در این مثال استفاده شده است بسیار محافظه کارانه بوده و در حالت کلی دامنه جابجایی تحت تحریکات غیریکنواخت در طول تونل بسیار کمتر از این مقادیر است.

استفاده از روش ونگ در محاسبه کرنش‌ها:

$$M_{\max} = \frac{K_t \left(\frac{L}{2\pi}\right)^2}{1 + \left(\frac{K_t}{E_1 I_c}\right) \left(\frac{L}{2\pi}\right)^4} A_b = \frac{26349 \times \left(\frac{120}{2\pi}\right)^2}{1 + \left(\frac{26349}{24840000 \times 12.76}\right) \left(\frac{120}{2\pi}\right)^4} \times 0.08 = 63752.64$$

$$\varepsilon_{bending} = \frac{M_{\max} R}{E_1 I_c} = \frac{63752.64 \times 3}{24840000 \times 12.76} = 0.0006$$

$$Q_{\max} = \frac{\frac{K_a L}{2\pi}}{1 + 2 \left(\frac{K_a}{E_1 A_c}\right) \left(\frac{L}{2\pi}\right)^2} A_a = \frac{\frac{26349 \times 120}{2\pi}}{1 + 2 \times \left(\frac{26349}{24840000 \times 12.76}\right) \times \left(\frac{120}{2\pi}\right)^2} \times 0.085 = 40329$$

$$\varepsilon_{axial} = \frac{Q_{\max}}{E_1 A_c} = \frac{40329}{24840000 \times 12.76} = 0.000287$$

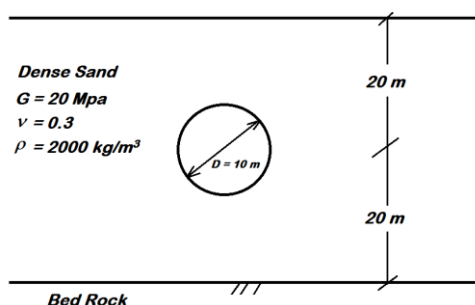
$$\varepsilon_{\max} = \varepsilon_{bending} + \varepsilon_{axial} = 0.0006 + 0.000287 = 0.00088 < \varepsilon_{allow} = 0.003$$

ملاحظه می‌شود که مقادیر کرنش‌های به دست آمده از روش‌های هشاش و ونگ بسیار نزدیک

به هم هستند.

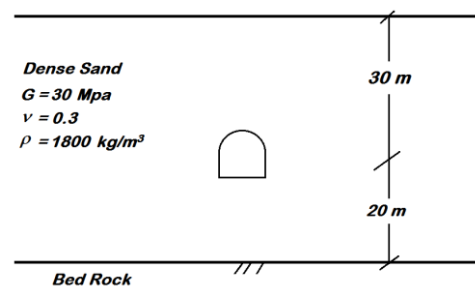
مسائل حل نشده فصل یازدهم:

۱. برای تونل نشان داده شده در



شکل مقابل بر اساس دستورالعمل FHWA-NJ-2005 و همچنین بر اساس روش مورد توصیه در کتاب Datta (2010) سختی فنرها و میرایی میراگرهای اطراف تونل را برای تحلیل بر اساس روش فنر معادل محاسبه کنید و نتیجه دو روش را با هم مقایسه کنید.

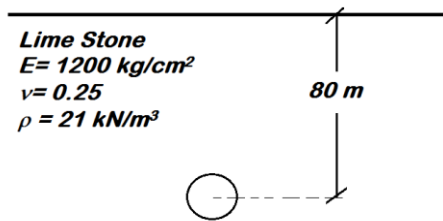
۲. برای تونل شکل مقابل تحقیق



کنید که آیا می‌توان شرایط حرکت میدان آزاد را برای تحلیل لرزه‌ای آن پذیرفت؟ در صورتی که جواب منفی است، ابتدا مقدار تغییر مکان میدان آزاد را برای آن محاسبه کنید و سپس با استفاده از منحنی نسبت تغییر مکان در برابر نسبت سختی مقدار تغییر مکان تونل را برای تحلیل شبه استاتیکی به دست آورید.

- مشخصات تونل: بتنی با شکل نعل اسبی و ضخامت پوشش نیم متر، ارتفاع ۸ متر و عرض ۶ متر

۳. برای تونل نشان داده شده در شکل زیر که در سنگ حفاری می‌شود، لنگر نیروی برشی و نیروی محوری و کرنش‌ها را محاسبه نمایید و مقادیر تنش‌ها و کرنش‌ها را با حد مجاز آن‌ها مقایسه نمایید.



- مشخصات تونل: بتنی با شکل دایره و ضخامت پوشش نیم متر، قطر ۸ متر

- مشخصات زلزله: بزرگی زلزله ۷/۵، فاصله تونل از گسل اصلی منطقه ۱۰ کیلومتر، شتاب زلزله

در سطح زمین $MDE=0.4g$

فصل دوازدهم

مفاهیم پایه در تحلیل لرزه‌ای پل‌ها

۱۲-۱- مقدمه

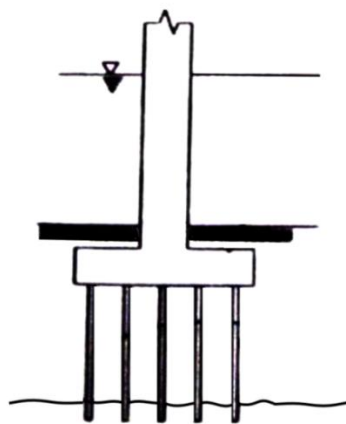
برای تعیین مشخصه‌های حرکت محتمل در تراز پی سازه، ابتدا حرکت زمین در محل گسل یا گسل‌های تأثیرگذار بر ساختگاه شناسایی شده و سپس با استفاده از روابط کاهندگی مناسب حرکت زمین در تراز بستر سنگی تخمین زده می‌شود. همچنین، نحوه انتشار امواج تا سطح زمین یا تراز پی با توجه به شرایط خاک و بهره‌گیری از روش‌های محاسباتی عددی منظور می‌گردد. در این روش‌ها نیروی جانبی زلزله با استفاده از بازتاب دینامیکی که سازه پل در اثر حرکت لرزه‌ای زمین از خود نشان می‌دهد، تعیین می‌گردد. اثرات حرکت زمین ممکن است به یکی از صورت‌های طیف بازتاب شتاب یا تاریخچه زمانی تغییرات شتاب مشخص شود. روش مناسب برای تحلیل لرزه‌ای هر پل با توجه به عواملی همچون میزان اهمیت پل، ویژگی‌های ساختگاه و نوع سیستم سازه‌ای پل انتخاب می‌گردد. در هر روش ممکن است اثرات اندرکنش خاک و سازه هم در نظر گرفته شود و یا منظور نشود. در هر صورت این روش‌ها عبارتند از:

- روش استاتیکی معادل
- روش طیف پاسخ
- روش تحلیل تاریخچه زمانی
- روش تحلیل و طراحی مبتنی بر کنترل تغییر مکان

شرح روش‌های یادشده در شمار اهداف این نوشتار نیست و علاقه‌مندان می‌توانند به مراجع مربوط مراجعه نمایند. با این حال در ارتباط با تحلیل لرزه‌ای پل‌ها دو مسئله اندرکنش خاک و سازه و تحریک غیر یکنواخت که از اهمیت بالایی برخوردار هستند در این فصل مورد بحث واقع می‌شود.

۱۲-۲- تحلیل اجزاء محدود خاک با در نظرگیری اندرکنش خاک-سازه

در پل‌هایی که بر روی خاک سخت بنا می‌شوند، اندرکنش خاک و سازه اهمیت چندانی ندارد. با این حال اغلب پل‌ها دارای پی عمیق (شکل ۱۲-۱) هستند و در این صورت تحلیل مجزای (Uncoupled) سازه پل از پی آن ممکن است نتایج واقع‌بینانه‌ای به دست ندهد. همان‌طور که در فصل اندرکنش خاک-شمع-سازه بیان گردید، نیروی وزن سازه می‌تواند به صورت یک‌جا به کلاهک شمع‌ها وارد شود و یا این که نیروی هر ستون به صورت جداگانه به هر شمع وارد گردد. پایه‌ها نیز که تکیه‌گاه‌های عمودی در نقاط میانی دهانه پل‌ها هستند دو وظیفه اصلی بر دوش دارند: نخست انتقال بارهای قائم روسازه به پی‌ها و دوم مقاومت در برابر نیروهای افقی وارد بر پی.

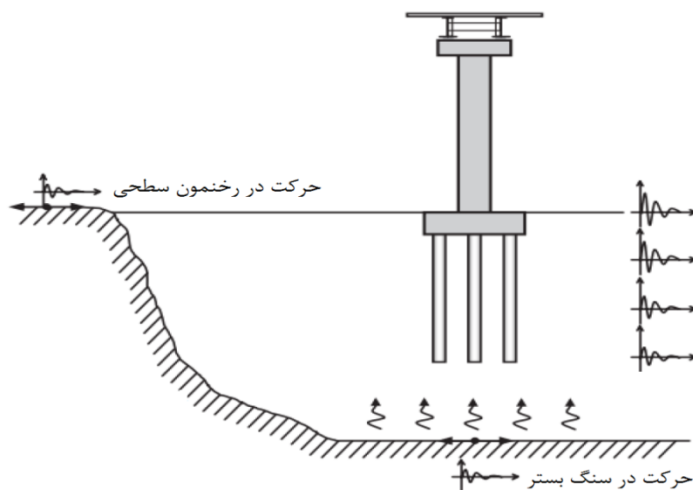


شکل (۱۲-۱): پایه پل قرار گرفته بر گروه شمع

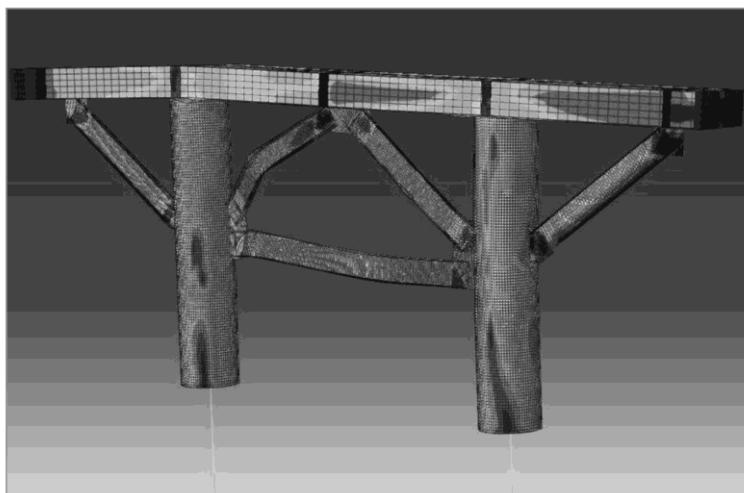
اندرکنش خاک - شمع و پایه پل تحت تأثیر بارگذاری ناشی از اینرسی سیستم منجر به رفتار غیرخطی مجموعه گردیده و تحلیل الاستیک نتایج واقع‌بینانه‌ای نخواهد داشت. در هر حال با توجه به محدوده فرکانسی اندک بارگذاری ناشی از زلزله و ماهیت رفتاری سیستم خاک و شمع، توابع

سختی سیستم مستقل از فرکانس بوده و مقادیر سختی متناظر با بارگذاری استاتیکی با تقریب قابل قبول کاربرد خواهند داشت. همچنین مؤلفه میرایی تشعشعی مستهلک کننده انرژی ناشی از انتشار امواج در نواحی دور از شالوده در فرکانس‌های کوچک‌تر، به ویژه در حالت رفتار غیرخطی خاک، به میزان قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد. در شکل (۱۲-۲) نشان داده شده است که چگونه حرکت میدان آزاد تحت تأثیر وجود شمع‌ها و سازه پُل قرار می‌گیرد.

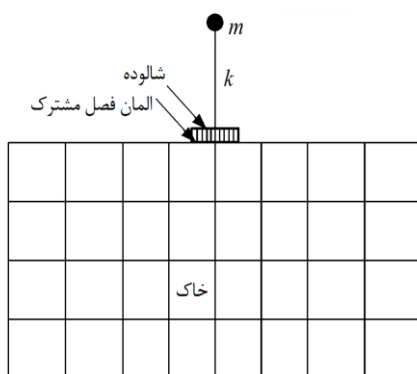
در روش اجزاء محدود می‌توان علاوه بر در نظر گرفتن میرایی هندسی، مدفون شدگی پی و لایه بندی خاک در جهت افقی و عمودی را به راحتی در تحلیل در نظر گرفت. گرچه امکان تحلیل سه بعدی در این روش امکان پذیر است، اما به دلیل زمان‌بر بودن تحلیل‌های سه‌بعدی اغلب مدل دو بعدی معادل یا مدل شبیه‌سازی شده در مختصات استوانه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد.



شکل (۱۲-۲): اثر خاک در تغییر حرکت لرزه‌ای منتشر شده از سنگ بستر



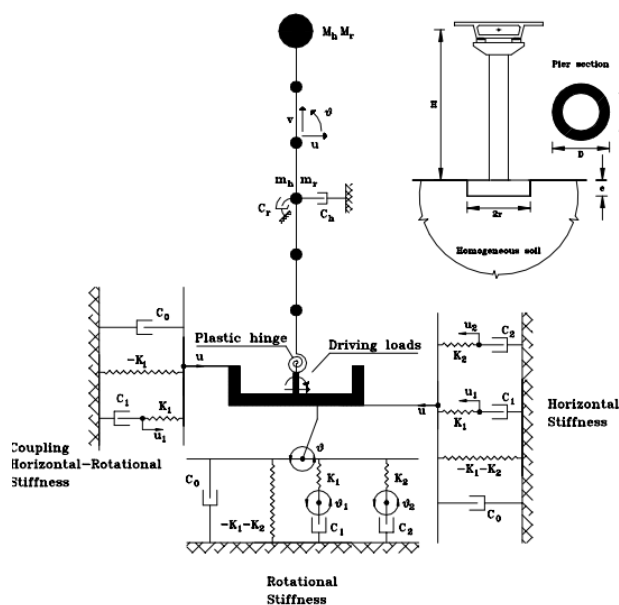
شکل (۳-۱۲): مدل اجزاء محدود سازه پل بدون اثرات اندرکنش خاک-سازه



شکل (۴-۱۲): مدل اجزاء محدود برای خاک

De Carlo et al. (2000) مدل تحلیلی نشان داده شده در شکل (۵-۱۲) را برای تحلیل لرزه‌ای

پُل پیشنهاد کرده‌اند. بر اساس مطالعات این محققان با افزایش سرعت موج برشی و ارتفاع پُل جابجایی پایه پُل کاهش می‌یابد. هم‌چنین هرچه سازه پُل سخت‌تر باشد تأثیر اندرکنش بر آن بیشتر است.

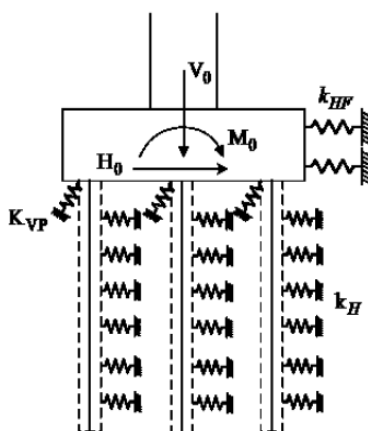
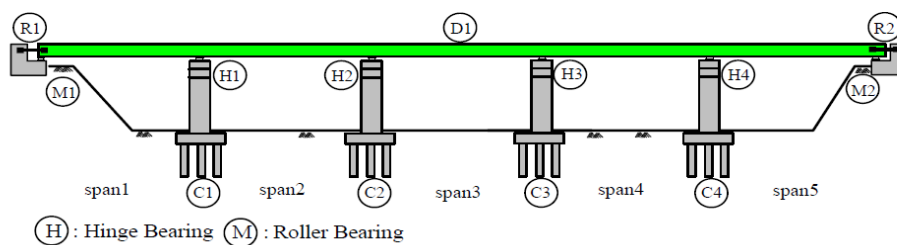


شکل (۵-۱۲): مدل انتخاب شده برای مطالعه اندرکنش خاک - پُل توسط De Carlo et al. (2000)

Lee et al. (2014) نیز با رویکرد تحلیلی و با در نظرگیری حالت حدی رفتار سازه پُل، اثرات

اندرکنش خاک - شمع - سازه را مطالعه کرده‌اند. در هنگام وقوع زلزله‌های شدید، خاک ممکن است رفتارهای پلاستیکی از خود نشان دهد و هم‌چنین شمع‌ها دچار ترک خوردگی، مفصل پلاستیک، حتی شکستگی شوند. بر این اساس این محققین مطابق شکل (۶-۱۲) چندین مدل فنر غیرخطی را

جایگزین خاک نمودند تا شبیه‌سازی مناسبی از رفتار اندرکنش خاک-سازه تحت زلزله قوی داشته باشند. بر اساس مطالعات این محققین هم خاک و هم شمع در زلزله‌های بزرگ رفتار پلاستیک از خود نشان می‌دهند.



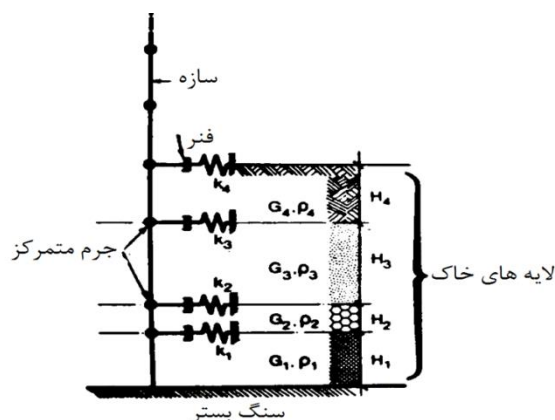
شکل (۱۲-۶): مدل انتخاب شده برای مطالعه اندرکنش خاک - پل توسط Lee et al. (2014)

۱۲-۳- مدل‌سازی فونداسیون و خاک (اندرکنش خاک - شمع)

تعداد زیادی مدل ساده‌شده بر مبنای فرضیه الاستیک خطی و غیرخطی برای شبیه‌سازی اندرکنش خاک - شمع ارائه شده است. در این میان، راهکار ساده‌ای توسط وینکلر ارائه شده است که در آن تغییر شکل هر نقطه از تیر بر بستر الاستیک متناسب با مقدار بار موجود در آن نقطه فرض می‌شود و اثر بارها و تغییر مکان‌های نقاط دیگر نادیده گرفته می‌شود. از مشخصات بارز این مدل رفتار غیر پیوسته است. در واقع این مدل بر این فرض استوار است که تغییر مکان قائم هر نقطه از سطح بستر خاک (W) با مقدار بار وارد شده در همان نقطه (P) نسبت مستقیم داشته و مستقل از بارهای وارد شده بر سیستم در سایر نقاط است. به این ترتیب رابطه بین بار (تنش) و تغییر مکان (نشست) در هر نقطه از سطح بستر به صورت زیر بیان می‌شود:

$$P(x, y) = k_0 W(x, y) \quad (1-12)$$

که در آن k_0 ضریب عکس‌العمل بستر با دیمانسیون نیرو بر واحد حجم است. بر این اساس توده خاک به صورت مجموعه‌ای از فنرهای مستقل با ضریب سختی k_0 در نظر گرفته می‌شود. در این حالت تغییر شکل سطح بستر تنها در محدوده ناحیه بارگذاری شده ایجاد می‌شود و مقدار آن در خارج از این محدوده صفر است. برای تخمین مقدار ضریب عکس‌العمل بستر روابط متعددی توسط محققان ارائه شده است که خلاصه‌ای از این روابط در جدول (۱۳-۲) در فصل بعد ارائه شده است. در مواردی که خاک دارای لایه‌های مختلف باشد، بهتر است از روش تیر برشی با جرم متمرکز و فنر جهت مدل کردن خاک استفاده شود (شکل ۱۲-۷). با انتخاب سختی و میرایی غیرخطی می‌توان از این روش برای تحلیل غیرخطی اندرکنش خاک - سازه نیز استفاده نمود.



شکل (۷-۱۲): مدل تحلیلی برای سازه-شمع-خاک بر مبنای تیر برشی و فنر معادل

Pacheco et al. (2008) روابطی را برای تخمین سختی، میرایی و مشارکت جرمی خاک اطراف

شمع‌ها پیشنهاد نموده‌اند. این روابط بر پایه رفتار خطی خاک و با فرض این که خاک مجموعه‌ای از لایه‌های افقی نامتناهی نازک با جابجایی‌های کم باشد، ارائه شده است. همچنین فرض شده که خاک همگن و همسان و شمع نیز به صورت عمودی با مقطع دایره شکل بوده و بین شمع و خاک هیچ گونه فضای خالی وجود ندارد.

$$K_u \approx K_a - m_a \cdot \omega^2 + iC_a \cdot \omega \quad (۲-۱۲)$$

$$K_a = G \cdot \pi \cdot \alpha_K \quad (۳-۱۲)$$

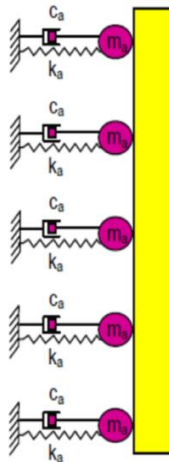
$$m_a = \pi \cdot r_0^2 \cdot \rho \cdot \alpha_m \quad (۴-۱۲)$$

$$C_a = \pi \cdot r_0 \cdot V_s \cdot \rho \cdot \alpha_c \quad (۵-۱۲)$$

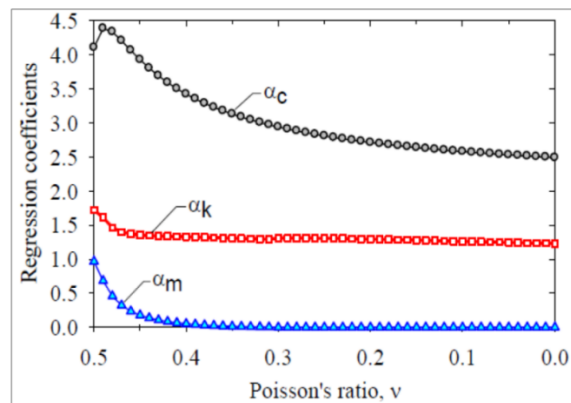
که در آن K_u سختی دینامیکی افقی خاک، m_a مشارکت جرمی خاک، K_a و C_a به ترتیب

ضرایب سختی و میرایی، ω فرکانس زاویه ای ارتعاش، G مدول برشی خاک، r_0 شعاع فونداسیون،

سرعت موج برشی در خاک، ρ چگالی خاک و α_K ، α_m و α_c ضرایبی هستند که از شکل (۱۲)-۹ قابل استخراج هستند.



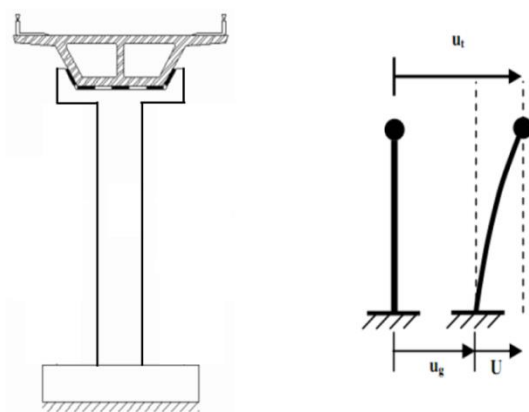
شکل (۱۲-۸): نمایی از مدل تحلیلی ارائه شده برای خاک-شمع توسط Pacheco et al. (2008)



شکل (۱۲-۹): نتایج مطالعات Pacheco et al. (2008)

۱۲-۴- تحلیل اندرکنش خاک-سازه با استفاده از مدل فنر و میراگر معادل

مدل‌های فنر و میراگر معادل هم برای تحلیل سیستم‌های اجزاء مجزا و هم برای سیستم‌های پیوسته که به طور معمول با اجزاء محدود حل می‌شوند، کارایی دارند. در این جا مدل‌سازی پل با تاکید بر مدل‌های پارامتر متمرکز و یا اجزاء مجزا بیان می‌شود. ساده‌ترین مدل در این مورد مشتمل بر یک سیستم یک درجه آزادی است که در شکل (۱۰-۱۲) نمایش داده شده است. این مدل برای سازه‌های پیچیده و پل‌های چنددهانه از دقت لازم برخوردار نیست.



شکل (۱۰-۱۲): (راست): سیستم ایده آل‌سازی شده یک درجه آزادی نماینده پل نشان داده شده در شکل (چپ)

در یک تحلیل کامل، می‌بایست ابتدا مدل تحلیلی سازه پل و فونداسیون ایجاد شده و ماتریس‌های جرم، سختی و میرایی هر یک نوشته شود. پس از تلفیق ماتریس‌های فوق و تشکیل ماتریس‌های جرم، سختی و میرایی برای کل سیستم و با استفاده از معادله تعادل دینامیکی در فضای زمان (معادله ۱۲-۶) و یا فضای فرکانس (معادله ۱۲-۷) می‌توان مقادیر جابجایی، سرعت و شتاب را در درجات

آزادی مورد نظر به دست آورد. علاوه بر این می‌توان با استفاده از آنالیز مودال فرکانس‌های طبیعی سیستم را محاسبه نمود.

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = P(t) \quad (۶-۱۲)$$

$$(-\omega^2 M + i\omega C + K)u = P(\omega) \quad (۷-۱۲)$$

شمع‌ها و خاک دارای جرم، سختی و میرایی هستند. برای مدل‌سازی شمع هر دو روش پارامترهای متمرکز و پیوسته کارایی دارند. در روش جرم‌های متمرکز، جرم کل شمع به صورت متمرکز در نقاطی در طول آن جایگزین می‌شود که هرچه تعداد آن‌ها بیشتر و فواصل بینشان کمتر باشد دقت حل بیشتر خواهد شد. اما در روش معادل‌سازی سازه شمع با المان تیر با جرم پیوسته، برای به دست آوردن ماتریس‌های جرم، سختی و میرایی نیاز به تعریف توابع شکلی متناسب با درجات آزادی در نظر گرفته شده برای شمع است. در شکل (۷-۱۲) مدل‌سازی شمع با جرم‌های متمرکز و در شکل (۸-۱۲) با جرم پیوسته نشان داده شده است.

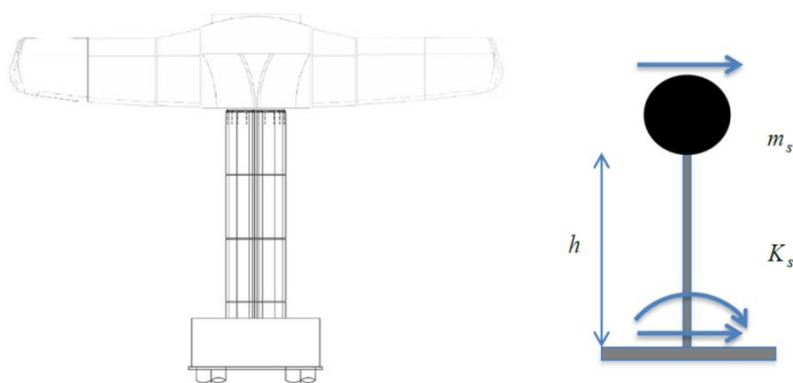
Shirgir et al. (2016) یک مدل تحلیلی برای پل‌های تک پایه با وجود گروه شمع ارائه نمودند که در آن اثرات اندرکنش خاک و سازه هم منظور شده است. در شکل (۱۱-۱۲) مدل تحلیلی مذکور با ۵ درجه آزادی نمایش داده شده که یک درجه مربوط به عرشه پل، دو درجه پی و دو درجه برای انتهای شمع است. برای جرم پیوسته با استفاده از اصل کار مجازی، ماتریس سختی، جرم و میرایی المان شمع به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$[K_{pile}] = \int_0^L EI[\varphi''(x)]^T[\varphi''(x)]dx + \int_0^L Ka[\varphi(x)]^T[\varphi(x)]dx \quad (۸-۱۲)$$

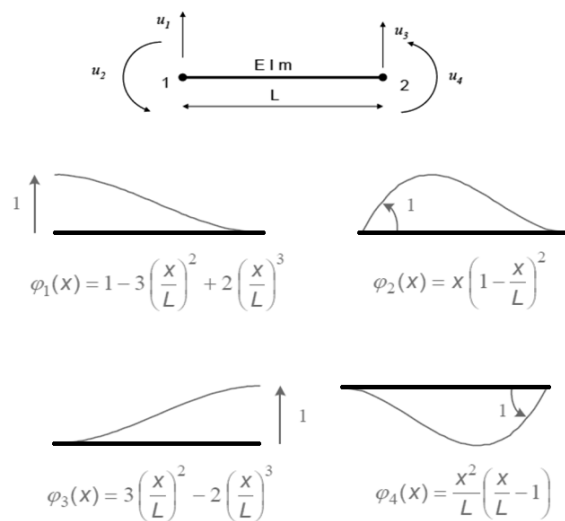
$$[M_{pile}] = \int_0^L \rho A[\varphi(x)]^T[\varphi(x)]dx \quad (۹-۱۲)$$

$$[C_{pile}] = \int_0^L c[\varphi(x)]^T[\varphi(x)]dx \quad (۱۰-۱۲)$$

که در آن $\varphi(x)$ بردار تابع شکل، K_a ضریب سختی فنر و C میرایی خاک در طول شمع است. توابع شکل مورد نظر در شکل (۱۲-۱۲) نمایش داده شده‌اند.

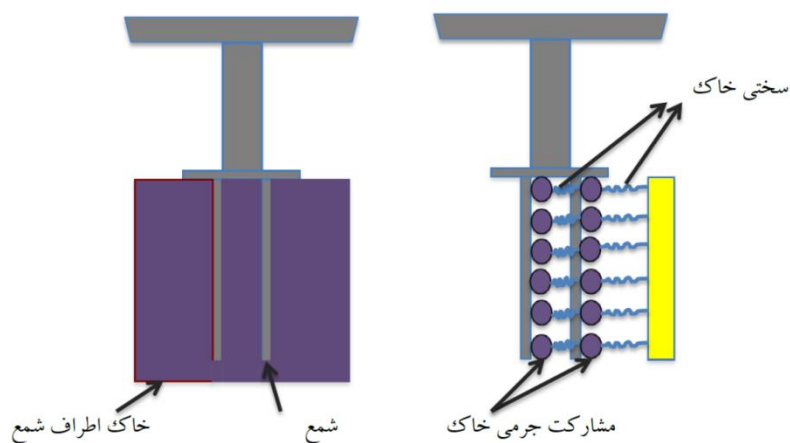


شکل (۱۲-۱۱): مدل‌سازی سازه پل با جرم متمرکز در سیستم سه درجه آزادی



شکل (۱۲-۱۲): توابع شکل در نظر گرفته شده برای چهار درجه آزادی شمع

البته از آنجا که به طور معمول فونداسیون پل‌ها بر روی گروه شمع قرار می‌گیرد و با توجه به این که سختی شمع‌ها در یک گروه شمع در ارتعاش با یکدیگر جمع می‌شوند، می‌توان سختی آن‌ها را برای یک گروه با هم جمع نمود. به همین صورت برای ماتریس جرم و میرایی نیز عمل می‌شود. برای محاسبه سختی و میرایی شمع‌ها می‌توان از روش‌های بیان‌شده در فصل اندرکنش خاک-شمع-سازه نیز استفاده نمود.



شکل (۱۲-۱۳): مدل‌سازی اثر خاک در تحلیل لرزه ای پل‌ها

• مدل‌سازی کلاهیک شمع‌ها

برای محاسبه سختی ناشی از کلاهیک شمع‌ها می‌توان از روابط پیشنهادی لیسمر که در فصل روش فنر و میراگر معادل استفاده نمود:

$$K_v = \frac{4Gr}{1-\mu} ; K_h = \frac{8Gr}{2-\mu} ; k_\phi = 5.3Gr^3 ; K_\theta = \frac{8Gr^3}{3(1-\mu)} ; \quad (11-12)$$

$$K_{\theta h} = \frac{0.56Gr^2}{(2-\mu)}$$

$$C_v = \frac{3}{1-\mu} \rho V_s r^2 ; C_h = \frac{4.6}{z-\mu} \rho V_s r^2 ; C_\varphi = 0.8 \rho V_s r^4 ; C_\theta = \frac{0.4}{1-\mu} \rho V_s r^4 ; C_{\theta h} = \frac{0.4}{z-\mu} \rho V_s r^3 \quad (12-12)$$

در مطالعات یادشده، برای محاسبه سختی ناشی از حضور کلاهک شمع‌ها از روابط زیر برای درجات آزادی گهواره‌ای و افقی کلاهک گروه شمع استفاده شده است.

$$K_{U_2} = \frac{8G_{soil}r}{2-\nu_{soil}}$$

$$K_{U_3} = \frac{8G_{soil}r^3}{3(1-\nu_{soil})}$$

$$K_{U_{23}} = \frac{0.56G_{soil}r^2}{2-\nu_{soil}}$$

r : شعاع معادل کلاهک مربعی برای هر درجه آزادی

$$r_{U_2} = \frac{a}{\sqrt{\pi}}$$

$$r_{U_3} = \sqrt[4]{\frac{a^4}{3\pi}}$$

$$r_{U_{23}} = \frac{a}{\sqrt{\pi}}$$

a : طول ضلع کلاهک مربعی گروه شمع

بنابراین ماتریس سختی فنرهای معادل خاک برای کلاهک شمع به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$[K_{cap}] = \begin{bmatrix} K_{U_2} & K_{U_{23}} \\ K_{U_{32}} & K_{U_3} \end{bmatrix}$$

$$[K_{cap}] = \begin{bmatrix} \frac{8(G_{soil})r}{2-\nu_{soil}} & \frac{0.56(G_{soil})r^2}{2-\nu_{soil}} \\ \frac{0.56(G_{soil})r^2}{2-\nu_{soil}} & \frac{8(G_{soil})r^3}{3(1-\nu_{soil})} \end{bmatrix}$$

لازم به ذکر است که اغلب برای کلاهک از مدل بدون جرم استفاده می‌شود.

• مدل‌سازی پایه پل و عرشه

برای تحلیل رفتار لرزه‌ای پل‌ها با در نظرگیری اندرکنش خاک-سازه بهتر است از مدلی ساده و در عین حال واقع‌گرایانه و کارآمد استفاده شود. در بررسی رفتار لرزه‌ای مقطع عرضی پل می‌توان یک پایه از پل را به صورت شکل (۱۱-۱۲) مدل‌سازی نمود. در این مدل جرم پایه پل نسبت به جرم عرشه کوچک بوده و قابل صرف نظر کردن است. لذا جرم عرشه به صورت یک جرم متمرکز m_s مدل‌سازی و با میله‌ای بدون جرم به سختی K_s و ارتفاع h به کلاهک و گروه شمع متصل می‌شود. اگر دو درجه آزادی دورانی و حرکت افقی در پایین پایه پل را منطبق بر دو درجه آزادی بالای گروه شمع بدانیم، با بهره‌گیری از روش شیب-افت خواهیم داشت:

$$[K_s] = \begin{bmatrix} K_s & -K_s & -K_s h \\ -K_s & K_s h & K_s h \\ -K_s h & K_s h & K_s h^2 \end{bmatrix} \quad (۱۳-۱۲)$$

$$[M_s] = \begin{bmatrix} m_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (۱۴-۱۲)$$

با تشکیل ماتریس جرم، سختی و میرایی مربوط به سازه پل و افزودن آن‌ها به ماتریس‌های مذکور برای سیستم شمع-خاک-کلاهک، ماتریس جرم، سختی و میرایی کل سیستم به دست می‌آید. لازم به ذکر است که اگر تحلیل لرزه‌ای پل در راستای طولی مد نظر باشد ممکن است در صورت طولی بودن پل سیستم تحت اثر تحریک‌های غیر یکنواخت لرزه‌ای قرار بگیرد که مبانی و معادلات مربوط به آن در فصل تحلیل اندرکنش خاک و سازه به روش زیرسازه آورده شده است. مقایسه نتایج مدل تحلیلی پیشنهاد شده توسط Shirgir et al. (2016) و مطالعات موردی سایر محققین در جدول (۱-۱۲) آمده است. مدل پیشنهادی دارای ۵ درجه آزادی است که یک درجه حرکت افقی سازه، دو درجه مربوط به حرکت افقی و دوران در پی (سرشمع) و دو درجه دیگر حرکت افقی و دوران در انتهای شمع‌ها است. در این روابط تعداد شمع در گروه معادل $n \times n$ است. در نهایت ماتریس سختی و ماتریس جرم در مدل پیشنهادی به صورت زیر است:

$$[K] = \begin{bmatrix} K_s & -K_s & -K_s h & 0 & 0 \\ -K_s & \frac{12n^2 EI}{L^3} + \frac{13nk_a L}{35} + K_s h & \frac{6n^2 EI}{L^2} + \frac{11nk_a L^2}{210} + K_s h & -\frac{12n^2 EI}{L^3} + \frac{9nk_a L}{70} & \frac{6n^2 EI}{L^2} - \frac{13nk_a L^2}{420} \\ -K_s h_s & \frac{6n^2 EI}{L^2} + \frac{11nk_a L^2}{210} + K_s h & \frac{4n^2 EI}{L} + \frac{nk_a L^3}{105} + K_s h^2 & -\frac{6n^2 EI}{L^2} + \frac{13nk_a L^2}{420} & \frac{2n^2 EI}{L} - \frac{nk_a L^3}{140} \\ 0 & -\frac{12n^2 EI}{L^3} + \frac{9nk_a L}{70} & -\frac{6n^2 EI}{L^2} + \frac{13nk_a L^2}{420} & \frac{12n^2 EI}{L^3} + \frac{13nk_a L}{35} & -\frac{6n^2 EI}{L^2} - \frac{11nk_a L^2}{210} \\ 0 & \frac{6n^2 EI}{L^2} - \frac{13nk_a L^2}{420} & \frac{2n^2 EI}{L} - \frac{nk_a L^3}{140} & -\frac{6n^2 EI}{L^2} - \frac{11nk_a L^2}{210} & \frac{4n^2 EI}{L} + \frac{nk_a L^3}{105} \end{bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} m_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{13}{35} \bar{m} L & \frac{11}{210} \bar{m} L^2 & \frac{9}{70} \bar{m} L & -\frac{13}{420} \bar{m} L^2 \\ 0 & \frac{11}{210} \bar{m} L^2 & \frac{1}{105} \bar{m} L^3 & \frac{13}{420} \bar{m} L^2 & -\frac{1}{140} \bar{m} L^3 \\ 0 & \frac{9}{70} \bar{m} L & \frac{13}{420} \bar{m} L^2 & \frac{13}{35} \bar{m} L & -\frac{11}{210} \bar{m} L^2 \\ 0 & -\frac{13}{420} \bar{m} L^2 & -\frac{1}{140} \bar{m} L^3 & -\frac{11}{210} \bar{m} L^2 & \frac{1}{105} \bar{m} L^3 \end{bmatrix}$$

$$\bar{m} = n^2 \rho_{pile} \times A_{pile} + n^2 A_{pile} \times \rho_{soil} \times \alpha_m$$

$$\bar{m} = n^2 A_{pile} (\rho_{pile} + \alpha_m \rho_{soil})$$

جدول (۱-۱۲): مقایسه نتایج رابطه تحلیلی Shirgir et al. (2016) و مطالعات موردی سایر محققین

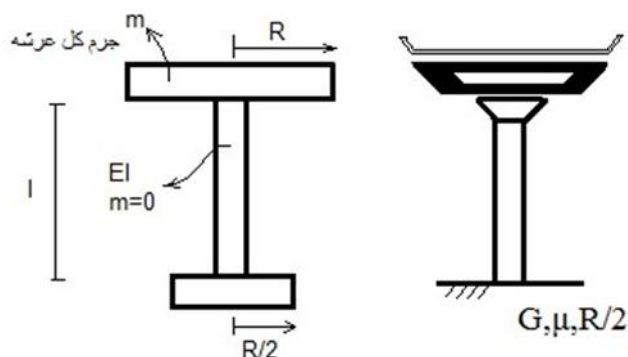
Bridge*	m_s (Kg)	S (N/m)	h_s (m)	G_{Soil} (Pa)	EI_{Pile} (N/m ²)	L_{Pile} (L)	T_e^+ (Sec)	$T_{ApproximateEquation}$ (Sec)
Dumbarton Bridge in California Fenves et al. (1992)	550,000	3.0E+08	16	1.4E+07	6.10E+06	13	1.6	1.6350
Northwest Connector in California Fenves and Desroches (1994)	280,000	2.0E+08	17	2.1E+08	1.40E+06	15	0.55	0.3111
Painter Street Bridge in California Makris et al. (1994)	250,000	1.2E+08	6	1.0E+08	1.60E+06	7.62	0.27	0.4653
Meloland Road Overpass in California Werner et al. (1987)	364,000	1.0E+08	7.95	1.0E+08	1.68E+07	15.2	0.4	0.4191
Ohba-Ohashi Road Bridge in Japan Ohira et al. (1984)	550,000	1.7E+07	10	1.1E+07	1.77E+08	22	1.3	1.1920
Landing Road Bridge in New Zealand Berrill et al. (2001)	210,000	2.5E+08	6	8.2E+07	4.27E+07	9	0.4	0.3892
Yachiyo Bridge in Japan Hamada (1992)	200,000	6.0E+07	9	5.5E+07	7.95E+06	11	1.1	0.4921
Hanshin Expressway in Kobe – Japan Gazetas and Mylonakis (1998)	1,100,000	2.0E+09	11.25	7.6E+07	9.82E+08	15	0.7	0.6390

⁺ Equivalent period of vibration of the structure and soil.

مسائل حل شده فصل دوازدهم:

مسئله (۱۲-۱): برای پل یک پایه شکل مقابل، فرکانس ارتعاش آزاد سیستم خاک سازه ($\tilde{\omega}$) را

محاسبه کنید. پی قابلیت ارتعاش افقی و دورانی دارد.



- راهنمایی ۱: برای محاسبه $\tilde{\omega}$ از رابطه Wolf (1985) که به صورت زیر است، استفاده کنید:

$$\frac{1}{\tilde{\omega}^2} = \frac{1}{\omega_s^2} + \frac{1}{\omega_\theta^2} + \frac{1}{\omega_h^2}$$

- راهنمایی ۲: برای محاسبه ω_s از روش رایلی استفاده کنید. تابع جابجایی سازه را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\psi(x) = 1 - \cos\left(\frac{\pi x}{2l}\right)$$

حل: برای محاسبه ω_s لازم است M^*K^* محاسبه گردد.

الف) محاسبه جرم (M^*): جرم معادل شامل اثر جرم عرشه و اثر اینرسی دورانی عرشه است. از جرم پایه هم صرف‌نظر شده است.

$$M^* = \sum_i m_i \{\psi(x_i)\}^2 + \sum_i I_{oi} \{\psi'(x_i)\}^2$$

$$m_i = m, \quad \psi(x_i) = 1 - \cos\left(\frac{\pi l}{2l}\right) = 1 - 0 = 1$$

$$I_0 = \frac{1}{4} m R^2, \quad \psi' = \frac{\pi}{2l} \sin\left(\frac{\pi x}{2l}\right)$$

$$\text{for } x = l \rightarrow \psi' = \frac{\pi}{2l} \rightarrow M^* = m \left\{ 1 + \frac{\pi^2 R^2}{16l^2} \right\}$$

ب) محاسبه سختی K^* : سختی معادل شامل سختی خمشی پایه و کاهش سختی ناشی از اثر نیروی محوری است. اگر فرض کنیم نیروی محوری در پایه معادل $S = mg$ است، داریم:

$$K^* = \int_0^l EI \{\psi''(x)\}^2 dx - S \int_0^l \{\psi'(x)\}^2 dx$$

$$\psi'' = \frac{\pi^4}{16l^4} \left(\cos \frac{\pi x}{2l} \right), \quad (\psi')^2 = \frac{\pi^2}{4l^2} \sin^2 \frac{\pi x}{2l},$$

$$K^* = \frac{\pi^4 EI}{32l^3} - \frac{mg\pi^2}{8l}$$

ج) محاسبه ω_s

$$\omega_s = \sqrt{\frac{K^*}{M^*}} = \sqrt{\frac{\frac{\pi^4 EI}{32l^3} - \frac{mg\pi^2}{8l}}{m \left\{ 1 + \frac{\pi^2 R^2}{16l^2} \right\}}}$$

د) محاسبه $\tilde{\omega}$

$$\omega_h = \sqrt{\frac{K_h}{m}} \quad , \quad \omega_\theta = \sqrt{\frac{K_\theta}{mh^2}}$$

$$K_h = \frac{8Gr}{2-\mu}$$

$$K_\theta = \frac{8Gr^3}{3-\mu}$$

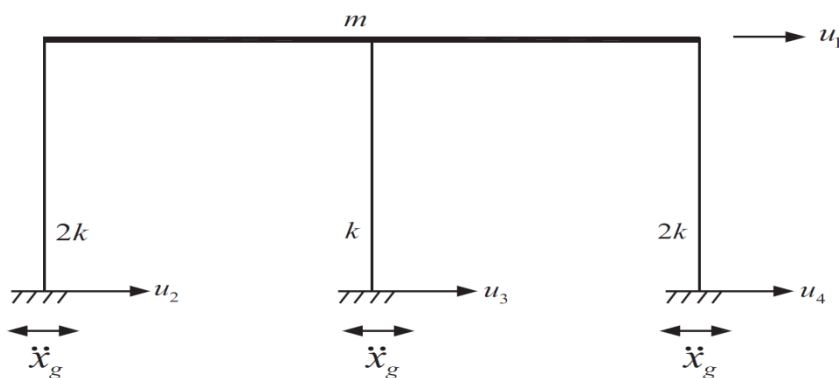
با جاگذاری مقادیر بالا در رابطه زیر فرکانس سیستم به دست خواهد آمد.

$$\frac{1}{\bar{\omega}^2} = \frac{1}{\omega_s^2} + \frac{1}{\omega_\theta^2} + \frac{1}{\omega_h^2}$$

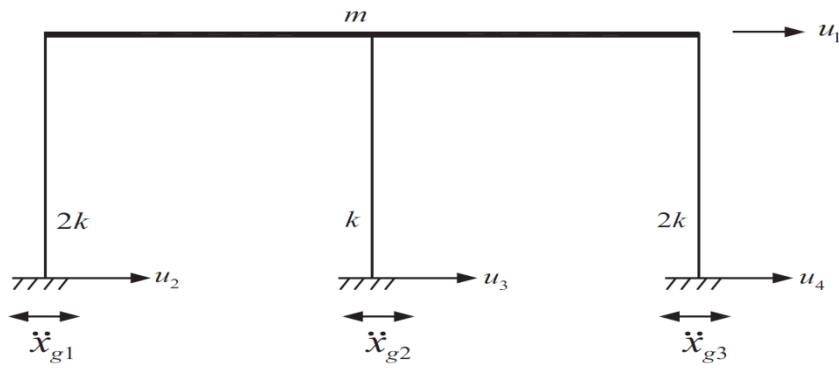
- نکته : می‌توانید این مسأله را با روش آنالیز ماتریسی هم حل کنید. برای این منظور سازه را دارای سه درجه آزادی فرض کنید. یک درجه حرکت افقی سازه و دو درجه دیگر حرکت افقی و دورانی پی است. در این صورت یک ماتریس درجه سه برای سیستم به دست خواهد آمد که از حل آن سه فرکانس ω_1 و ω_2 و ω_3 حاصل می‌شود.

مسائل حل نشده فصل دوازدهم:

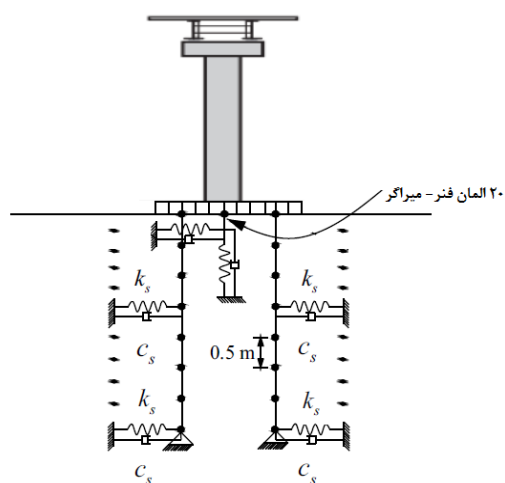
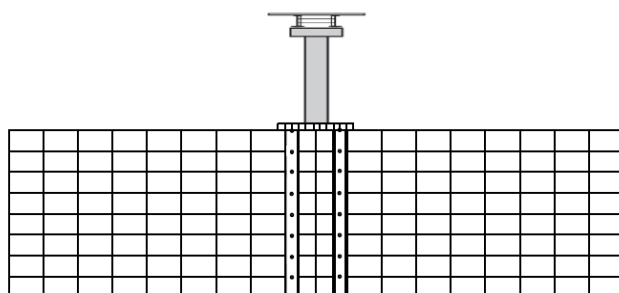
۱. پل دو دهانه نشان داده شده در شکل بر پی‌های دایره‌ای مجزا به قطر ۱ متر بنا شده است. خاک زیر پی دارای سرعت موج برشی $V_s=100 \text{ m/sec}$ و جرم حجمی $\rho=1700 \text{ kg/m}^3$ است. پاسخ تغییر مکان u_1 را با استفاده از روش زیرسازه به دست آورید. جرم هر پی برابر $m/10$ و سختی‌ها $k=5k_s$ است که k_s بخش حقیقی تابع امپدانس درجه آزادی افقی پی است و $k/m=100(\text{rad/sec})^2$ است. برای تحریک لرزه‌ای رکورد زلزله السترو را در نظر بگیرید.



۲. مسئله فوق را با فرض تأخیر زمانی ۵ ثانیه‌ای رکورد ورودی برای پایه‌های دوم و سوم حل کنید و پاسخ‌ها را مقایسه نمایید.



۳. پایه پل نشان داده شده در شکل بر روی یک گروه شمع چهارتایی به ارتفاع ۱۰ متر و قطر ۱ متر بر روی کلاهک مربعی به بعد ۵ متر قرار گرفته است. خصوصیات خاک مشابه مسئله ۱ است. با جایگزینی خاک توسط فنر و میراگر مطلوب است محاسبه: الف) تابع امپدانس کلاهک شمع‌ها ب) تغییر مکان عرشه پل و برش پایه کلاهک. برای وزن عرشه و سختی پایه مقادیر معقولی را فرض کنید.



۴. برای مسئله فوق با در نظرگیری امکان حرکت افقی و چرخش پی و حرکت افقی عرشه به روش آنالیز مودال فرکانس‌های طبیعی سیستم را به دست آورید.

فصل سیزدهم

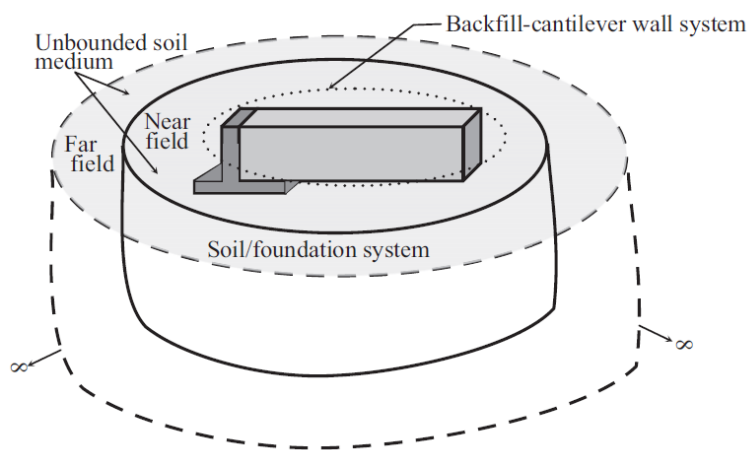
تحلیل لرزه‌ای دیوارهای حائل

۱-۱۳- مقدمه

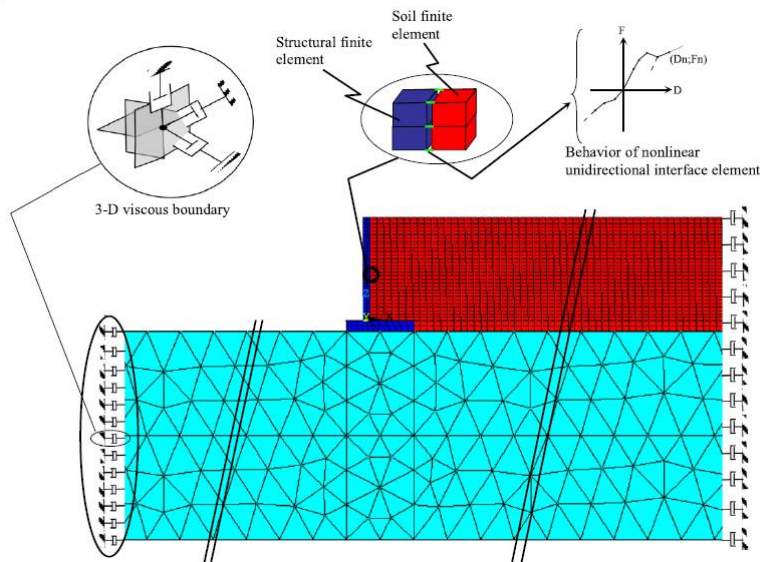
در دیوارهای حائل، خاک پشت دیوار و خاک زیر دیوار هر دو در اندرکنش با سازه (دیوار) هستند. موضوع تحلیل استاتیکی دیوارهای حائل در مباحث مهندسی پی به خوبی بیان شده است. با این حال در مورد تحلیل لرزه‌ای این سازه‌ها اغلب به ارائه راه‌کار ساده تعادل حدی اکتفا شده است. این در حالی است که راه‌کار تعادل حدی در برخی موارد پاسخ مناسبی برای مسئله به دست نمی‌دهد و از سوی دیگر راجع به وضعیت تغییرشکل‌ها نیز نمی‌تواند اظهار نظر کرد. به طور کلی تحلیل دیوارهای حائل به یکی از دو روش زیر امکان‌پذیر است:

- روش‌های عددی
- روش‌های تحلیلی

در فصل‌های قبل روش‌های عددی مورد اشاره واقع شد. در شکل (۱-۱۳) تحلیل سه بُعدی دیوار حائل با در نظرگیری اثرات اندرکنش خاک و سازه نمایش داده شده است. همچنین در شکل (۲-۱۳) مدل اجزاء محدود دو بُعدی برای دیوار حائل با در نظرگیری خاک پشت و زیر دیوار آورده شده است. در این حالت از المان‌های فصل مشترک بین دیوار و خاک استفاده شده است. همچنین دوطرف مدل توسط المان‌های میراگر مرزبندی شده است.



شکل (۱-۱۳): تحلیل سه بعدی دیوار حائل با در نظرگیری اثرات اندرکنش خاک و سازه



شکل (۲-۱۳): تحلیل عددی دو بعدی دیوار حائل با در نظرگیری خاک پشت و زیر دیوار

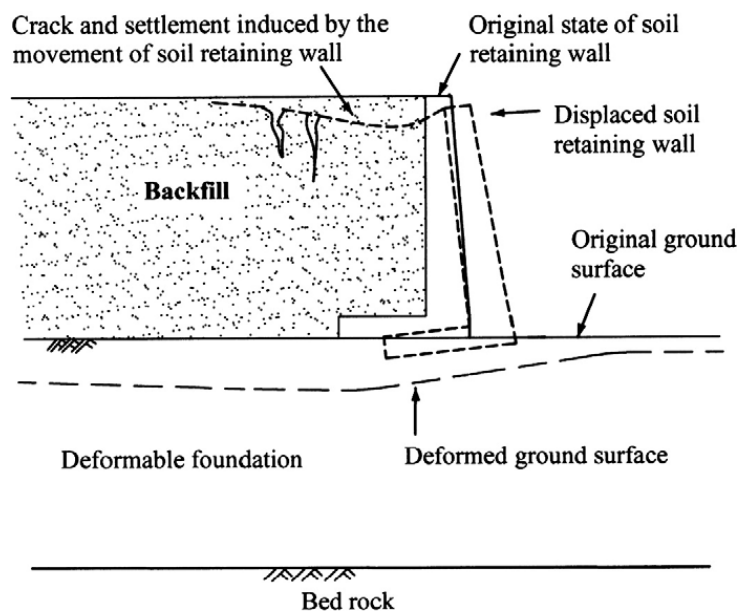
روش‌های تحلیلی نیز خود به چند دسته زیر تقسیم می‌شوند:

- روش‌های تعادل حدی
- روش‌های آنالیز حدی
- روش‌های مبتنی بر حل معادله دیفرانسیل ارتعاش تیر
- روش‌های مبتنی بر مدل‌سازی با اجزاء متمرکز^۱ (اجزاء میز)

برخی از روش‌های ذکر شده فقط به ضریب اطمینان پایداری دیوار توجه دارند و برخی دیگر تغییر مکان آن را برآورد می‌نمایند. در هر روش دیوار ممکن است صلب و یا انعطاف‌پذیر باشد. شرح کامل همه روش‌های فوق نیازمند نوشتار مستقل است و در یک فصل نمی‌گنجد. با این حال تلاش می‌شود که به اختصار مباحث کلیدی مربوط به هر یک از روش‌های تحلیلی ارائه گردد. در شکل (۳-۱۳) تغییر شکل یک دیوار صلب بر روی پی انعطاف‌پذیر نمایش داده شده است.

^۱Lumped Element Model

^۲Discrete Element



شکل (۱۳-۳): تغییر مکان دیوار حائل صلب ساخته شده بر پی انعطاف‌پذیر

۱۳-۲- روش‌های تعادل حدی

تعادل حدی بر ارضاء معادلات تعادل نیروها و لنگرها در یک محیط صلب استوار است و در آن هیچ توجهی به انعطاف‌پذیری جسم و تغییر شکل‌های آن نمی‌شود. با این وجود از این روش در سطح وسیعی برای طراحی دیوارهای حائل و سازه‌های نگهدارنده استفاده می‌شود. در یک دسته‌بندی کلی می‌توان روش‌های مبتنی بر تعادل حدی را به سه دسته زیر تقسیم کرد:

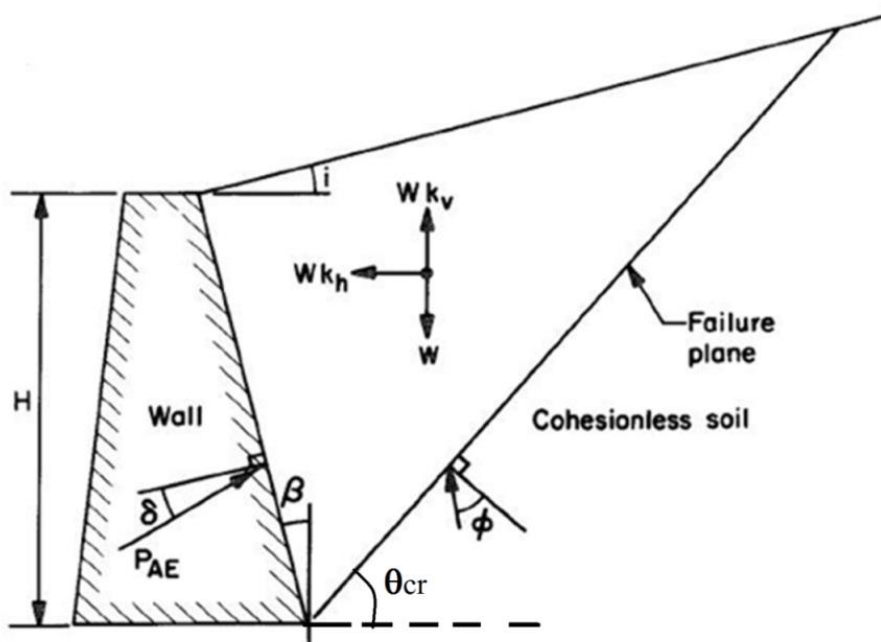
- تعادل حدی بلوک صلب (روش کولمب، روش مونونوبه - اکابه)
- تعادل حدی بر مبنای قطعات افقی
- بلوک لغزشی نیومارک

در هر سه دسته از روش‌های یادشده فقط تعادل نیروها و لنگرها مورد بررسی واقع می‌شود و هیچ‌گاه معادلات هم‌سازی تغییرشکل‌ها نوشته نمی‌شود. با این حال، در روش بلوک لغزشی نیومارک پس از محاسبه شتاب تسلیم بر اساس تعادل حدی، می‌توان تغییر مکان ماندگار جسم صلب در حین زلزله را با ترفندی تخمین زد. در ادامه به اختصار این روش‌ها مورد بحث واقع می‌شود.

۱۳-۲-۱- تعادل حدی بلوک صلب

روش تعادل بلوک صلب ابتدا توسط کولمب برای محاسبه فشار فعال بر دیوار حائل مورد استفاده واقع شد و در سال‌های گذشته به صورت سنتی برای تحلیل استاتیکی و شبه استاتیکی بسیاری از دیوارهای حائل مورد استفاده واقع شده است. از سوی دیگر رابطه معروف مونونوبه-اکابه (Mononobe and Matsuo, 1929; Okabe, 1926) برای محاسبه فشار فعال در حالت لرزه‌ای نیز بر اساس تعادل حدی برای یک گوه صلب نوشته شده است. در جدول (۱-۱۳) رابطه کولمب برای محاسبه فشار فعال استاتیکی (P_a) و رابطه مونونوبه-اکابه برای محاسبه فشار فعال در حالت شبه استاتیکی (P_{ae}) ارائه شده است. علاوه بر فشار فعال، زاویه گوه گسیختگی هم با استفاده از این روش قابل محاسبه است.

برای محاسبه زاویه گوه گسیختگی (θ_{cr}) در حالت شبه استاتیکی باید $\frac{\partial P_{ae}}{\partial \theta}$ برابر صفر قرار داده شود. در این مورد، اولین بار ضرابی - کاشانی (Zarrabi-Kashani, 1979) توانست رابطه‌ای ارائه نماید که به صورت نه‌چندان ساده‌ای زاویه گوه گسیختگی در شرایط زلزله را به دست می‌داد. جزئیات رابطه این محقق در کتاب ژئوتکنیک لرزه‌ای نوشته کرامر (Kramer, 1996) بیان شده است. پس از او روابط دیگری با شکل مشابه رابطه اولیه ارائه شده است که نمونه‌ای از آن در جدول (۱-۱۳) آمده است. نحوه اثبات و جزئیات این روابط در پیوست کتاب ژئوتکنیک لرزه‌ای نوشته توهااتا (Towhata, 2008) ارائه شده است.



شکل (۴-۱۳): نیروهای وارد بر گوه در حالت زلزله با فرض تحلیل شبه استاتیکی

جدول (۱۳-۱): چهار رابطه اصلی در محاسبه فشار فعال و زاویه گوه گسیختگی به روش تعادل حدی

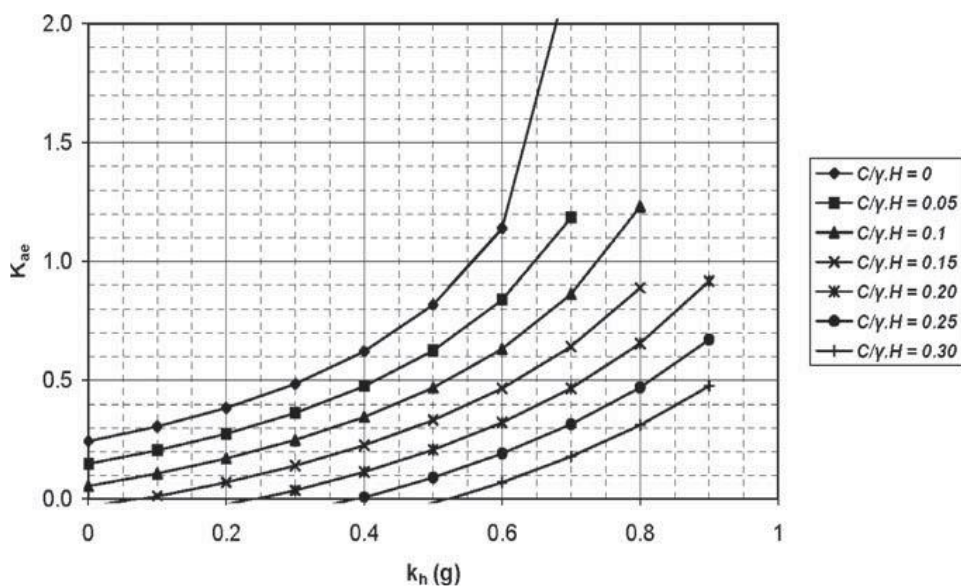
(Towhata, 2008)

$P_a = \frac{\gamma H_s^2}{2} \frac{\cos^2(\phi - \beta)}{\cos(\delta + \beta) \left\{ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi - i)}{\cos(\delta + \beta) \cos(i - \beta)}} \right\}^2}$	رابطه کولمب برای شرایط استاتیکی
$\cot(\theta_{cr} - i) = -\tan(\beta - i + \delta + \phi) + \frac{1}{\cos(\beta - i + \delta + \phi)} \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \cos(\beta + \delta)}{\cos(\beta - i) \sin(\phi - i)}}$	زاویه گوه گسیختگی (استاتیکی)
$P_{ae} = \frac{\gamma H_s^2}{2} \frac{(1 - K_v) \cos^2(\phi - \beta - \psi)}{\cos\psi \cos(\delta + \beta + \psi) \left\{ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi - i - \psi)}{\cos(\delta + \beta + \psi) \cos(i - \beta)}} \right\}^2}$	رابطه مونونوبه-اکابه برای شرایط شبه استاتیکی
$\cot(\theta_{cr,e} - i) = -\tan(\beta - i + \delta + \phi) + \frac{1}{\cos(\beta - i + \delta + \phi)} \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \cos(\beta + \psi + \delta)}{\cos(\beta - i) \sin(\phi - i - \psi)}}$	زاویه گوه گسیختگی (شبه استاتیکی)

در شکل (۱۳-۴) مشخصات دیوار حائل مورد نظر نشان داده است. همان گونه که دیده می شود، فونداسیون دیوار مدل سازی نشده است. در نظرگیری یک فونداسیون صلب برای دیوار منجر به جابه جا شدن صفحه گسیختگی خواهد شد. همچنین از چسبندگی خاک صرف نظر شده است و خاک پشت دیوار هم فاقد سربار و مسلح کننده است. هر یک از عوامل ذکر شده می تواند تاثیر قابل توجهی در فشار فعال خاک داشته باشد. در روابط جدول (۱۳-۱) زاویه اصطکاک داخلی خاک با ϕ نمایش داده شده است و مشخصه ψ نیز به صورت زیر تعریف می شود:

$$\psi = \arctan \frac{K_h}{1 - K_v}$$

در سال‌های اخیر تلاش شده است که به نحوی اثر چسبندگی خاک در رابطه مونونویه - اکابه وارد شود. در همین راستا (NCHRP-611, 2008) گراف‌هایی را برای خاک‌های c و ϕ دار ارائه کرده است که در آن‌ها با افزایش چسبندگی خاک فشار فعال وارد بر دیوار کاهش می‌یابد. نمونه‌ای از این گراف‌ها برای خاک با $\phi = 35^\circ$ درجه در شکل (۱۳-۵) نمایش داده شده است. در این شکل اثر شیب خاکریز پشت دیوار و همچنین اصطکاک بین خاک و دیوار دیده نشده است.



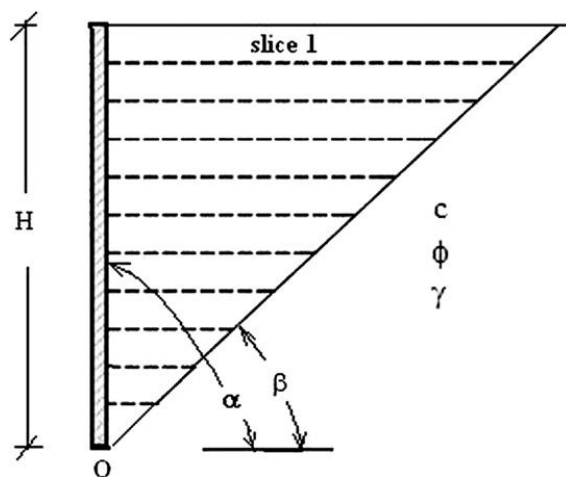
شکل (۱۳-۵): ضریب فشار فعال برای دیوارهای با خاکریز چسبنده - اصطکاکی (NCHRP-611, 2008)

۱۳-۲-۲- روش قطعات افقی

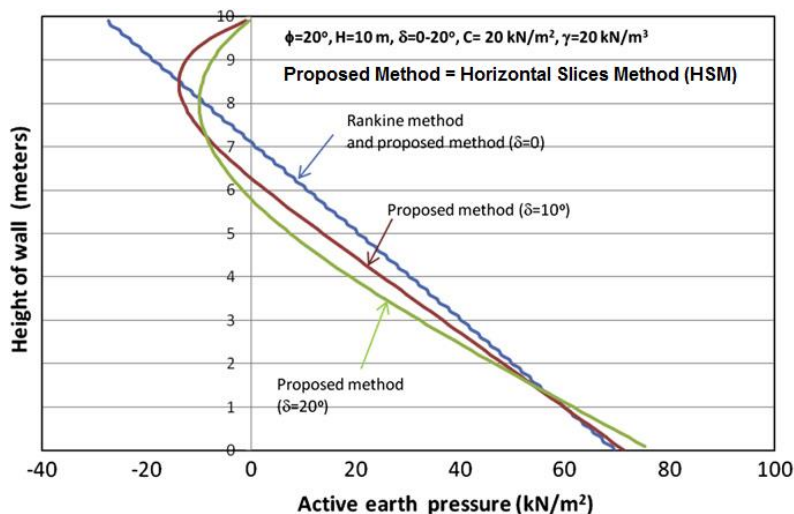
روش قطعات افقی تاکنون برای محاسبه پایداری شیروانی‌ها و همچنین برآورد فشار فعال خاک بر دیوارهای حائل استفاده شده است. اساس این روش بر تجزیه بلوک صلب به تعداد زیادی قطعه افقی است و به جای آن که معادلات تعادل فقط برای یک بلوک نوشته شود، برای همه قطعات افقی نوشته خواهد شد. بنابراین فشار فعال را با دقت بیشتری محاسبه می‌کند. در شکل (۱۳-۶) نمونه‌ای از تجزیه بلوک صلب به قطعات افقی نشان داده شده است. در مجموع می‌توان امتیازات زیر را برای روش قطعات افقی نسبت به روش بلوک صلب (کولمب) برشمرد:

۱. قطعات افقی قادر است که علاوه بر فشار فعال و زاویه گوه گسیختگی، توزیع فشار فعال در ارتفاع دیوار را هم به دست دهد. این مسئله از امتیازات قابل توجه این روش است و سایر راهکارها نظیر رانکین و کولمب به ندرت می‌توانند توزیع مناسب فشار فعال را به دست دهند. بر همین اساس اغلب به طور تقریبی از توزیع خطی استفاده می‌کنند. در شکل (۱۳-۷) توزیع فشار فعال بر یک دیوار بر اساس تئوری رانکین با قطعات افقی مورد مقایسه قرار گرفته است. دقت در مقدار فشار جانبی در سطح زمین این نکته را می‌رساند که روش قطعات افقی در سطح زمین پاسخ صحیح (تنش صفر) و راهکار رانکین به طور غیر واقع‌بینانه‌ای در سطح زمین تنش کششی را به دست می‌دهد.
۲. قطعات افقی قادر است که دیوارهای خاک مسلح را هم با راهکار تعادل حدی تحلیل نماید. جزئیات بیشتر این بند را در مقاله Shekarian et al. (2008) ملاحظه فرمایید.
۳. قطعات افقی قادر است که برای خاک‌های چسبنده- اصطکاکی هم فشار فعال و زاویه گوه گسیختگی را محاسبه نماید. جزئیات بیشتر این بند را در مقاله Ghanbari and Ahmadabadi (2010) ملاحظه فرمایید.

۴. قطعات افقی قادر است اثر سربارهای متمرکز و نواری را در تحلیل تعادل حدی وارد نماید. جزئیات بیشتر این بند را در مقاله (Ghanbari and Taheri (2012) ملاحظه فرمایید.
۵. قطعات افقی قادر است که تغییر مکان دیوارهای حائل مسلح و غیرمسلح را با تلفیق گوه لغزشی نیومارک و مفاهیم قطعات افقی محاسبه نماید. نمونه این محاسبات توسط Ghanbari et al. (2013) ارائه شده است.



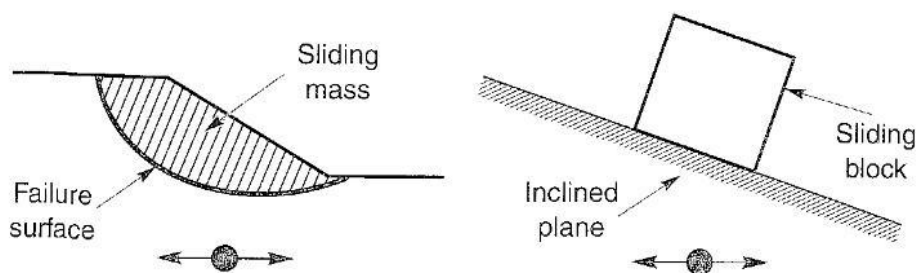
شکل (۱۳-۶): تقسیم بلوک صلب خاک به قطعات افقی (Ahmadabadi and Ghanbari, 2009)



شکل (۱۳-۷): توزیع فشار فعال در ارتفاع دیوار بر اساس مقاطع افقی (Ahmadabadi and Ghanbari, 2009)

۱۳-۲-۳- روش بلوک لغزشی نیومارک

روش بلوک لغزشی نیومارک یک راه کار ساده برای محاسبه تغییر مکان ماندگار گوه در حین زلزله است. در این روش فرض می شود که حرکت گوه صلب پس از رسیدن شتاب آن به شتاب تسلیم (a_y) آغاز می شود. در نتیجه با دوبار انتگرال گیری از معادله شتاب گوه، مقدار تغییر مکان آن به دست می آید. جهت محاسبه تغییر مکان های ماندگار، نیومارک یک توده در آستانه لغزش از یک شیروانی را با یک بلوک لغزشی بر روی یک سطح شیب دار همانندسازی نمود (شکل ۱۳-۸).



شکل (۱۳-۸): همانندی بین توده لغزشی و بلوک لغزش نیومارک بر روی سطح شیب‌دار (نشریه ۶۲۴).

(۱۳۹۲)

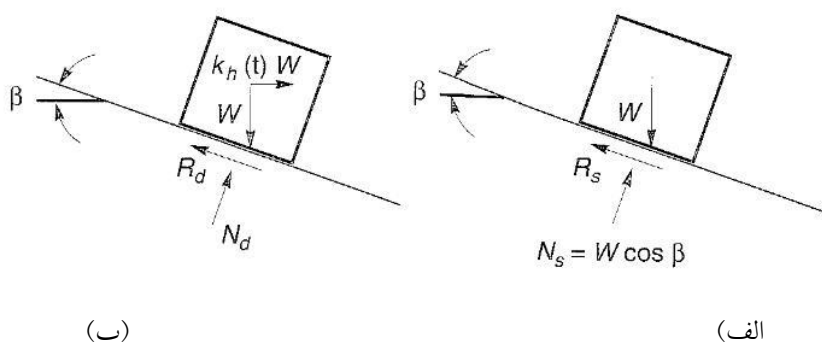
در صورتی که مطابق شکل (۱۳-۹-الف)، تعادل نیروها در شرایط استاتیکی و در جهت موازی سطح شیب در نظر گرفته شود، نسبت نیروی مقاوم بسیج شده R_s به نیروی محرک D_s ضریب اطمینان لغزش خواهد بود. در این صورت با فرض چسبندگی صفر در سطح لغزش رابطه ضریب اطمینان استاتیکی به صورت زیر خواهد شد:

$$FS = \frac{R_s}{D_s} = \frac{W \cos \beta \tan \phi}{W \sin \beta} = \frac{\tan \phi}{\tan \beta}$$

که در آن ϕ زاویه اصطکاک بین بلوک لغزشی و سطح شیب‌دار است.

حال اگر نیروی حاصل از زلزله در هر زمان به صورت ضریب زلزله $a_h(t) = k_h(t) \cdot g$ بر روی بلوک لغزشی عمل کند (برای سادگی اثر زلزله قائم در نظر گرفته نشده است). در یک زمان خاصی، شتاب افقی در بلوک منجر به نیروی $k_h W$ بر روی بلوک می‌شود (شکل ۱۳-۹-ب). در صورتی که نیروها در جهت شیب اعمال شوند، با حل معادلات تعادل، ضریب اطمینان شبه استاتیکی در یک زمان معین از رابطه زیر بدست خواهد آمد:

$$FS_d(t) = \frac{R_d(t)}{D_d(t)} = \frac{[\cos \beta - k_h \sin \beta] \tan \phi}{\sin \beta + k_h(t) \cos \beta}$$



شکل (۹-۱۳): نیروهای اعمالی بر بلوک لغزشی بر روی سطح شیب‌دار، الف) شرایط استاتیکی و ب)

شرایط دینامیکی

بدین ترتیب با افزایش مقدار k_h ضریب اطمینان کاهش پیدا کرده و در یک مقدار خاصی از k_h ضریب اطمینان لرزه‌ای برابر با یک خواهد شد. ضریبی که بدین ترتیب بدست می‌آید ضریب زلزله بحرانی^۱ (k_y) و شتاب حاصل از آن نیز شتاب بحرانی، $a_y = k_y g$ نامیده می‌شود. برای بلوک لغزش شکل (۹-۱۳) مقدار ضریب زلزله بحرانی برای وقتی که بلوک لغزشی به سمت پایین حرکت کند عبارت خواهد بود از:

$$k_y = \tan(\phi - \beta)$$

در شرایطی که بلوک لغزشی در جهت بالادست در آستانه حرکت قرار گیرد مقدار ضریب شتاب

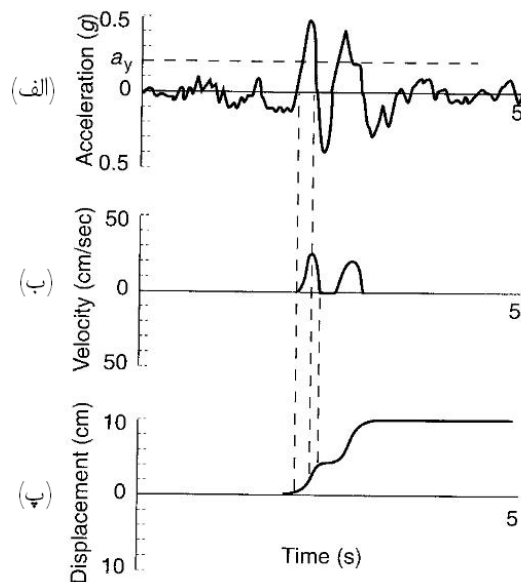
بحرانی عبارت است از:

$$k_y = \frac{\tan \phi + \tan \beta}{1 + \tan \phi \tan \beta}$$

^۱ Yield Coefficient

بنابراین بر اساس روش‌های تعادل حدی، ضریب اطمینان کمتر از یک بیانگر حرکت سطح لغزش مورد بررسی می‌باشد. بدین ترتیب در صورتی که شتاب زلزله‌ای که به بلوک لغزش وارد می‌شود از مقدار شتاب بحرانی آن بیشتر شود بلوک لغزشی شروع به حرکت خواهد کرد. در این شرایط در واقع نیروی زلزله بیشتر از مقاومت شیب مورد نظر بوده و اختلاف این مقادیر منجر به اعمال نیرو به بلوک لغزشی و در نهایت جابجایی بلوک می‌شود. این ایده اولین بار توسط نیومارک مطرح شد.

شکل (۱۰-۱۳) اصول تعیین تغییر مکان به روش نیومارک را نشان می‌دهد. در شکل (۱۰-۱۳-الف)، تاریخچه شتاب زلزله القا شده بر بلوک لغزشی نشان داده شده است. مقدار a_y در این شکل معرف شتاب بحرانی این بلوک لغزشی است. اختلاف شتاب القایی و شتاب بحرانی a_y منجر به پیدایش سرعت در بلوک لغزشی و در نهایت جابجایی آن می‌شود. به عبارت دیگر در هنگام وقوع زلزله، توده لغزشی از لحظه‌ای که ضریب اطمینان به کمتر از یک کاهش می‌یابد در طول سطح گسیختگی حرکت کرده و در زمان و محلی که تنش حاصل از زلزله از مقاومت سطح لغزش کمتر شد توقف می‌نماید و دوباره تعادل برقرار می‌شود. بر اساس مقادیر تجمعی تغییر مکان نسبی سطح لغزش که بدین ترتیب محاسبه می‌شود و ممکن است در محدوده چند سانتیمتر تا چند متر باشد، پایداری و ناپایداری شیب مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. توجه به این نکته ضروری است که در روش نیومارک رفتار پی و همچنین توده در آستانه لغزش به صورت صلب در نظر گرفته شده است. در حالی که در طول زلزله، بلوک لغزش در درون خود نیز تغییر مکان‌هایی خواهد داشت که در این روش لحاظ نمی‌گردد.



شکل (۱۳-۱۰): روش نیومارک در تعیین تغییر مکان بلوکهای لغزشی

بر اساس راهکار نیومارک چندین پیشنهاد برای محاسبه تغییر مکان لرزه‌ای دیوارهای حائل ارائه شده است. از جمله Richard and Elms (1979) و همچنین Withman and Liao (1985) به استناد راهکار نیومارک، روابطی را برای محاسبه تغییر مکان ماندگار دیوار پیشنهاد کرده‌اند. جزئیات این روابط در مرجع (Kramer, 1996) آمده است و در این جا برای رعایت اختصار از ارائه آنها صرف نظر می‌شود. علاوه بر این Baziar et al. (2012) بر اساس تحلیل‌های شبه دینامیکی با راهکاری مشابه مسئله پایداری لرزه‌ای دیوارهای حائل را بررسی کرده‌اند.

۳-۱۳- روش‌های آنالیز حدی

آنالیز حدی برخلاف روش تعادل حدی، رابطه بین تنش و کرنش را در حالت ایده آل به صورت خمیری کامل در نظر می‌گیرد. در این روش دو کران پایین و بالا برای جواب به دست می‌آید و

جواب واقعی بین این دو محدوده است. تئوری کران پایین حدی بیان می‌دارد که اگر توزیع تنش قابل قبول استاتیکی پیدا شود، جریان پلاستیک کنترل نشده به وقوع نخواهد پیوست. به عبارت دیگر، بار خارجی نظیر میدان تنش مزبور مساوی بار گسیختگی واقعی و یا کمتر از آن است. تکنیک کران پایین تنها تعادل و تسلیم را در نظر گرفته و معادلات سازگاری سرعت کرنش‌ها (شرایط سینماتیکی) را در نظر نمی‌گیرد. در مقابل، تئوری کران بالا بیان می‌دارد که اگر میدان سرعت قابل قبول سینماتیکی پیدا شود، جریان پلاستیک کنترل نشده باید یا در مرحله آغاز باشد و یا از قبل اتفاق افتاده باشد. در تکنیک کران بالا که تنها سرعت یا مدهای گسیختگی و استهلاك انرژی را در نظر می‌گیرد، نیازی به تعادل تنش نیست. بنابراین در مجموع جواب حاصل از آن حد بالای جواب واقعی است.

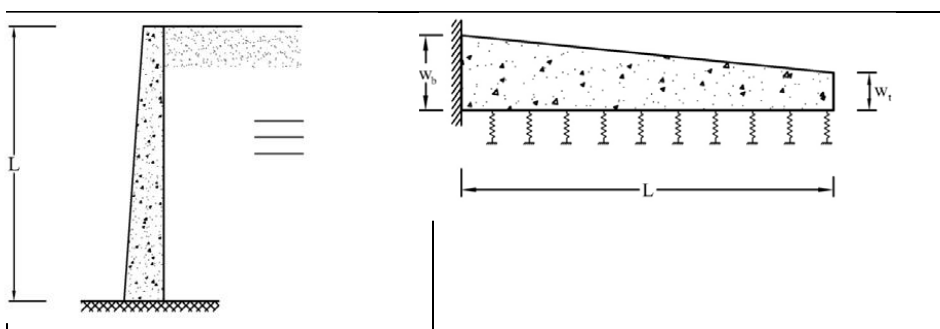
با انتخاب میدان‌های مناسب تنش و سرعت و نزدیک کردن جواب‌های حاصل از دو روش بالا می‌توان محدوده‌ای که بار گسیختگی واقعی در آن قرار می‌گیرد، کوچکتر کرد. در مسائلی که جواب دو روش یکسان باشد، جواب دقیق به دست آمده است. بدین ترتیب در این روش، جایگاه هر جواب نسبت به پاسخ واقعی مسئله و اضافی یا نقصانی بودن تقریب به طور کامل مشخص است. مزیت اصلی روش تحلیل حدی نیز در همین نکته است. شرح معادلات روش‌های یادشده خارج از موضوع این نوشتار است و پیشنهاد می‌شود که علاقه‌مندان برای تحقیق راجع به تحلیل دیوارهای حائل به روش آنالیز حدی ابتدا مقالات Aminpoor and Ghanbari, 2014; Mojallal and Ghanbari, 2012; Mojallal et al., 2012 را مطالعه نمایند.

۱۳-۴- تحلیل لرزه‌ای دیوارهای حائل بر اساس تئوری ارتعاش تیر

در فصل چهارم روش‌های تحلیلی محاسبه فرکانس ارتعاش آزاد مورد بحث قرار گرفت. یکی از روش‌های بیان شده در بخش یادشده، استفاده از تئوری ارتعاش تیر برای برآورد پاسخ ارتعاش آزاد دیوارهای حائل بود. مطابق رابطه (۴-۱۰) معادله حاکم بر ارتعاش دیوارهای حائل به صورت زیر به دست آمد:

$$-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + f = m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

از حل این معادله دیفرانسیل مقدار y که تغییر مکان جانبی دیوار حائل است به دست خواهد آمد. در شکل (۹-۱۱) شبیه‌سازی یک دیوار حائل با تیر مرتعش نشان داده شده است. می‌توان برای دیوار مقطع منشوری و یکنواخت و یا مقطع غیریکنواخت در نظر گرفت. در این روش عکس‌العمل جانبی خاک توسط فنرهایی شبیه‌سازی می‌شود. برای برآورد سختی این فنرها روابط تحلیلی و تجربی گوناگونی توسط محققین ارائه شده است. برخی از این روابط در جدول (۱۳-۲) معرفی شده است.



شکل (۱۳-۱۱): معادل‌سازی رفتار ارتعاشی دیوار حائل با یک تیر بر بستر انعطاف‌پذیر

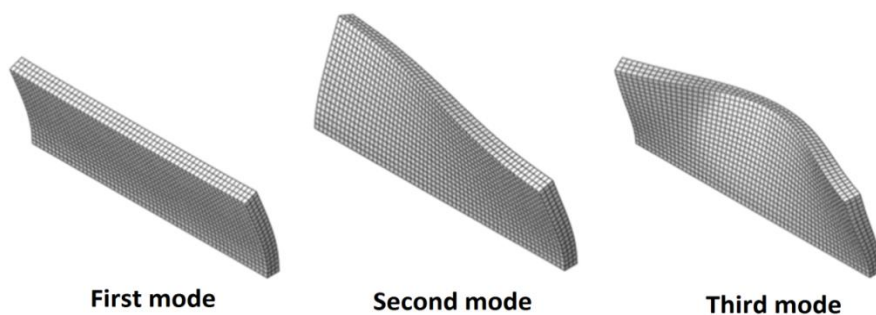
جدول (۱۳-۲): برخی روابط محققین برای برآورد سختی خاک در مدل‌سازی تیر بر بستر الاستیک

(Ghanbari et al., 2013)

Equation	Researcher(s)	Parameters
$K = \frac{\pi E_s}{2b(1-\nu_s^2) \log(L/b)}$	Galini	E_s = Soil Modulus of Elasticity ν_s = Soil Poisson Ratio H = Thickness of a Layer L= Beam Length b = Beam Width
$K = \frac{0.65E_s}{b(1-\nu_s^2)} \left(\frac{E_s b^4}{E_b I} \right)^{\frac{1}{12}}$	Vesic and Johnson	E_s = Soil Modulus of Elasticity ν_s = Soil Poisson Ratio b = Beam Width I = Beam Moment of Inertia E_b = Beam Modulus of Elasticity
$K = \frac{0.65E_s}{b(1-\nu_s^2)}$	Barden	E_s = Soil Modulus of Elasticity ν_s = Soil Poisson Ratio b = Beam Width
$K = \frac{E_s}{H(1+\nu_s)(1-2\nu_s)}$	Vlazov and Leontiev's	E_s = Soil Modulus of Elasticity ν_s = Soil Poisson Ratio H = Thickness of a Layer
$K = \frac{4E_s(1-\nu_s)}{H(1+\nu_s)(1-2\nu_s)}$	Scott	E_s = Soil Modulus of Elasticity ν_s = Soil Poisson Ratio H = Thickness of a Layer
$K = 1.2E_s$	Makris and Gazetas	E_s = Soil Modulus of Elasticity
$K = \frac{C_2 G}{H}$	Richards et al.	C_2 = lumps all the geometric variables H = scale factor G = shear modulus of soil

نکته قابل توجه در شبیه‌سازی دیوار حائل با تیر آن است که رفتار کرنش صفحه‌ای دیوار حائل با رفتار ارتعاشی یک تیر در صفحه اندکی تفاوت دارد. در واقع دیوارهای حائل در بُعد عمود بر صفحه اغلب طول زیادی دارند و ارتعاش آن بُعد بر رفتار کلی سیستم تاثیرگذار است. برای دستیابی به نتیجه دقیق‌تر بهتر است رفتار سه بُعدی دیوارها با استفاده از تئوری صفحات و پوسته‌ها مدل‌سازی گردد. در این حالت به جای معادله ارتعاش تیر، معادله ارتعاش یک صفحه حل می‌شود. Darvishpour et al. (2017) تلاش کرده‌اند بر اساس این تئوری رابطه جدیدی برای محاسبه

فرکانس ارتعاش آزاد دیوارهای حائل به دست دهند. در شکل (۱۳-۱۲) نمونه‌ای از شکل مُد ارتعاش سه بُعدی دیوار حائل بر اساس مطالعات محققین مذکور ارائه شده است. یادآوری می‌گردد که برای حل معادله دیفرانسیل ارتعاش تیر روش‌های دقیق و تقریبی توسط محققین مختلف ارائه شده است. روش‌های حل تقریبی اغلب مبتنی بر نوشتن معادله انرژی هستند و سه راه‌کار اصلی آن‌ها شامل راه‌کار رایلی، راه‌کار رایلی - ریتز و راه‌کار گالرکین است. جزئیات این راه‌کارها در فصل چهارم به تفصیل مورد بحث قرار گرفت. در همین ارتباط Ghanbari et al. (2013) با استفاده از راه‌کار رایلی یک رابطه ساده برای دیوارهای حائل انعطاف‌پذیر ارائه کرده‌اند.



شکل (۱۳-۱۲): ارتعاش سه بُعدی دیوار حائل شبیه‌سازی شده با المان صفحه (Darvishpour et al., 2017)

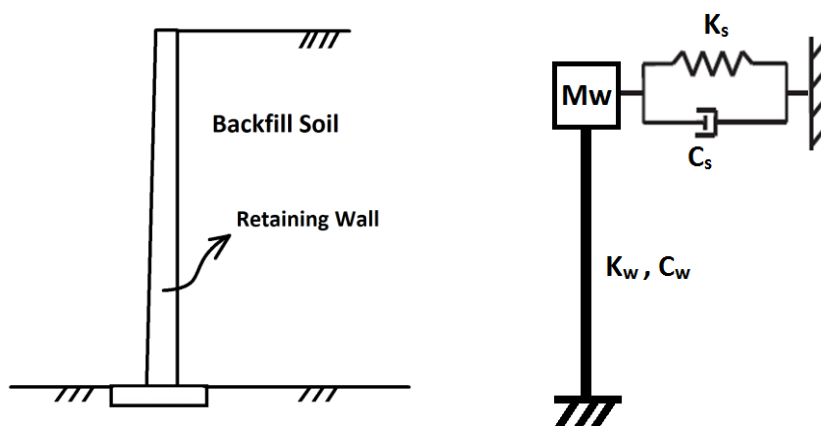
۱۳-۵- روش‌های مبتنی بر مدل‌سازی با اجزاء متمرکز^۱

روش پارامترهای متمرکز برای شبیه‌سازی بسیاری از سازه‌ها مورد استفاده واقع شده است. با این حال تاکنون مدل جامعی برای مسئله دیوار حائل ارائه نشده است. در واقع بخش سازه دیوار به راحتی توسط جرم پیوسته، فنر و میراگر متمرکز قابل شبیه‌سازی است، ولی برای خاک پشت دیوار

^۱Lumped Element Model

به این راحتی نمی‌توان پارامترهای متمرکز را معرفی کرد؛ زیرا مشخص نیست چه میزان از جرم خاک پشت دیوار در حین ارتعاش با سازه حرکت می‌کند. چند ایده تحلیلی توسط Veletsos and Younan (1994) و Younan and Veletsos (2000) و همچنین Cakir (2013) برای این مسئله ارائه شده است که تا حدودی نتایج رضایت‌بخشی به دست می‌دهند. در مجموع، برای شبیه‌سازی مسئله دیوار می‌توان سه دسته مدل به صورت زیر را معرفی کرد: (مبانی روابط پیشنهادی این محققین در مراجع یاد شده و در فصل فنر و میراگر معادل بیان شده است).

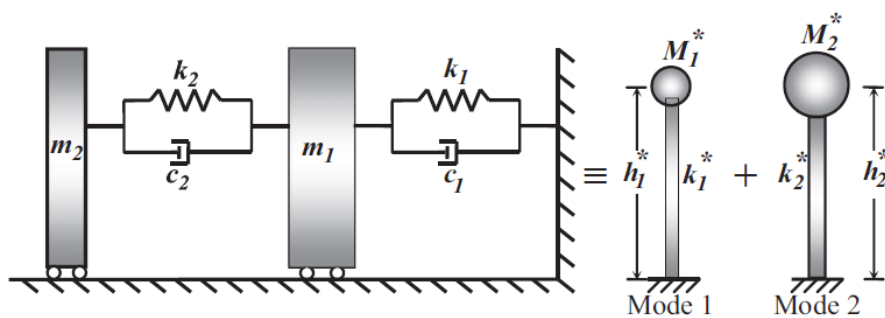
- الف) دسته اول مدل‌های که به صورت پایه‌گیردار هستند و از اثر جرم خاک پشت دیوار نیز صرف‌نظر می‌کنند. در این مدل‌ها اثر خاک پشت دیوار توسط فنر و میراگرهایی شبیه‌سازی می‌گردد، ولی جرم خاک پشت دیوار و همچنین اثرات انعطاف-پذیری خاک زیر دیوار مورد بحث واقع نمی‌شود. نمونه ساده این مدل در شکل (۱۳-۱) نمایش داده شده است. در این شکل اندیس w نماد دیوار و اندیس s نماد خاک پشت دیوار است.



شکل (۱۳-۱): مدل ساده برای تحلیل لرزه‌ای دیوار حائل در حالت پایه‌گیردار با صرف‌نظر از جرم خاک

پشت دیوار

- (ب) دسته دوم مدل‌هایی هستند که به صورت پایه‌گیردار طراحی شده، ولی میزان مشارکت جرم خاک پشت دیوار را در نظر می‌گیرند. در این مدل‌ها میزان مشارکت جرم خاک پشت دیوار اغلب به صورت تابعی از نسبت پواسون معرفی می‌شود. مدل پیشنهاد شده توسط Cakir (2013) نمونه‌ای از این مدل‌ها است که در شکل (۱۳-۱۴) نمایش داده شده است. این محقق برای تحلیل مودال سیستم، تجزیه دو مود ارتعاشی را مطابق شکل پیشنهاد کرده است.



شکل (۱۳-۱۴): مدل فنر و میراگر معادل پیشنهاد شده توسط Cakir (2013) برای تحلیل لرزه‌ای دیوار

حائل

برای مدل نشان داده شده میزان مشارکت جرم خاک پشت دیوار از رابطه زیر به دست خواهد

آمد:

$$m_1 = 0.543 \psi_\sigma \rho H^2$$

که در آن:

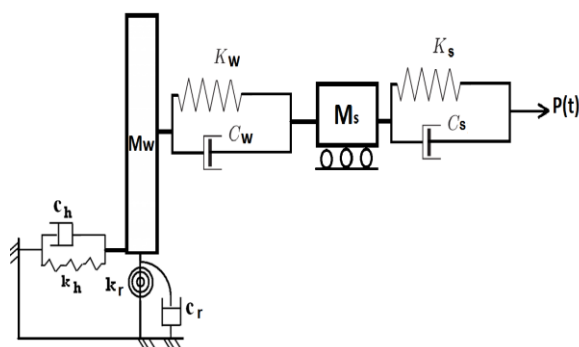
$$\psi_\sigma = \frac{\psi_0^2}{\psi_e}; \quad \psi_0 = \sqrt{\frac{2}{1-\nu}}; \quad \psi_e = \sqrt{\frac{2-\nu}{1-\nu}}$$

در این روابط ρ دانسیته جرم خاک، H ارتفاع دیوار و لایه خاک پشت آن و ν نسبت پواسون خاک است. همچنین برای این مدل سختی k_1 از رابطه زیر به دست خواهد آمد:

$$k_1 = m_1 \frac{\pi^2}{4H^2} \frac{G}{\rho} = 1.339 \psi_\sigma G$$

در این رابطه G مدول برشی خاک است و جرم دیوار با نماد m_2 نمایش داده شده است. سختی جانبی دیوار نیز نظیر یک ستون یک سرگیردار از رابطه $k_2 = \frac{3EI}{H^3}$ به دست خواهد آمد. مشخصه-های c_1 و c_2 نیز به ترتیب میرایی خاکریز و دیوار را نشان می‌دهند. همچنین ارتفاع معادل دیوار برابر $h^* = 0.637H$ در نظر گرفته شده است.

- (ج) دسته سوم مدل‌هایی هستند که اندرکنش دیوار با خاک زیر آن را نیز مورد توجه قرار می‌دهند. در این گروه ایده‌های چندانی ارائه نشده است. در شکل (۱۳-۱۵) ایده نگارندگان برای شبیه‌سازی پی بر اساس روش فنر و میراگر معادل نشان داده شده است.

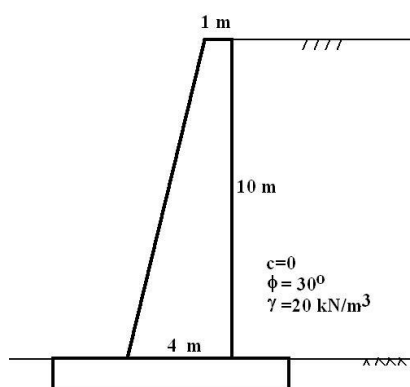


شکل (۱۳-۱۵): مدل فنر و میراگر معادل پیشنهاد شده توسط نگارندگان برای تحلیل لرزه‌ای دیوار حائل

قابل ذکر است که در اغلب مدل‌های بیان شده جرم دیوار به صورت متمرکز شبیه‌سازی شده بود. در صورتی که از مفاهیم جرم پیوسته استفاده شود، می‌توان با برازش یک تابع شکل مناسب انعطاف‌پذیری دیوار را نیز در تحلیل‌ها وارد نمود.

مسائل حل نشده فصل سیزدهم:

۱. بر اساس روش بلوک لغزشی نیومارک برای سیستم شکل مقابل شتاب تسلیم و تغییر مکان ماندگار را محاسبه کنید. برای تحریک ورودی دو رکورد طبس (ایران) و کوبه (ژاپن) را مورد استفاده قرار دهید. می‌توانید مشخصات این رکوردها را از سایت دانشگاه برکلی به آدرس زیر ملاحظه کنید. برای محدود کردن جستجو می‌توانید محدودیت حداکثر شتاب $0.6g$ را اعمال کنید.



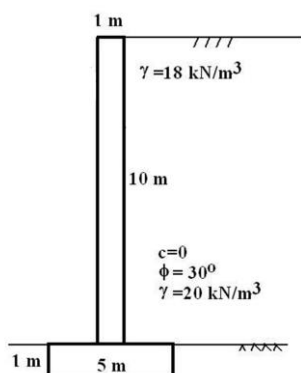
<http://peer.berkeley.edu>

۲

۲. بر اساس روابط تحلیلی ارائه شده توسط محققین، فرکانس ارتعاش آزاد دیوار مسئله یک را محاسبه کنید. این روابط را می‌توانید از مقالات منتشر شده به دست آورید. در

صورتی که پی دیوار انعطاف پذیر نباشد، چه تغییری در فرکانس ارتعاش آزاد رخ خواهد داد؟

۳. برای دیوار شکل مقابل ابتدا دیاگرام نیروهای وارده در شرایط زلزله را ترسیم نموده و مقادیر نیروها را برآورد کنید. سپس ضریب اطمینان دیوار را در شرایط زلزله برای حالت واژگونی محاسبه نمایید. همچنین زاویه گوه گسیختگی را محاسبه کنید. ضریب زلزله افقی را معادل ۰/۲ فرض کنید.



۴. بر اساس روش فنر و میراگر معادل یک مدل اجزاء مجزا برای شبیه‌سازی رفتار دیوارهای مسلح ارائه نمایید. فرض کنید که دیوار از نوع رویه بتنی صلب با مسلح کننده ژئوستنتیکی است.

فصل چهاردهم

اندرکنش خاک – سازه – سیال

۱-۱۴- مقدمه

مسئله اندرکنش سیال-سازه^۱ در سطح گسترده‌ای برای تحلیل سازه‌های هیدرولیکی و از جمله سدهای بزرگ مورد تحقیق قرار گرفته است. علاوه بر سدها، این مسئله در تحلیل پایه پل‌ها، سکوها و دکل‌های واقع شده در دریا و دیوارهای ساحلی و همچنین مخازن ذخیره سیال کاربرد دارد. با توجه به این دامنه وسیع از کاربردها، تحلیل اندرکنش سازه و سیال توسط بسیاری از محققین مورد بررسی و مطالعه قرار گرفته است. با این حال تحلیل توأم سه محیط زمین، سازه و مخزن در تعداد محدودی تحقیق مورد بررسی واقع شده است. در سال‌های اخیر با توسعه مخازن ذخیره سیال، مسئله اندرکنش آب - خاک - سازه^۲ مورد توجه قرار گرفته است. همچنین مطالعاتی در مورد طراحی سازه‌های دریایی با در نظرگیری هر سه محیط آب و خاک و سازه انجام شده است.

در میان کاربردهای ذکر شده، مخازن ذخیره سیال یکی از اصلی‌ترین موارد کاربرد مبحث اندرکنش آب و سازه را تشکیل می‌دهند. باید توجه شود که مخازن ذخیره آب به دلیل نقش حیاتی آن‌ها در خدمات رسانی پس از زلزله در شمار سازه‌های با اهمیت بسیار زیاد محسوب می‌شوند. از این جهت بررسی دقیق رفتار لرزه‌ای آن‌ها قابل توجه است. برای ذخیره آب آشامیدنی، آبیاری کشاورزی، مهار آتش، دامپروری، ذخیره مواد نفت و شیمیایی و همچنین بسیاری از زمینه‌های دیگر از این مخازن استفاده می‌شود. تاکنون مصالح و شکل‌های گوناگونی برای ساخت مخازن به کار گرفته شده است. مصالحی از قبیل بتن مسلح، بتن پیش‌تنیده، انواع فلز و کربن و همچنین مصالح

^۱Fluid-structure interaction (FSI)

^۲Fluid- Soil- Structure Interaction

جدیدی مانند پلی اتلین و FRP مورد مصرف در ساخت این قبیل مخازن بوده است. از سوی دیگر بر حسب موقعیت مخزن، مخازن به سه دسته زیر تقسیم می گردند:

- الف) مخازن هوایی (بتنی و فلزی)
- ب) مخازن روزمینی (سر باز و سر بسته)
- ج) مخازن زیرزمینی (طبیعی و مصنوعی)

در شکل (۱-۱۴) دو نوع از مخازن ذخیره هوایی آب نمایش داده شده است. در شیوه دیگری از تقسیم بندی مخازن، به صورت کلی مخازن بر حسب فشار سیال درون آنها به دو دسته مخازن با فشار هیدرواستاتیکی و مخازن با فشار بالا تقسیم می شوند. (USACE 1110-6051, 2003).



شکل (۱۴-۱): دو نوع مختلف مخزن ذخیره هوایی سیال

راست: مخزن ذخیره سیال بتنی بر روی شفت، چپ: مخزن ذخیره سیال فولادی بر روی پایه

مهاربندی شده

نظیر سایر سازه‌ها در این جا هم سه راهکار آزمایشگاهی، عددی و تحلیلی برای حل مسئله وجود دارد. در این میان مطالعات آزمایشگاهی بسیار کمی انجام شده است که اثرات سختی زمین بر تغییر پاسخ سازه را نشان دهد، ولی چندین مدل تحلیلی و هم‌چنین تعداد قابل توجهی مطالعه عددی در این زمینه وجود دارد. در این فصل ابتدا مبانی اندرکنش آب و سازه ارائه شده و در پی آن پیشرفت‌های اخیر در اندرکنش سیال - خاک - سازه به طور مختصر مورد اشاره واقع می‌شود.

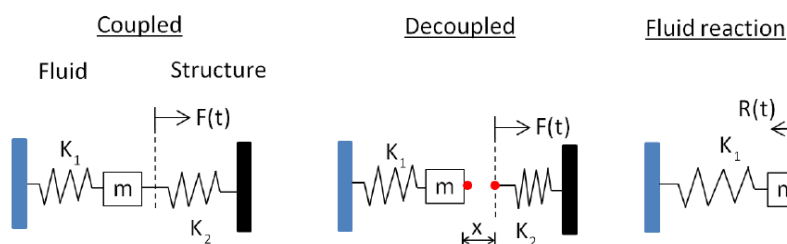
۲-۱۴- مبانی اندرکنش سیال و سازه

تحلیل اندرکنش سیال و سازه به بررسی پاسخ سازه در اثر فشار هیدرودینامیک ایجاد شده توسط سیال می‌پردازد. این مبحث در طراحی سدهای بتنی، سازه‌های هیدرولیکی، مخازن ذخیره سیال و مواردی از این قبیل کاربرد دارد.

در حل این گونه مسائل، محیط مورد بررسی به دو بخش سازه و سیال تقسیم شده و اثرات هر یک را بر دیگری بررسی می‌نمایند. برای حل مسئله اندرکنش سیال - سازه روش‌های عددی و تحلیلی مختلفی وجود دارد. این روش‌ها از اساس به دو دسته تقسیم می‌شوند: در دسته اول معادلات تحلیل دینامیکی سازه و سیال به صورت غیر مزدوج و در واقع به صورت مستقل حل می‌شوند، در حالی که در دسته دوم این معادلات به صورت مزدوج و توأم حل می‌شوند. در روش حل مسائل به روش مستقل، اثرات متقابل بر اساس اصل جمع آثار قوا محاسبه شده و روش حل مسائل به صورت خطی است. معادله دیفرانسیل پیوستگی^۱ و معادله مومنوم^۲، دو معادله اصلی در حل مسائل هیدرودینامیکی هستند. در شکل (۲-۱۴) مدل تحلیلی مسئله مزدوج و مجزا در حل مسئله اندرکنش سیال و سازه نمایش داده شده است.

^۱ Continuity equation

^۲ Momentum equation



شکل (۱۴-۲): مدل تحلیلی مزدوج و غیر مزدوج در حل مسئله اندرکنش آب-سازه (Brown et al., 2002)

۱۴-۲-۱- روش‌های عددی در اندرکنش آب و سازه

نرم‌افزارهای متعددی و از جمله Abaqus, ADINA, ANSYS قابلیت مدل‌سازی سیال و سازه را به صورت توأم دارند. در این نرم‌افزارها المان‌های خاصی برای مدل‌سازی سیال وجود دارد. به طور مثال، المان‌های Fluid30 و Fluid80 در نرم‌افزار ANSYS برای مدل‌سازی سیال به کار گرفته می‌شوند. با این حال اطلاع از مبانی تحلیل عددی سیالات توسط این نرم‌افزارها برای کاربر ضروری است. به طور کلی برای حل عددی معادلات دیفرانسیلی سیال روش‌های زیر وجود دارد:

- روش جرم افزوده (حذف سیال)
- روش لاگرانژی
- روش اویلری
- روش اویلری-لاگرانژی^۱

برای هر یک از این روش‌ها مزایا و معایبی وجود دارد که محدوده کاربرد آن‌ها را تعیین می‌کند. خواننده محترم در صورت لزوم مباحث این بخش را از مراجع مربوط مطالعه فرمایند. شرح کوتاهی

^۱ Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) technique

از روش‌های عددی در تحلیل FSI توسط Hou et al. (2012) ارائه شده است. به هر حال حل عددی مسائل سیال-سازه توسط نرم‌افزارهای خاصی امکان‌پذیر است و نیازمند صرف وقت و هزینه مناسب است. در برابر روش‌های عددی راه‌کارهای تحلیلی قابل ملاحظه‌ای نیز ارائه شده است که استفاده از آن‌ها رو به گسترش است.

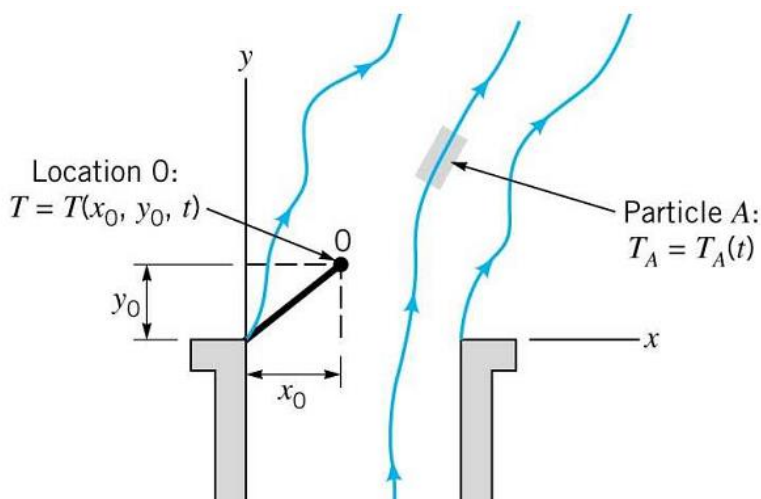
در روش جرم افزوده^۱ نقش سیال در تحلیل فقط با اضافه کردن یک جرم به سازه منظور می‌شود. این جرم افزوده درصدی از جرم کل سیال در مخزن است و در فصل مشترک سیال به سازه قرار داده می‌شود. بدین ترتیب مسئله اندرکنش به یک مسئله سازه تبدیل می‌گردد. بررسی اغلب محققین نشان داده است که نتایج این روش اختلاف قابل توجهی با نتایج واقعی و اندازه‌گیری شده دارد. تنها حسن این روش سادگی آن است.

در روش اوپلری برای یک نقطه از محیط، هر مشخصه (مثل سرعت حرکت) به مختصات آن نقطه (X, Y, Z) و زمان t نسبت داده می‌شود. ولی در روش لاگرانژی موقعیت ذره می‌تواند با زمان حرکت کند و جابه‌جا شود. برای آن‌که فرق بین این دو روش به سادگی روشن شود، یک دودکش نظیر آنچه در شکل (۱۴-۳) نمایش داده شده را در نظر بگیرید. فرض کنید که مجهول مسئله دمای هوا در بالای دودکش باشد. در روش اوپلری یک دماسنج در نقطه‌ای مثل O قرار می‌گیرد و دمای آن نقطه را به صورت تابعی از زمان گزارش می‌کند. خود نقطه O هم دارای مختصات X, Y, Z است. این در حالی است که در روش لاگرانژی یک دماسنج به ذره‌ای نظیر A متصل می‌شود و همچنان‌که این ذره از دودکش دور می‌شود، دمای آن هم ثبت می‌گردد. اگر ما موقعیت هر نقطه را

^۱ Added mass method

بر حسب تابعی از زمان بدانیم، در این صورت مختصات اویلری و لاگرانژی قابل تبدیل به هم‌دیگر هستند.

برخی از محققین روش‌های ترکیبی اویلری و لاگرانژی را برای تحلیل دینامیکی محیط‌های سیال - سازه پیشنهاد کرده‌اند. در هر صورت اختلاف نتایج این روش‌ها به عوامل متعددی وابسته است و از جمله فرکانس طبیعی ارتعاش سیستم نقش قابل توجهی در این مورد خواهد داشت.



شکل (۱۴-۳): نمایش تفاوت چارچوب اویلری (چپ) و لاگرانژی (راست) در حل مسائل سازه-سیال

۱۴-۲-۲- انواع مرزها در تحلیل اندرکنش سیال و سازه

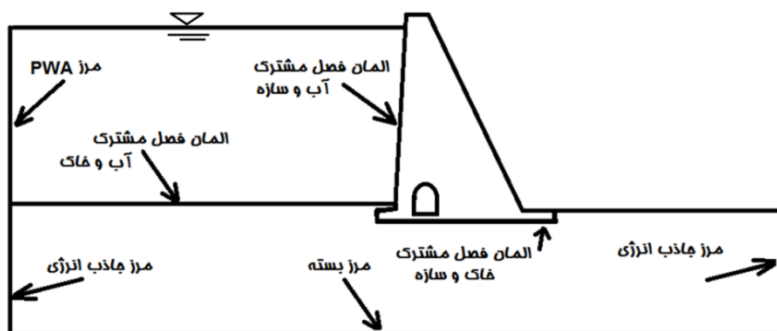
در فصل‌های قبل انواع مرزهای مورد استفاده در تحلیل اندرکنش خاک و سازه بیان گردید. همه مرزهای مذکور در تحلیل اندرکنش سیال و سازه هم‌کارایی دارند. با این حال برای بیان ارتعاش در مرزهای آبی سیستم لازم است مرزهای جدیدی تعریف گردد. به عنوان نمونه برای انتهای مخزن در شکل (۱۴-۴) که یک سد وزنی را نشان می‌دهد، هیچ‌یک از مرزهای قبل کارایی نخواهند داشت. به

طور معمول در چنین شرایطی از مرزهای PWA^۱ استفاده می‌شود. در این حالت نظیر آنچه در مورد مرزهای جاذب انرژی بیان گردید، امواج منتشر شده در مخزن سیال توسط مرز جاذب دریافت شده و مستهلک می‌شوند. لذا از بازگشت آن‌ها به درون محیط جلوگیری می‌شود. در واقع فشار سیال وارد بر نقاط مرزی با ایجاد یک بردار فشاری جدید از بین می‌رود.

برای این مرزها مقدار فشار اعمال شده بر هر نقطه از مرز از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P = \rho C V \quad (۱-۱۴)$$

که در آن P بردار فشار در جهت درجه آزادی در مرزها است. همچنین ρ دانسیته محیط و C سرعت امواج فشاری در محیط است. V نیز نماد سرعت حرکت ذرات در راستای درجه آزادی است. دقت شود که در محیط آبی، امواج برشی انتشار نمی‌یابند.



شکل (۱-۴): مرزها برای تحلیل عددی یک سد وزنی با در نظرگیری اندرکنش آب-خاک-سازه

^۱Plane wave Approximation (PWA)

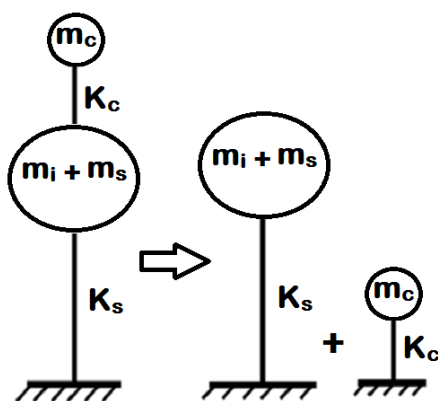
۱۴-۳- مدل‌های تحلیلی در اندرکنش سیال و سازه

به طور خلاصه مدل‌های عددی و تحلیلی ارائه شده برای حل مسئله اندرکنش سیال با سازه و خاک در سه دسته زیر طبقه‌بندی می‌شوند که در هر دسته راهکارهای مختلفی توسط محققین ابداع شده است:

- الف) مدل‌های با یک جرم متمرکز
 - مدل با یک جرم متمرکز و پایه گیردار (شکل ۱۴-۶)
 - مدل با یک جرم متمرکز و زمین انعطاف پذیر (شکل ۱۴-۱۲ ب)
- ب) مدل‌های با در نظرگیری اندرکنش سیال-سازه
 - مدل تحلیلی هاسنر با دو جرم متمرکز برای سازه با پایه گیردار (شکل ۱۴-۹)
 - مدل‌های تحلیلی با چندین جرم متمرکز و پیوسته برای سیال و سازه (شکل ۱۴-۱۰)
 - مدل تحلیلی ارائه شده در EC-8 برای سازه با پایه گیردار
 - مدل اجزاء محدود کامل برای سیال و سازه
- ج) مدل‌های با در نظرگیری اندرکنش سیال-خاک-سازه
 - مدل‌های تحلیلی
 - مدل اجزاء محدود برای سازه و فنرهای معادل برای زمین
 - مدل اجزاء محدود کامل با المان‌بندی سیال و سازه و زمین

تشریح کامل همه مدل‌های یادشده در این نوشتار نمی‌گنجد. با این حال در ادامه مدل‌های مشهور و ابتدایی در بحث اندرکنش سیال با سازه و خاک بیان شده است.

در شکل (۵-۱۴) تجزیه سیستم مزدوج اندرکنش سیال سازه به دو سیستم مجزای سیال و سازه نمایش داده شده است. این راهکار مبانی برخی از روش‌های تحلیل در حل مسئله اندرکنش سیال و سازه است. قابل ذکر است که وقتی سختی پایه سازه (K_s) بسیار بیشتر از سختی مخزن (K_c) باشد، دو زیر سازه نشان داده شده در شکل (۵-۱۴) با فرکانس‌های بسیار متفاوتی ارتعاش می‌کنند و در عمل می‌توان تحلیل مجزای آن‌ها را پذیرفت. به عبارت دیگر می‌توان فرض کرد که مخزن هوایی بر روی یک پایه گیردار (Fixed Base) قرار گرفته است.



شکل (۵-۱۴): تجزیه مسئله اندرکنش سیال سازه به دو مسئله سازه و سیال (حل Decoupled)

۱۴-۳-۱- مدل تحلیلی با یک جرم متمرکز

ساده‌ترین مدل برای بیان حل مسئله مخزن هوایی ذخیره سیال، یک سیستم یک درجه آزادی است که نمونه آن برای مخازن هوایی ذخیره سیال در شکل (۶-۱۴) نمایش داده شده است. در این مدل کل جرم سیال و سازه در یک نقطه متمرکز شده است و فقط همان نقطه دارای درجه آزادی ارتعاش است. از سوی دیگر تمام سختی سیستم نیز به صورت متمرکز برای مقاومت در برابر حرکت جانبی به صورت K_s تعریف شده است. مدل یادشده دارای دو اشکال بنیادی است. اول آن‌که نقش

سیال در تغییر سختی سیستم نادیده گرفته شده است. به عبارت دیگر امکان ارتعاش سیال داخل مخزن منظور نشده است. این شرایط فقط برای یک مخزن کاملاً پر قابل قبول است که در آن سیال داخل مخزن فضای اضافی برای ارتعاش و چرخش ندارد. اشکال دوم آن است که سختی پایه در طول آن یکنواخت فرض شده است و سختی بدنه مخزن هم در آن تلفیق شده است.

آیین‌نامه طراحی سازه هندوستان (IS:1893) این مدل را برای طرح لرزه‌ای مخازن هوایی پذیرفته است. همچنین برخی محققین (Livaoglu and Dogangun, 2006) اذعان داشته‌اند که مدل مذکور برای مخازن لاغر که در آن‌ها نسبت ارتفاع به قطر مخزن بیش از ۴ است، شرایط قابل قبولی به دست می‌دهد. آیین‌نامه (ACI 371R-98 (1995) اظهار داشته است که اگر درصد وزن آب داخل مخزن بیش از ۸۰ درصد وزن ثقل سیستم (W_G) باشد، می‌توان از مدل یک جرمی برای تحلیل استفاده کرد. وزن ثقل سیستم شامل موارد زیر می‌شود:

- کُل وزن مرده بالای پی
- بار آب
- حداقل ۲۵ درصد از بار زنده کف (در جاهایی که برای ذخیره استفاده می‌شود)

برای مدل یک درجه آزادی با جرم متمرکز سختی پایه از رابطه زیر به دست خواهد آمد:

$$k_s = \frac{3EI_c}{l_{cg}^3} \quad (2-14)$$

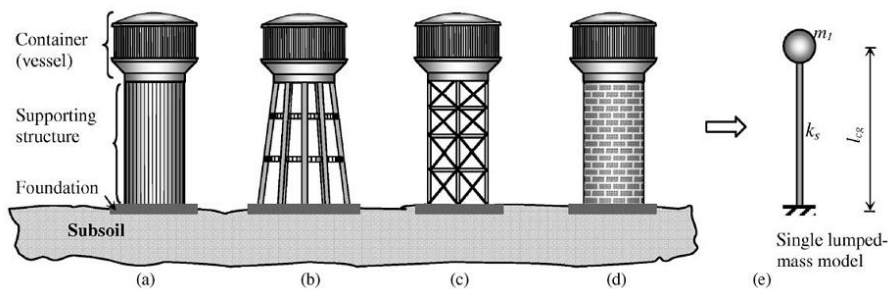
که در آن l_{cg} فاصله بین پی تا وسط آب ذخیره شده است. E مدول الاستیسیته مصالح و I_c ممان اینرسی برای مقطع عرضی با صرف‌نظر از اثر تسلیح است. همچنین بر اساس ACI 371R-98 (1995) پی‌یود اساسی مخزن هوایی در این مدل از رابطه زیر به دست خواهد آمد:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{W_L}{gk_s}} \quad (3-14)$$

در اين رابطه g شتاب ثقل و W_L وزن متمرکز در بالاي سيستم است که شامل موارد زير می شود:

- وزن خالص مخزن
- حداکثر دو سوم وزن خالص پايه بتنی سيستم
- وزن آب

در اين رابطه، پريود بخش چرخشی سيال مخزن در ارتعاش کُل سيستم مورد توجه واقع نشده است. با محاسبه پريود اساسی سيستم از رابطه بالا و همچنين با در دست داشتن ميرايی سيستم، برش پايه و لنگر و ازگونی از طريق تحليل پاسخ طيف استاندارد قابل محاسبه خواهد بود.



شکل (١٤-٦): چهار نوع مختلف منبع هوایی و مدل ساده تحليلی با یک جرم متمرکز (Livaoglu and Dogangun, 2006)

الف) پايه از شفت بتنی ب) پايه از قاب بتنی ج) پايه از قاب بتنی يا فولادی با بادبندی فولادی

د) پايه از مصالح بنایی

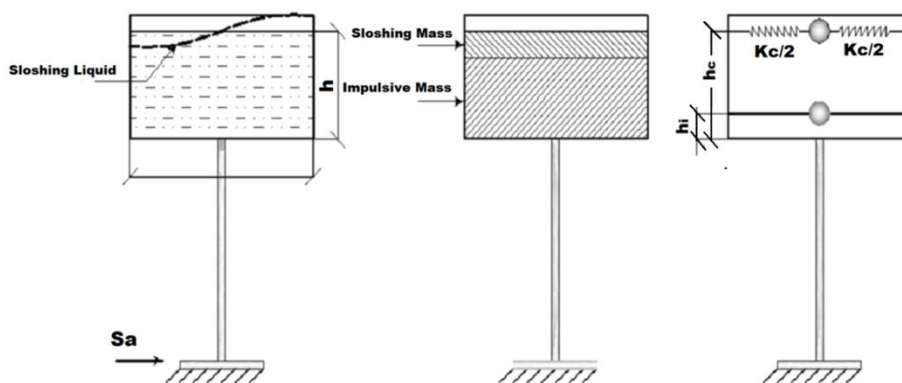
۱۴-۳-۲- مدل دو جرمی برای اندرکنش سیال و سازه

در سال ۱۹۶۳ هاسنر (Housner, 1963) یک مدل تحلیلی ساده برای بیان رفتار سیال و سازه ارائه نموده است. مطابق مدل پیشنهادی این محقق جرم مایع درون مخزن به دو بخش مختلف تقسیم می‌گردد، بخش اول، جرم ثابت سیال^۱ است که حرکت نوسانی ندارد و در حین ارتعاش سیستم به صورت صلب به دیواره‌های مخزن چسبیده است. قسمت دوم، جرم چرخشی و یا نوسانی^۲ سیال است که در اثر ارتعاش به حرکت درخواهد آمد. جرم چرخشی (m_c) و جرم ثابت (m_i) در شکل (۷-۱۴) و مدل تحلیلی مورد نظر هاسنر در شکل (۸-۱۴) نمایش داده شده است. مطابق این شکل‌ها جرم چرخشی توسط فنر با سختی مشخصی (K_c) به دیواره‌های مخزن متصل می‌شود ولی اتصال جرم ثابت به بدنه مخزن به صورت صلب است. روش مذکور بر اساس فرضیات زیر ارائه شده است:

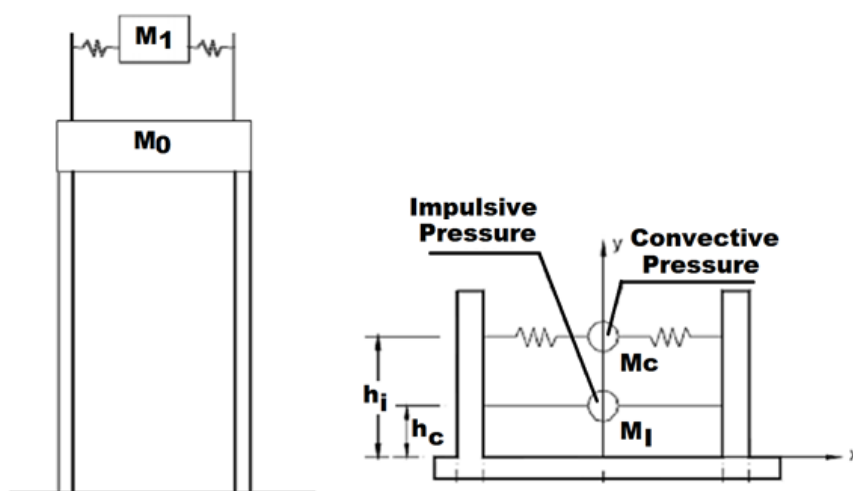
۱. مقطع مخزن به صورت دایره‌ای و یا مستطیلی شکل است.
۲. کف مخزن به صورت صاف است.
۳. نیروهای لرزه‌ای به صورت افقی وارد می‌شوند.
۴. دیواره‌های مخزن به صورت صلب هستند.

^۱ Impulsive mass

^۲ Convective mass



شکل (۷-۱۴): مدل ساده شده اندرکنش آب - سازه در مخازن هوایی

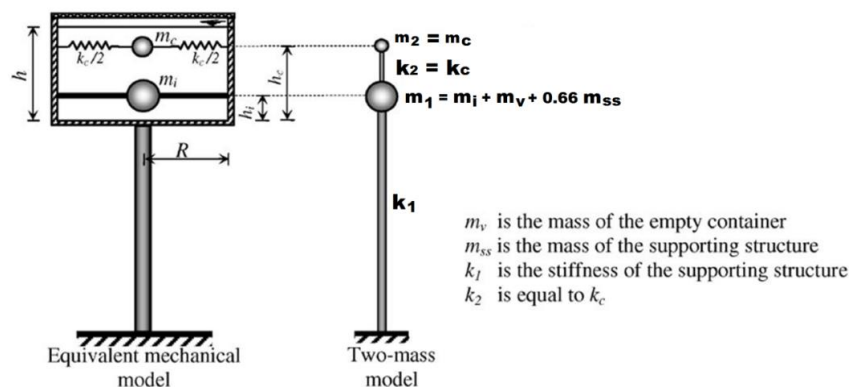


شکل (۸-۱۴): مدل تحلیلی برای منبع ذخیره آب هوایی و روزمینی (Housner, 1963)

پس از هاسنر سایر محققان تلاش نمودند که با حفظ ایده تفکیک جرم‌ها در مخزن، مدل دو جرمی هاسنر را ارتقاء بخشند. در شکل (۹-۱۴) مدل دو جرمی با احتساب جرم مخزن خالی و همچنین بخشی از جرم سازه نگهدارنده مخزن نشان داده شده است. نظر **ACI 371R** بر آن است که دو سوم وزن سازه به علاوه وزن کامل مخزن خالی به جرم ثابت سیال مخزن اضافه شود. در این حالت ارتفاع کُل آب در مخزن با h و ارتفاع قرارگیری جرم ثابت از کف مخزن با h_i و برای جرم چرخشی با h_c نمایش داده شده است. می‌توان نشان داد که پارامترهای مدل تحلیلی در این حالت از روابط زیر به دست خواهند آمد:

$$\begin{aligned} \omega^2 &= \frac{g}{R} 1.84 \tanh\left(1.84 \frac{h}{R}\right) \\ k_c &= m_c \frac{g}{R} 1.84 \tanh \frac{1.84 \cdot h}{R} \\ m_c &= m_w \cdot 0.318 \frac{R}{h} \tanh(1.84(h/R)) \\ m_i &= m_w \frac{\tanh(1.74R/h)}{(1.74R/h)} \quad (\text{روابط ۱۴-۴}) \\ h_c &= \left[1 - \frac{\cosh(1.84h/R) - 1}{1.84h/R \sinh(1.84h/R)} \right] h \\ h_i &= 3h/8 \end{aligned}$$

در روابط بالا R شعاع مخزن ذخیره سیال است و ω نیز فرکانس ارتعاش سیال چرخشی است که به سادگی از روابط بالا به دست خواهد آمد. هم‌چنین m_w جرم کُل سیال و m_i و m_c به ترتیب جرم ثابت و جرم چرخشی آب مخزن هستند. قابل ذکر است که در محاسبه این فرکانس فقط اثرات اندرکنش آب و سازه دیده شده است و انعطاف‌پذیری زمین مورد نظر نبوده است.



شکل (۹-۱۴): مدل دو جرمی بر مبنای ایده هاسنر برای اندرکنش آب و سازه در مخزن هوایی

۱۴-۳-۳- مدل چند جرمی برای اندرکنش سیال و سازه

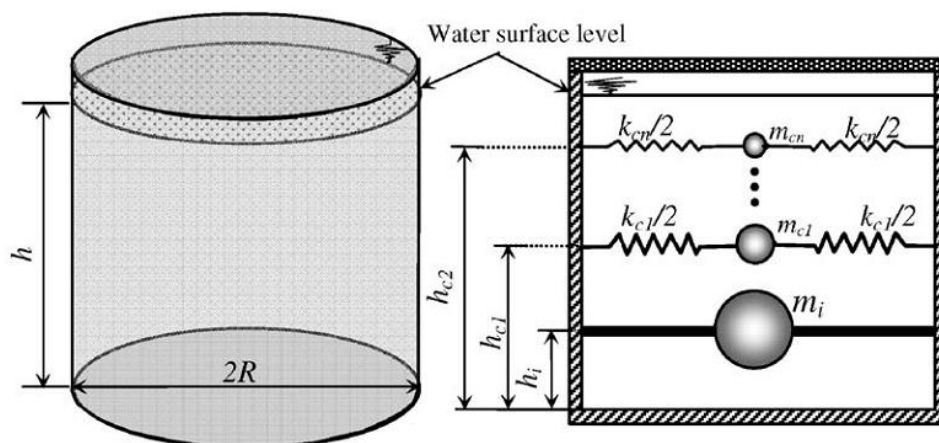
در مدل چند جرمی به جای آن که جرم چرخشی فقط با یک فقره جرم متمرکز مدل سازی شود، از چندین جرم برای مدل سازی این بخش استفاده می شود. این مدل توسط Chen and Barber (1976) ارائه گردید و بعد از ایشان توسط سایر محققان هم مورد استفاده واقع شده است. در شکل (۱۰-۱۴) نحوه مدل سازی یک مخزن زمینی ذخیره سیال با این شیوه نشان داده شده است. همان گونه که در شکل نشان داده شده است، جرم چرخشی توسط n جرم کوچکتر نمایش داده شده است. مقدار هر جرم با نماد m_{cn} نمایش داده شده و از روابط (۵-۱۴) به دست خواهد آمد. همچنین برای محاسبه پارامترهای جرم، سختی و فرکانس ارتعاش آزاد سیستم می توان از روابط زیر استفاده نمود:

$$\begin{aligned} \omega_n^2 &= \frac{g}{R} \lambda_n \tanh\left(\lambda_n \frac{h}{R}\right) \\ k_{cn} &= m_{cn} \frac{g}{R} \lambda_n \tanh\left(\lambda_n \frac{h}{R}\right) \\ m_{cn} &= m_w \frac{2 \tanh(\lambda_n(h/R))}{\lambda_n(h/R)(\lambda_n^2 - 1)} \\ m_i &= m_w \left(1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m_{cn}}{m_w} \right) \quad (\text{روابط ۱۴-۵}) \\ h_{cn} &= h \left[\frac{1}{2} - \frac{4}{\lambda_n(h/R)} \tanh\left(\lambda_n \frac{h}{2R}\right) \right] \\ h_i &= h \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{(m_i/m_w)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{m_{cn}}{m_w} \right) \left(\frac{h_{cn}}{h} \right) \right] \end{aligned}$$

در روابط بالا m_w گُل جرم سیال داخل مخزن است و λ_n ریشه‌های تابع بسل نوع یک را در بر دارد که برای سه جرم اول داریم:

$$\lambda_1 = 1.8112, \lambda_2 = 5.3314, \lambda_3 = 8.5363$$

قابل ذکر است که از اثر انعطاف‌پذیری دیواره مخزن در اغلب مدل‌های تحلیلی صرف‌نظر می‌شود. این فرض برای مخازن بتنی به واقعیت بسیار نزدیک است، ولی برای برخی مخازن فولادی بزرگ شاید نیاز به بازنگری داشته باشد. علاوه بر جنس مخزن، نسبت ارتفاع به قطر آن نیز نقش قابل توجهی در دقت مدل خواهد داشت.



شکل (۱۴-۱۰): مدل چندجرمی برای اندرکنش آب و سازه در مخزن زمینی (Livaoglu and Doganuun, 2006)

۱۴-۳-۴- فرآیند ساده شده برای حل توسط آیین نامه اروپایی

آیین نامه اروپایی (EC8-2003) بر اساس مدل دو جرمی فرآیند ساده ای بر تخمین فرکانس ارتعاش آزاد مخازن استوانه ای ذخیره سیال به دست داده است. بر اساس این آیین نامه با در دست داشتن نسبت ارتفاع آب مخزن به قطر آن (h/R) می توان از جدول (۱۴-۱) پارامترهای مدل را به دست آورد.

جدول (۱۴-۱): مقادیر پیشنهادی آیین‌نامه اروپایی برای مود اول ارتعاش مخازن ذخیره سیال-EC8)

2003)

h/R	C_i	C_c	m_i/m_w	m_c/m_w	h_i/h	h_c/h	h'_i/h	h'_c/h
0.3	9.28	2.09	0.176	0.824	0.400	0.521	2.640	3.414
0.5	7.74	1.74	0.300	0.700	0.400	0.543	1.460	1.517
0.7	6.97	1.60	0.414	0.586	0.401	0.571	1.009	1.011
1.0	6.36	1.52	0.548	0.452	0.419	0.616	0.721	0.785
1.5	6.06	1.48	0.686	0.314	0.439	0.690	0.555	0.734
2.0	6.21	1.48	0.763	0.237	0.448	0.751	0.500	0.764
2.5	6.56	1.48	0.810	0.190	0.452	0.794	0.480	0.796
3.0	7.03	1.48	0.842	0.158	0.453	0.825	0.472	0.825

بر مبنای Eurocode 8 که قسمت چهارم آن به تحلیل تانک‌های ذخیره سیال اختصاص دارد، برای مخازن زمینی با فرض پایه گیردار می‌توان فرکانس ارتعاش سیستم را از روابط زیر به دست آورد:

$$T_i = C_i \frac{\sqrt{\rho h}}{\sqrt{E} \sqrt{S/R}} \quad (۶-۱۴)$$

$$T_c = C_c \sqrt{R} \quad (۷-۱۴)$$

رابطه (۶-۱۴) برای یک مخزن روزمینی ارائه شده است. اگر مخزن هوایی باشد، سختی پایه مخزن نقش اساسی خواهد داشت. در مثال حل شده (۱۴-۳) نمونه‌ای از محاسبه فرکانس ارتعاش بخش ثابت برای مخازن هوایی ارائه شده است. در این روابط، T_i فرکانس ارتعاش آزاد بخش ثابت و غیر چرخشی سیستم و T_c فرکانس بخش چرخشی سیال هستند. علاوه بر این، ρ دانسیته سیال داخل مخزن، E مدول الاستیسیته مصالح مخزن و C_i و C_c ضرایبی هستند که از جدول (۱۴-۱) به

دست می‌آیند. S ضخامت معادل دیواره مخزن است. این آیین‌نامه برای تانک‌های مستطیلی و هم-چنین تانک‌های فلزی روزمینی روابط دیگر توصیه کرده است که خوانندگان در صورت لزوم می‌توانند به آن مرجع مراجعه نمایند.

در این روش پس از تخمین جرم‌ها و سختی‌ها از جدول، فرکانس ارتعاش آزاد سیستم از روابط (۱۴-۶) و (۱۴-۷) محاسبه شده و سپس برش پایه و لنگر واژگونی بر اساس تحلیل طیفی که فرآیند آن در آیین‌نامه‌ها آمده است، محاسبه می‌گردد. نمادهای مورد استفاده در جدول (۱۴-۱) مطابق زیر تعریف می‌شوند:

- h : ارتفاع آب درون مخزن
- m_w : جرم کل آب درون مخزن
- R : شعاع مخزن
- m_c و h_c : جرم چرخشی و ارتفاع آن
- C_i : ضریب بدون بعد
- m_i و h_i : جرم ثابت و ارتفاع آن
- C_c : ضریب با دیمانسیون $m^{0.5}/s$
- h'_c و h'_i : ارتفاع‌ها برای بررسی لنگر واژگونی

۴-۱۴- مبانی اندرکنش سیال-خاک-سازه^۱

توجه به این نکته که هر سازه نسبت به نوع تحریک و خاک منطقه مربوطه دارای پاسخ‌های مختلف لرزه‌ای است جزء مسائل اصلی و مورد توجه اصول طراحی لرزه‌ای هر نوع سازه‌ای هستند. بررسی پاسخ‌های لرزه‌ای و رفتار سنجی دینامیکی سازه‌های هیدرولیکی نیز در شمار این شرایط بوده و در نظرگیری مشخصات خاک و بستر محل قرارگیری، قابل توجه است. یک راه‌کار ساده برای حل مسئله اندرکنش خاک - سیال - سازه (FSSI) آن است که این مسئله به دو مسئله اندرکنش

^۱Fluid-Soil-Structure Interaction (FSSI)

خاک-سازه (SSI) و اندرکنش سازه-سیال (FSI) تفکیک شود. به عبارت دیگر اثر انعطاف‌پذیری زمین در پریود ارتعاش چرخشی نادیده گرفته شود. در این حالت خواهیم داشت:

$$FSSI = FSI + SSI$$

EC8 در بخش چهارم خود پیرامون اثر اندرکنش خاک و سازه بر تانک‌هایی که روی زمین هستند اظهارنظر کرده است که خلاصه نکات آن در زیر بیان می‌گردد:

- در تانک‌های قرارگرفته بر روی زمین نرم حرکت پایه تحت تأثیر خصوصیات ساختگاه است و با حرکت میدان آزاد تفاوت دارد.
- فرآیندی ساده برای تحلیل تانک‌ها در پیوست بخش چهارم EC8 آمده است.
- پریود بخش چرخشی سیال (T_c) متأثر از اثرات اندرکنش خاک و سازه نیست.
- برش پایه، لنگر واژگونی، پریود و میرایی سیستم تحت تأثیر سختی خاک هستند.
- برای تانک‌های بلند تأثیر در نظرگیری اثرات حرکت گهواره‌ای^۱ قابل ملاحظه است.

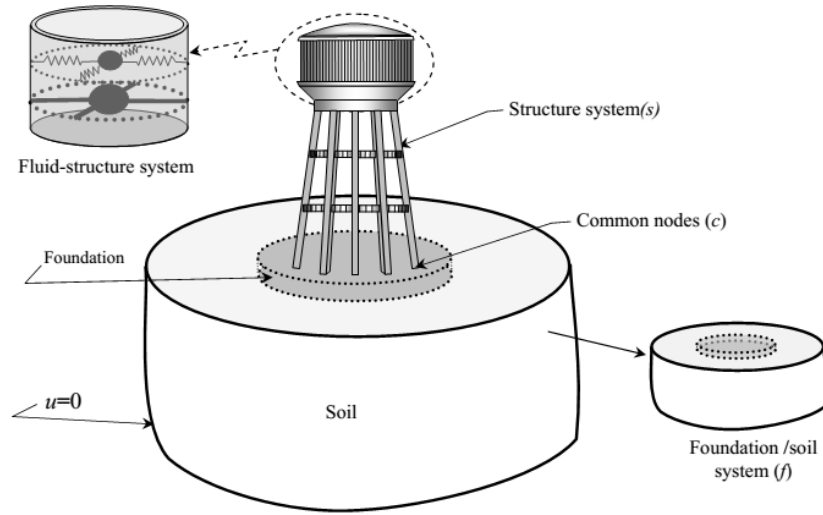
باید اذعان گردد که پیشرفت‌های محدودی در زمینه اندرکنش سیال - خاک - سازه صورت گرفته است. شاید بتوان مسئله سیال - خاک - سازه را به دو مسئله سیال - سازه و خاک - سازه تقسیم کرد. در این صورت بر مبنای آنچه در بخش‌های قبل این نوشتار بیان گردید، هر دو مسئله قابل حل هستند.

در شکل (۱۴-۱۱) یک نمونه ساده‌سازی مسئله نمایش داده شده است. در این مثال شبکه اجزاء محدود برای تحلیل به کار برده شده است. از آنجایی که بسیاری از نرم‌افزارهای اجزاء محدود،

^۱Rocking Component

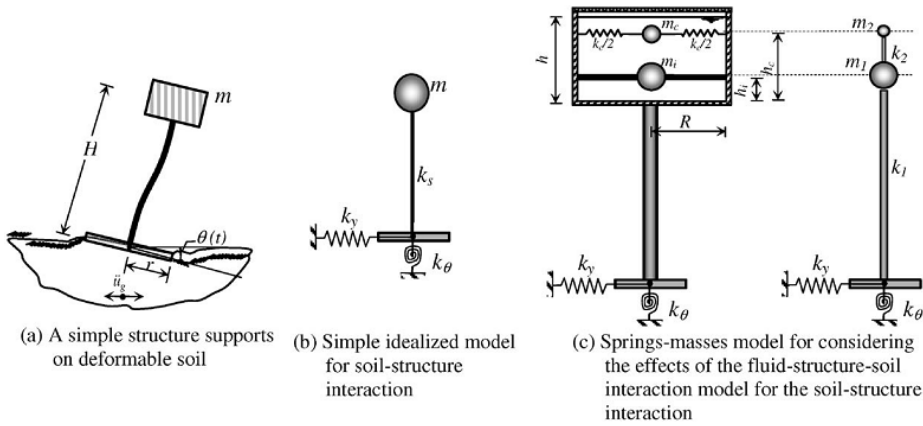
المان سیال را ندارند، برای این منظور بخش سیال فقط با مدل دو جرمی هاسنر شبیه‌سازی شده و بدین صورت مسئله پیچیده اندرکنش آب - خاک - سازه به یک مسئله خاک - سازه تقلیل یافته است. سازه شکل (۱۴-۱۱) را می‌توان به طور کامل با مدل‌های جرم متمرکز که در فصل‌های قبلی به آن‌ها پرداخته شد شبیه‌سازی کرد. مدل جرم متمرکز این سیستم در شکل (۱۴-۱۲) نمایش داده شده است.

نظیر آنچه برای مدل‌سازی مخازن هوایی بیان گردید، مدل‌های جرم متمرکز در تحلیل مخازن ذخیره آب روزمینی هم کاربرد دارند. در شکل (۱۴-۱۳) شبیه‌سازی یک مخزن آب و کوله‌های خاکی اطراف آن با جرم متمرکز که توسط (Cakir and Livaoglu (2012) انجام شده، نمایش داده شده است. در این حالت نیز از مدل دو جرمی برای شبیه‌سازی مخزن استفاده شده است. کوله خاکی هم توسط فنر، میراگر و یک جرم متمرکز مدل‌سازی شده است. در شکل (۱۴-۱۴) تجزیه مدل کلی به سه زیر سازه برای محاسبه فرکانس در سه مود مربوط به این زیر سازه‌ها توسط آنالیز مودال نمایش داده شده است. (Cakir and Livaoglu (2012) نشان داده‌اند که مود اول فرکانس بخش ثابت او مود دوم فرکانس سیال چرخشی سیستم را به دست می‌دهد. در هر صورت این محققین اثرات خاک زیر مخزن را در تحلیل منظور نکرده‌اند.



شکل (۱۴-۱۱): مدل ارائه شده توسط (Livaoglu and Doganuun, 2007) برای تحلیل اندرکنش در

مخازن هوایی



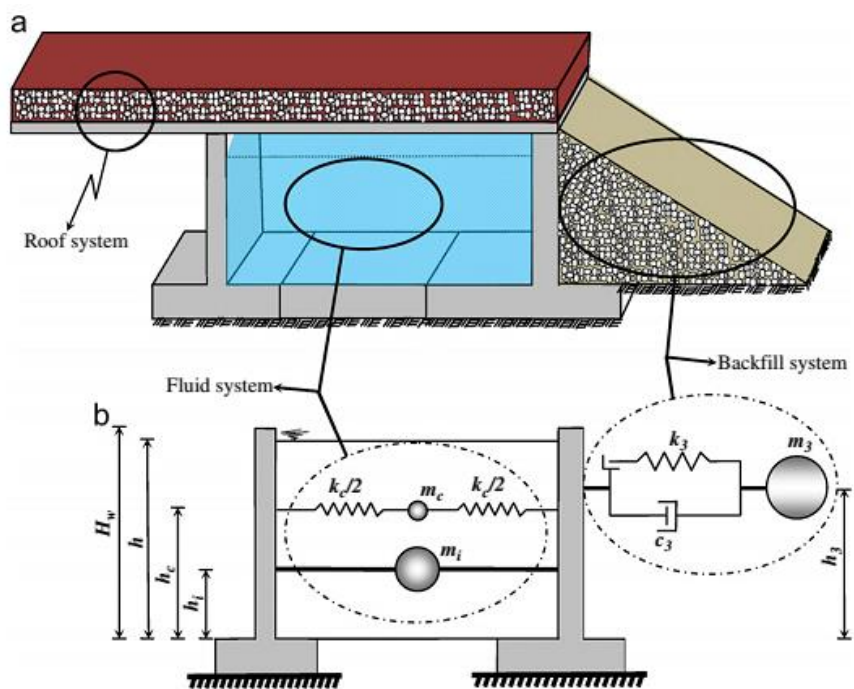
(a) A simple structure supports on deformable soil

(b) Simple idealized model for soil-structure interaction

(c) Springs-masses model for considering the effects of the fluid-structure-soil interaction model for the soil-structure interaction

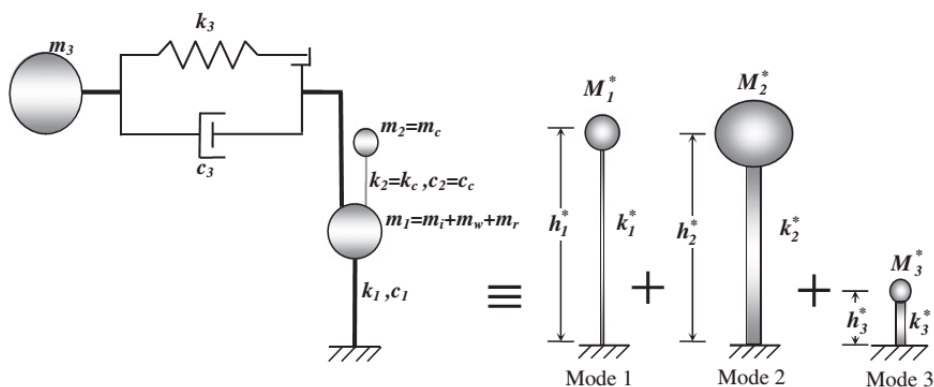
شکل (۱۴-۱۲): مدل جرم متمرکز ارائه شده توسط (Livaoglu and Doganuun, 2007) برای مخازن

هوایی



شکل (۱۳-۱۴): شبیه‌سازی یک مخزن آب و کوله‌های خاکی اطراف آن با جرم متمرکز (Cakir and

Livaoglu, 2012)

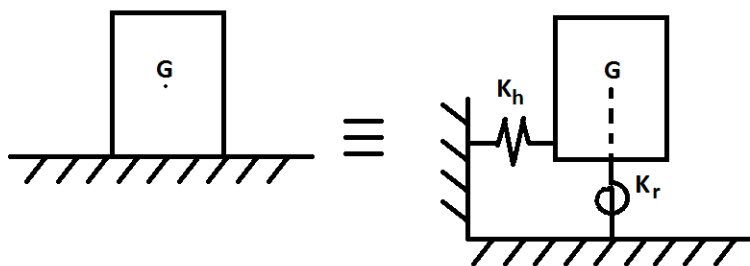


شکل (۱۴-۱): مدل تحلیلی برای رفتار لرزه‌ای یک مخزن آب و کوله‌های خاکی (Cakir and

Livaoglu, 2012)

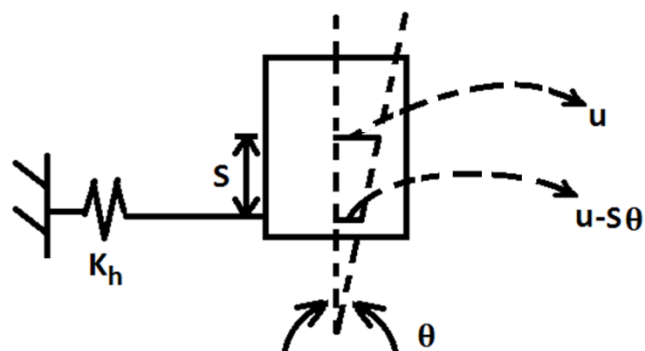
مسئله (۱۴-۱): معادلات تعادل دینامیکی در حالت ارتعاش آزاد برای محاسبه دوران جسم صلب

زیر که بر روی زمینی انعطاف‌پذیر قرار دارد را بنویسید و سپس فرکانس طبیعی سیستم را محاسبه کنید. زمین آزادی حرکت دورانی و افقی دارد. برای سادگی در حل مسئله از میرایی صرف‌نظر شود.

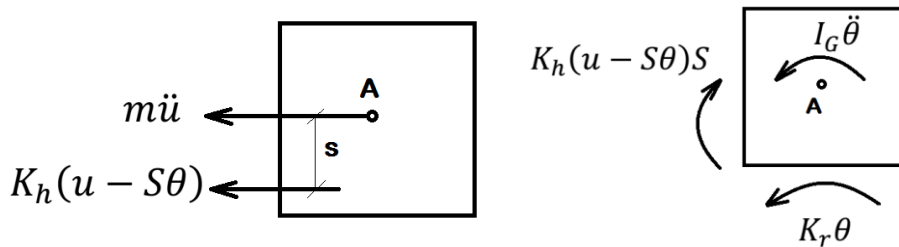


حل: مرکز ثقل جسم صلب یک حرکت افقی به میزان U و یک دوران به میزان θ دارد. در این

صورت جابه‌جایی امتداد فنر و مرکز ثقل جسم به صورت اشکال زیر خواهد بود:



همچنین دیاگرام جسم آزاد برای نیروهای افقی و لنگرها به تفکیک در شکل زیر آمده است:
(فرض کنید که نقطه A مرکز ثقل جسم است)



الف) تعادل افقی:

فرض کنید که جرم سیستم معادل m و ممان اینرسی جرمی مساوی I_G باشد:

$$\text{نیروی اینرسی در جهت افقی} = m\ddot{u}$$

$$\text{نیروی فنر} = K_h(u - S\theta)$$

$$\text{تعادل افقی نیروها} \Rightarrow m\ddot{u} + K_h(u - S\theta) = 0$$

ب) تعادل دورانی (تعادل لنگرها):

$$\begin{aligned} \text{لنگر اینرسی} &= I_G \ddot{\theta} \\ \text{لنگر فنر دورانی} &= K_r \theta \\ \text{لنگر خروج از مرکز فنر افقی} &= K_h (u - S\theta) S \\ \text{تعادل لنگرها حول مرکز ثقل جسم} &\Rightarrow -K_h (u - S\theta) S + I_G \ddot{\theta} + K_r \theta = 0 \end{aligned}$$

در حل این مسئله از لنگر ناشی از جابه‌جایی مرکز ثقل جسم صرف‌نظر شده است. در واقع به دلیل حرکت افقی و دورانی سیستم اندکی مرکز ثقل (نقطه A) جابه‌جا می‌شود که این جابه‌جایی هم لنگری را تولید می‌کند.

ج) حل معادلات و محاسبه \mathbf{u} و $\boldsymbol{\theta}$

برای حل معادلات فرض می‌کنیم که: $u = u_0 e^{i\omega t}$ و $\theta = \theta_0 e^{i\omega t}$

با جاگذاری این مقادیر در معادلات بالا داریم:

$$\begin{aligned} (-\omega^2 m + K_h) u_0 - K_h S \theta_0 &= 0 \\ -K_h S \theta_0 + (-\omega^2 I_G + K_r + K_h S^2) \theta_0 &= 0 \end{aligned}$$

برای به دست آوردن u_0 و θ_0 باید دترمینان ضرائب معادله بالا صفر شود، لذا داریم:

$$\omega^4 - \left(1 + \frac{e_0^2}{i_0^2} + \frac{s^2}{i_0^2}\right) \omega_h^2 \omega^2 + \frac{e_0^2}{i_0^2} \omega_h^4 = 0$$

که در آن:

$$e_0^2 = k_r/k_h \quad \text{و} \quad i_0^2 = I_G/m \quad \text{و} \quad \omega_h^2 = k_h/m$$

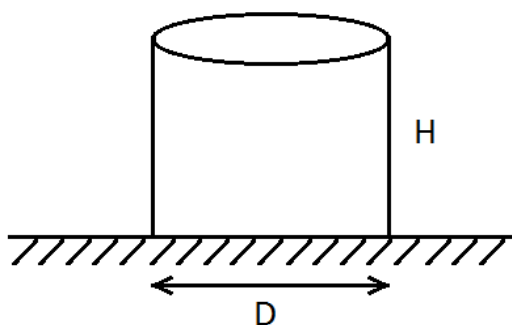
از معادله بالا فرکانس‌های زاویه‌ای طبیعی به صورت زیر به دست خواهند آمد:

$$\frac{\omega_1^2}{\omega_h^2} \text{ و } \frac{\omega_2^2}{\omega_h^2} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{e_0^2}{i_0^2} + \frac{s^2}{i_0^2} \mp \left[\left(1 + \frac{e_0^2}{i_0^2} + \frac{s^2}{i_0^2} \right)^2 - 4 \frac{e_0^2}{i_0^2} \right]^{0.5} \right\}$$

مسئله (۱۴-۲): با فرض صرف نظر از اثرات هیدرودینامیکی، فرکانس‌ها و مودهای حرکت

ارتعاش آزاد مخزن ذخیره آب شکل مقابل را محاسبه کنید.

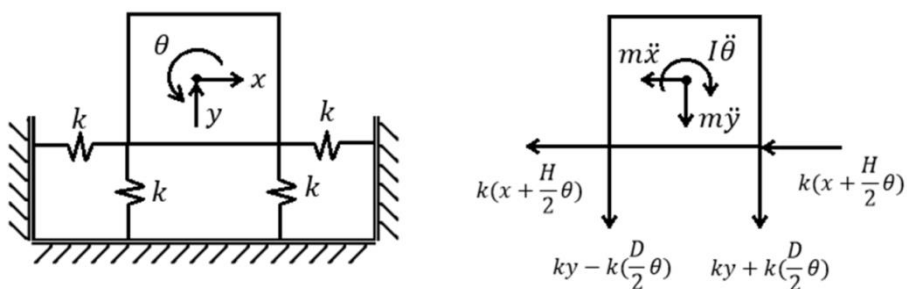
- برای سادگی فرض کنید که این جسم سه بعدی با صفحه دو بعدی به جرم m قابل شبیه‌سازی باشد.
- فرض کنید نقطه وسط مخزن دارای سه درجه آزادی x ، y و θ باشد و مخزن فقط حرکت صلب داشته باشد.
- از اثرات میرایی در حل مسئله صرف نظر کنید.



حل: تفاوت این مسئله با مسئله قبل در آن است که در این جا حرکت قائم سیستم هم مورد نظر

است. از سوی دیگر می‌توان به جای فنر دورانی از دو فنر قائم در پی استفاده کرد که مجموع عملکرد

آن‌ها نظیر یک فنر دورانی عمل می‌کند. ابتدا مدل تحلیلی سیستم تعریف شده و سپس دیاگرام آزاد نیروهای وارد برای آن ترسیم می‌شود. مدل تحلیلی سیستم مطابق زیر خواهد بود:



در عمل خاک مقاومت کششی چندانی ندارد و فنرهای کف مخزن فقط در فشار عمل می‌کنند و در کشش نقشی ندارند. با این حال در این‌جا برای سادگی حل مسئله این مسئله مورد نظر قرار نگرفته است.

قدم اول: دیاگرام آزاد نیروها

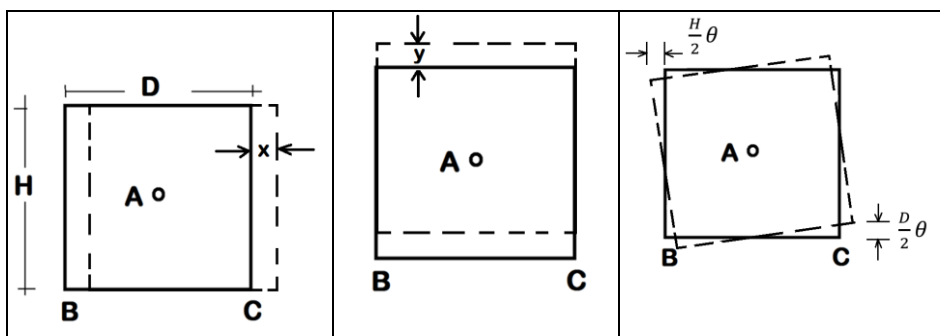
برای محاسبه ماتریس سختی دو راه وجود دارد:

۱- از طریق آنالیز ماتریسی تک تک درایه‌های ماتریس سختی را پیدا کنیم. در این حالت باید k_{21} ، k_{23} و ... به صورت مجزا محاسبه شود.

۲- ابتدا نیروی هر فنر محاسبه شده و بعد از طریق نوشتن معادله تعادل دینامیکی ماتریس سختی به دست آید.

در این جا برای حل مسئله به روش دوم عمل شده است:

نیروی هر فنر برابر حاصل ضرب سختی فنر در تغییر مکان آن در راستای حرکت فنر است. برای محاسبه تغییر مکان فنر به تمام درجات آزادی به اندازه واحد حرکت داده می شود. دقت شود که در شکل زیر نقطه B در اثر چرخش به سمت پایین و نقطه C به سمت بالا حرکت می کند.



- مجموع حرکت نقطه B در جهت قائم برابر است با: $y - \frac{D}{2}\theta$
- مجموع حرکت نقطه C در جهت قائم برابر است با: $y + \frac{D}{2}\theta$
- مجموع حرکت نقاط B و C در جهت افقی برابر است با: $x + \frac{H}{2}\theta$

که در آن x تغییر مکان صلب مخزن در جهت افقی، y تغییر مکان صلب مخزن در جهت قائم و θ دوران صلب جسم است. همچنین H و D ارتفاع و قطر مخزن هستند. از سوی دیگر نقطه A که مرکز ثقل مخزن است هم در اثر دوران و جابه جایی افقی و قائم سایر نقاط جابه جا می شود که در این جا برای حل مسئله از اثر لنگر جابه جایی آن صرف نظر شده است.

قدم دوم: معادله تعادل دینامیکی

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow m\ddot{x} + 2kx + kH\theta = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow m\ddot{y} + 2ky = 0$$

$$\sum M = 0 \Rightarrow I\ddot{\theta} + 2k\left(x + \frac{H}{2}\theta\right)\frac{H}{2} + 2k\frac{D}{2}\theta\left(\frac{D}{2}\right) = 0 \Rightarrow I\ddot{\theta} + H(kx) + \frac{k\theta}{2}(H^2 + D^2) = 0$$

اگر بردار u عبارت باشد از:

$$u = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix}$$

در این صورت معادله عمومی حرکت دینامیکی سیستم با صرف نظر از میرایی در حالت ارتعاش

آزاد، به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\tilde{M}\ddot{u} + \tilde{K}u + \tilde{C}\dot{u} = P(t) \Rightarrow \tilde{M}\ddot{u} + \tilde{K}u = 0$$

$$\tilde{M} = m \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{H^2 + D^2}{12} \end{bmatrix} \quad \tilde{K} = k \begin{bmatrix} 2 & 0 & H \\ 0 & 2 & 0 \\ H & 0 & \frac{1}{2}[H^2 + D^2] \end{bmatrix}$$

توجه شود که برای نوشتن ماتریس جرم، به جای I مقدار آن بر حسب ارتفاع و قطر استوانه

نوشته شده است.

حال دترمینان $|\tilde{K} - \tilde{M}\omega_n^2|$ به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$|\bar{K} - \bar{M}\omega_n^2| = \begin{bmatrix} 2k - m\omega^2 & 0 & kH \\ 0 & 2k - m\omega^2 & 0 \\ kH & 0 & \frac{k}{2}[H^2 + D^2] - m\left[\frac{H^2+D^2}{12}\right]\omega^2 \end{bmatrix}$$

$$|\bar{K} - \bar{M}\omega_n^2| = 0 \Rightarrow (2k - m\omega^2) \left[(2k - m\omega^2) \left\{ \frac{k}{2}[H^2 + D^2] - m\left[\frac{H^2+D^2}{12}\right]\omega^2 \right\} - kH^2 \right] = 0$$

$$(2k - m\omega^2) = 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{2k}{m} \quad (\text{فرکانس مود دوم})$$

$$(2k - m\omega^2) \left\{ \frac{k}{2}[H^2 + D^2] - m\left[\frac{H^2+D^2}{12}\right]\omega^2 \right\} = kH^2$$

بنابراین از این معادله درجه دوم، دو مقدار دیگر برای فرکانس ارتعاش آزاد به دست می‌آید.

برای یک حالت کاربردی که قطر و ارتفاع مخزن مساوی است داریم:

$$\text{اگر } H=D \Rightarrow \omega^2 = \begin{cases} 0.84 \frac{k}{m} & (\text{فرکانس مود اول}) \\ 7.16 \frac{k}{m} & (\text{فرکانس مود سوم}) \end{cases}$$

فرکانس مود دوم هم که از قبل با صفر شدن جمله اول به دست آمده بود. حال به ازای هر

فرکانس یک بردار φ که نمایانگر شکل ارتعاش است، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$[\bar{K} - \bar{M}\omega_n^2]\varphi_n = 0$$

در معادله بالا اگر قرار دهیم $\omega = \omega_1$ آن‌گاه بردار φ_1 از حل معادله به دست خواهد آمد. برای

$H=D$ داریم:

$$\begin{bmatrix} 2k - m\omega_1^2 & 0 & kH \\ 0 & 2k - m\omega_1^2 & 0 \\ kH & 0 & k[H^2] - m\left[\frac{H^2}{6}\right]\omega_1^2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \varphi_{11} \\ \varphi_{12} \\ \varphi_{13} \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \varphi_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1.16/H \end{bmatrix}$$

در معادله بالا φ_{11} در واقع مقدار تغییر مکان مودال افقی برای مود اول ارتعاش است. به همین صورت بردارهای φ_2 و φ_3 هم محاسبه خواهند شد.

$$\varphi_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \varphi_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1.16/H \end{bmatrix}$$

در حل این مسئله فقط حرکات صلب سیستم مورد توجه بود و انعطاف پذیری دیواره‌های سازه مورد نظر نبود. در عمل برای مخازن بلند و همچنین مخازن فولادی بلند و متوسط در نظرگیری انعطاف پذیری دیواره لازم است.

مسئله (۳-۱۴): مخزن هوایی نشان داده شده در شکل زیر بر روی یک شفت توخالی بتن مسلح به ارتفاع ۱۵ متر واقع شده است. بتن و فولاد مورد استفاده از نوع M20 و Fe415 و محل قرارگیری مخزن از جنس خاک سخت در منطقه لرزه‌ای نوع IV است. هم‌چنین وزن مخصوص بتن 25 kN/m³ است. مطلوب است تحلیل لرزه‌ای این مخزن در حالت پر و خالی.

(توجه: این مسئله به همراه چندین مسئله دیگر در راهنمای تحلیل لرزه‌ای تانک‌های هوایی به شماره EQ-08 بر اساس آیین‌نامه کشور هندوستان حل شده است.)

• معلومات اولیه:

جدول (۱۴-۲): اندازه اجزاء مختلف مخزن

اندازه (mm)	اجزاء
۱۲۰	ضخامت کلاهک بالایی
۳۰۰×۲۵۰	تیر حلقوی بالایی
۲۰۰	ضخامت دیوار استوانه‌ای
۳۰۰×۵۰۰	تیر حلقوی پایینی
۵۰۰×۶۰۰	تیر حلقوی دایره‌ای
۲۰۰	ضخامت کلاهک پایینی
۲۵۰	ضخامت کلاهک مخروطی
۱۵۰	ضخامت شفت

جدول (۱۴-۳): وزن اجزاء مختلف مخزن

وزن	محاسبات	اجزاء
209.3	شعاع کلاهک $r_1 = [((8.8/2)^2/1.69) + 1.69]/2 = 6.57$ $W = 2 \times \pi \times 6.57 \times 1.69 \times (0.12 \times 25)$	کلاهک بالایی
52.1	$\pi \times (8.6 + 0.25) \times 0.25 \times 0.3 \times 25$	تیر حلقوی بالایی
552.9	$\pi \times 8.8 \times 0.2 \times 4 \times 25$	دیوار استوانه-ای
107.2	$\pi \times (8.6 + 0.5) \times 0.5 \times 0.3 \times 25$	تیر حلقوی پایینی
148	$\pi \times 6.28 \times 0.5 \times 0.6 \times 25$	تیر حلقوی دایره‌ای
185.6	شعاع کلاهک $r_2 = [((6.28/2)^2/1.40) + 1.40]/2 = 4.22$ $W = 2 \times \pi \times 4.22 \times 1.40 \times (0.20 \times 25)$	کلاهک پایینی
321.3	طول مخروط $L_c = (1.65^2 + 1.41^2)^{1/2} = 2.17$ $W = \pi \times ((8.8 + 6.28)/2) \times 2.17 \times 0.25 \times 25$	کلاهک مخروطی
1213	$\pi \times 6.28 \times 0.15 \times 16.4 \times 25$	شفت
2508	$[(\pi \times 8.6^2 \times 3.7/4) + \pi \times 1.5(8.6^2 + 5.63^2 + (8.6 \times 5.63))]/12 - (\pi \times 1.3^2 \times (3 \times 4.22 - 1.5)/3)] \times 9.81$	آب

در حل این مثال فرضیات زیر منظور شده است:

۱. از وزن پوشش سقف مخزن صرف نظر شده است.
۲. در تحلیل لرزه‌ای هیچ بار زنده‌ای در سقف مخزن در نظر گرفته نشده است.
۳. اثر آب مخزن به صورت بار مرده در نظر گرفته شده است.
۴. در تحلیل لرزه‌ای ارتفاع خالی مخزن در محاسبه عمق آب لحاظ نشده است.
۵. مطابق جدول (۱۴-۳) خواهیم داشت:

$$1576 + \frac{1213}{3} = 1980 \text{ kN} = \text{وزن مخزن} + \text{یک سوم وزن پایه}$$

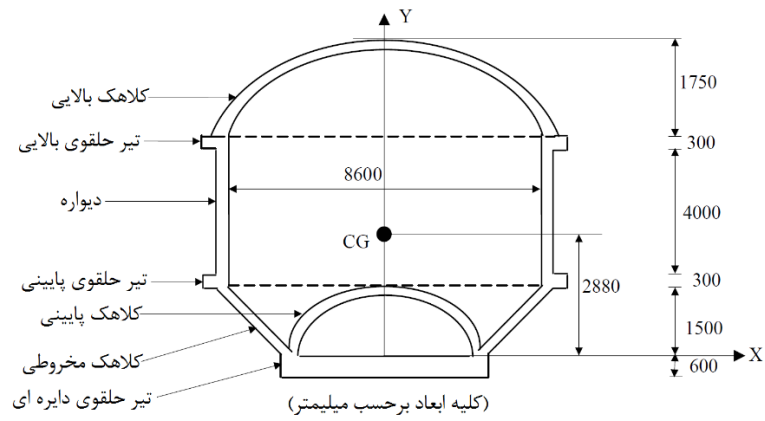
نکته: در نظرگیری یک سوم وزن پایه با توجه به نظر آیین‌نامه هندوستان بوده است. در سایر

آیین‌نامه‌ها این ضریب ممکن است مقدار دیگری داشته باشد.

• محاسبه مرکز جرم مخزن خالی (CG):

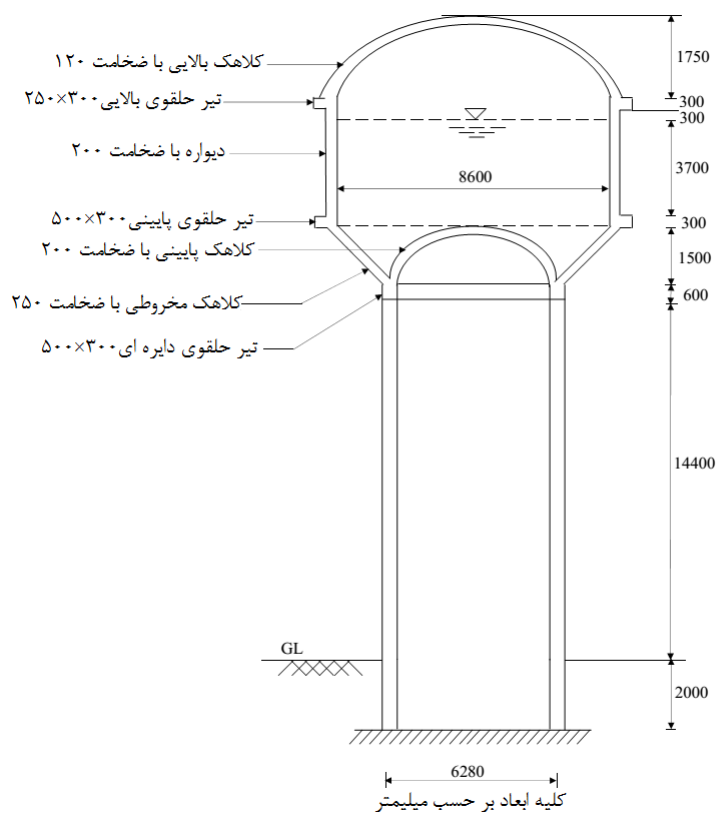
ارتفاع مرکز جرم مخزن خالی نسبت به بالای تیر حلقوی دایره‌ای:

$$= \frac{[(209.3 \times 722) + (52.1 \times 5.9) + (552.9 \times 3.8) + (107.2 \times 1.65) + (321.3 \times 1) + (185.6 \times 0.92) + (148 \times 0.3)]}{1576} = 2.88$$



شکل (۱۴-۱۵): جزئیات مخزن

با توجه به این که ارتفاع پایه نسبت به سطح پی ۱۷ متر است، ارتفاع مرکز جرم مخزن خالی از بالای پی، $h_{cg}=17+2.88=19.88$ m است.



شکل (۴-۱۶): جزئیات هندسه مخزن

- پارامترهای مدل جرم و فنر:

$$\text{وزن کل آب} = 2508 \text{ kN}$$

$$\text{حجم آب} = \frac{2508}{9.81} = 255.66 \text{ m}^3$$

$$\text{جرم آب, } m = 255658 \text{ kg}$$

قطر داخلی مخزن, $D = 8.6 \text{ m}$

برای محاسبه پارامترهای مدل جرم و فنر، یک مخزن معادل دایره‌ای با همان حجم و قطر معادل قطر مخزن در سطح بالای سیال فرض می‌شود. ارتفاع معادل این مخزن به صورت زیر حساب می‌شود.

$$\pi(D/2)^2 h = 255.66 \Rightarrow h = 255.66 / [\pi \times (8.6/2)^2] = 4.4 \text{ m}$$

$$h/D = 4.4/8.6 = 0.51$$

برای مقدار h/D به دست آمده داریم:

$$m_i/m = 0.55;$$

$$m_i = 0.55 \times 255658 = 140612 \text{ kg}$$

$$m_c/m = 0.43;$$

$$m_c = 0.43 \times 255658 = 109933 \text{ kg}$$

$$h_i/h = 0.375; h_i = 0.375 \times 4.4 = 1.65 \text{ m} \quad h_i^*/h = 0.78; h_i^* = 0.78 \times 4.4 = 3.43 \text{ m}$$

$$h_c/h = 0.61; h_c = 0.61 \times 4.4 = 2.68 \text{ m}$$

$$h_c^*/h = 0.78; h_c^* = 0.78 \times 4.4 = 3.43 \text{ m}$$

بايد توجه داشت حدود ٥٥٪ سيال در مود ثابت^١ شركت مي كند در حالي كه ٤٣٪ آن در مود چرخشي^٢ شركت دارد. مجموع جرم ثابت و چرخشي حدود ٢٪ كمتر از جرم كل سيال است.

$$201869 \text{ kg} = (1576 + 1213/3) \times (1000/9.81) = \text{جرم مخزن خالي} + 1/3 \text{ جرم پايه}$$

• سختي جانبي پايه:

در اين جا شفت پايه به عنوان يك طره به طول ١٦/٤ متر در نظر گرفته مي شود كه همان ارتفاع شفت از بالاي پي تا زير تير حلقوي دايره اي است.

$$K_s = 3EI/L^3, \text{ سختي جانبي}$$

$$E = 5000\sqrt{f_{ck}} = 5000\sqrt{20} = 22360 \text{ kN/m}^2$$

$$I = \frac{\pi(6.43^4 - 6.13^4)}{64} = 14.59 \text{ m}^4$$

$$K_s = (3 \times 22360 \times 14.59)/16.4^3 = 2.22 \times 10^8 \text{ N/m}$$

در اين مثال فقط اثر خمش در محاسبه سختي در نظر گرفته شده است. اگر قرار باشد اثر برش

هم ديده شود بايد از معادله زير استفاده گردد.

$$K_s = \frac{1}{\frac{L^3}{3EI} + \frac{L}{\kappa AG}}$$

١- Impulsive

٢- Convective

که در آن A ، سطح مقطع برشی، G ، مدول برشی و κ' ضریب شکل است.

• محاسبه پی‌یود:

پی‌یود مود ثابت:

$$T_i = 2\pi \sqrt{\frac{m_i + m_c}{K_s}} = 2\pi \sqrt{\frac{140612 + 201869}{2.2 \times 10^8}} = 0.25 \text{ sec}$$

پی‌یود مود چرخشی:

$$T_c = C_c \sqrt{\frac{D}{g}} = 3.35 \sqrt{\frac{8.6}{9.81}} = 3.14 \text{ sec}$$

$$h/D = 0.51, C_c = 3.35$$

گرچه شکل رابطه مورد استفاده در بالا اندکی با رابطه (۷-۱۴) متفاوت است، ولی پی‌یود حاصل

از هر دو رابطه یکی است.

• ضریب لرزه‌ای افقی طراحی:

ضریب لرزه‌ای افقی طراحی مود ثابت

$$(A_h)_i = \frac{Z}{2R} \left(\frac{S_a}{g} \right)_i$$

با فرض $I=1.5$ و $Z=0.24$ و $R=1.8$ و با توجه به این که $T_i = 0.25 \text{ sec}$ ، خاک منطقه از نوع

سخت و با فرض میرایی ۵٪ داریم (IS,1893):

$$\left(\frac{S_a}{g} \right)_i = 2.5$$

$$(A_h)_i = \frac{0.24 \cdot 1.5}{2 \cdot 1.8} \times 2.5 = 0.25$$

ضریب لرزه‌ای افقی طراحی مود چرخشی

$$(A_h)_c = \frac{Z \cdot I}{2 \cdot R} \left(\frac{S_a}{g} \right)_c$$

مطابق حالت قبل و این بار با فرض میرایی نیم درصد داریم:

$$\left(\frac{S_a}{g} \right)_c = 1.75 \times 0.318 = 0.56$$

ضریب ۱/۷۵ برای تبدیل مقدار $\left(\frac{S_a}{g} \right)_c$ برای میرایی ۵٪ به مقدار آن برای میرایی نیم درصد استفاده شده است.

$$(A_h)_c = \frac{0.24 \cdot 1.5}{2 \cdot 1.8} \times 0.56 = 0.06$$

• برش پایه:

برش پایه در پایین تکیه‌گاه در مود ثابت

$$V_i = (A_h)_i (m_i + m_s) g = 0.25 \times (140612 + 201869) \times 9.81 = 840 \text{ kN}$$

برش پایه در پایین تکیه‌گاه در مود چرخشی:

$$V_c = (A_h)_c m_c g = 0.06 \times 109933 \times 9.81 = 65 \text{ kN}$$

برش پایه کل در پایین تکیه‌گاه:

$$V = \sqrt{V_i^2 + V_c^2} = \sqrt{840^2 + 65^2} = 843 \text{ kN}$$

قابل توجه است که برش پایه کل حدود ۱۹٪ وزن کل سازه (4488 kN) است.

- لنگر پایه:

لنگر واژگونی در کف تکیه‌گاه برای مود ثابت

$$M_i^* = (A_h)_i [m_i(h_i^* + h_s)m_s h_{cg}]g =$$

$$0.25[140612 \times (3.43 + 17) + 201869 \times 19.88] \times 9.81 = 16888 \text{ kN.m}$$

لنگر واژگونی در کف تکیه‌گاه برای مود چرخشی:

$$M_c^* = (A_h)_c m_c (h_c^* + h_s)g = 0.06 \times 109933 \times (3.43 + 17) \times 9.81 = 1322 \text{ kN.m}$$

لنگر واژگونی کل:

$$M^* = \sqrt{M_i^{*2} + M_c^{*2}} = \sqrt{16888^2 + 1322^2} = 16940 \text{ kN.m}$$

- حداکثر ارتفاع موج متلاطم:

$$d_{max} = (A_h)_c RD/2 = 0.06 \times 1.8 \times 8.6/2 = 0.46 \text{ m}$$

مقدار فوق کمتر از ارتفاع خالی مخزن است.

- تحلیل مخزن در شرایط بدون سیال:

در این حالت مخزن به صورت یک سیستم یک درجه آزادی در نظر گرفته می‌شود.

$$201869 \text{ kg} = \text{جرم مخزن خالی} + \frac{1}{3} \text{ جرم پایه}$$

$$K_s = 2.22 \times 10^8 \text{ N/m}$$

• پیروید:

$$T_i = 2\pi \sqrt{\frac{m_s}{K_s}} = 2\pi \sqrt{\frac{201869}{2.2 \times 10^8}} = 0.19 \text{ sec}$$

لازم به ذکر است که مخزن خالی مود ارتعاشی چرخشی ندارد.

• ضریب لرزه‌ای افقی طراحی:

$$(A_h)_i = \frac{Z}{2} \frac{I}{R} \left(\frac{S_a}{g} \right)_i$$

با فرض $I=1.5$, $Z=0.24$, $R=1.8$ و با توجه به این که $T_i=0.19 \text{ sec}$ ، خاک منطقه از نوع سخت

و با فرض میرایی ۵٪ داریم (IS,1893):

$$\left(\frac{S_a}{g} \right)_i = 2.5$$

$$(A_h)_i = \frac{0.24 \cdot 1.5}{2 \cdot 1.8} \times 2.5 = 0.25$$

برش پایه:

$$V = V_i = (A_h)_i (m_s) g = 0.25 \times (201869) \times 9.81 = 495 \text{ kN}$$

لنگر پایه:

$$M^* = (A_h)_i m_s h_{cg} g = 0.25 \times 201869 \times 19.88 \times 9.81 = 9842 \text{ kN.m}$$

در این مخزن با توجه به این که مقدار برش پایه برای مخزن پر بیش از مقدار آن برای مخزن

خالی است، لازم است طراحی مخزن برای حالت پر انجام شود. همچنین این مسئله در مورد لنگر

پایه نیز صدق می‌کند.

مسائل حل نشده فصل چهاردهم:

۱. برای مخزن روزمینی آب،

به قطر ۱۰ و ارتفاع ۸ متر

که با ورق فلزی از فولاد

AIII به ضخامت ۱۵۰

میلی‌متر ساخته شده

است، فرکانس سیال ثابت

را با استفاده از مدل دو

جرمی هاسنر محاسبه

کنید. فرض کنید مخزن به

انضمام تیرهای حلقوی

پیرامون آن در مجموع

۱۰۰ تن وزن دارند.



۱- فرکانس سیال ثابت و چرخشی در مخزن مسئله قبل را با استفاده از آیین‌نامه اروپا محاسبه

کنید. نتیجه را با حل هاسنر مقایسه کنید.



۲- اگر مخزن مسئله یک بر روی یک پایه فلزی به ارتفاع ۱۵ متر قرار گرفته باشد، دوباره فرکانس سیال ثابت و چرخشی در مخزن را محاسبه کنید. قرارگیری مخزن در ارتفاع چه تغییری در فرکانس ارتعاش آن ایجاد کرده است؟ فرض کنید سختی جانبی پایه معادل 5×10^8 نیوتن بر متر است. فرض کنید که پایه این مخزن ۷۰ تن وزن دارد.

- ۳- اگر مخزن مسئله ۳ در تهران قرار گرفته باشد، برش پایه را بر اساس آیین‌نامه ۲۸۰۰ زلزله ایران برای این سازه محاسبه کنید. برای نسبت میرایی عدد ۵ درصد را منظور کنید.
- ۴- اگر مخزن مسئله قبل بر روی خاک نوع ۳ قرار گرفته باشد، تغییر در برش پایه با در نظرگیری اندرکنش خاک و سازه را محاسبه کنید.
- ۵- مسئله ۳ را با فرض خالی بودن مخزن دوباره حل کنید و نتایج را با حل در حالت مخزن پر که در مائل قبل مورد نظر بوده است، مقایسه کنید.
- ۶- تحقیق کنید که ارتعاش بخش چرخشی سیال داخل مخزن در چه شرایطی موجب تغییر چشم‌گیری در برش پایه خواهد شد.

فهرست مراجع

- ۱- حسین زاده، نقدعلی و فریبرز ناطقی الهی؛ (۱۳۸۳)، مطالعه تجربی آثار اندرکنش خاک-سازه در پاسخ لرزه‌ای ساختمان‌ها و توصیه‌های آیین‌نامه‌ای، مجموعه مقالات مرکز عمران ایران.
- ۲- رضایی پژند، محمد و مویدیان، محمد (۱۳۸۶)، تحلیل لرزه‌ای سازه‌ها، انتشارات آستان قدس رضوی (شرکت به‌نشر).
- ۳- عرفانی، عمید، قنبری، علی و معصومی، علی (۱۹۹۵)، مجله زمین‌شناسی مهندسی. شماره ۱۰، ویژه‌نامه همایش لرزه‌خیزی و مهندسی زلزله استان البرز. صفحات ۱۰۵ تا ۱۲۴.
- ۴- نشریه ۶۲۴ (۱۳۹۲)، راهنمای تحلیل و طراحی لرزه‌ای سدهای خاکی و سنگریز (نشریه ۶۲۴). سازمان مدیریت و برنامه‌ریزی کشور.
- ۵- نعیم، فرزاد (۱۳۷۴). مرجع طرح سازه‌ها در برابر زلزله ترجمه رضا اوشک سرائی. انتشارات دانشگاه گیلان.

- 6- Abaqus (2011). Version 6.11 Documentation, U.S.A. ABAQUS, Inc.
- 7- Abbasi O, Ghanbari A, Hosseini SA. (2014). An analytical method for calculating the natural frequency of reinforced retaining walls with soil structure interaction effect. *Geosynthetics International*. 21:53 –61.
- 8- ACI 371R-98 (American Concrete Institute), 1995. Guide to the Analysis Design and Construction of Concrete-pedestal Water Tower. ACI 371R.
- 9- Ahmadabadi, M., Ghanbari, A., 2009. New procedure for active earth pressure calculation in retaining walls with reinforced cohesive-frictional backfill. *Geotextiles and Geomembranes* 27 (6), 456-463.
- 10- Allotey, N and Foschi, R (2005), “Coupled p-y t-z analysis of single piles in cohesionless soil under vertical and/or horizontal ground motion” *Journal of Earthquake Engineering*, Vol. 9, No. 6 (2005) 755-775.
- 11- Aminpoor, M.M., Ghanbari, A., 2014. Design Charts for Yield Acceleration and Seismic Displacement of Retaining Walls with Surcharge through Limit Analysis. *Structural Engineering and Mechanics*. Vol. 52, No. 6; 1225-1256.
- 12- Assimaki, D. and Kausel, E. (2007). Modified Topographic Amplification Factors for a Single-Faced Slope due to Kinematic Soil-Structure Interaction. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* . 133(11): 1414-1432.
- 13- Assimaki, D., Kausel, E. and Gazetas, G. (2005). Wave propagation and soil–structure interaction on a cliff crest during the 1999 Athens Earthquake. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 25: 513-527.
- 14- ATC-40. (1996). Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings. Redwood City (CA): Applied Technology Council (ATC); 1996.
- 15- Baziar, M. H., Habib, S. and Moghadam, M. R. (2012). Sliding stability analysis of gravity retaining walls using the pseudo-dynamic method. *Proc. Inst. Civ. Eng. Geotech. Engng* 166, No. 4, 389– 398.
- 16- Bouckovalas, G.D. and Papadimitriou, A.G. (2005). Numerical evaluation of slope topography effects on seismic ground motion. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 25: 547-558.

- 17- Cakir, T. (2013). "Evaluation of the effect of earthquake frequency content on seismic behavior of cantilever retaining wall including soil-structure interaction". *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 45 (2013) 96-111.
- 18- Cakir, T. and Livaoglu, R. (2012). "Fast practical analytical model for analysis of backfill-rectangular tank-fluid interaction systems". *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 37, 24-37.
- 19- Chen, C.P., Barber, R.B., 1976. Seismic design of liquid storage tanks to earthquakes. *International Symposium on Earthquake Structural Engineering*, St. Louis, MO, vol. II, pp. 1231-1247.
- 20- Chopra, A. K. (1995). *Dynamics of Structures Theory and Applications to Earthquake Engineering*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ.
- 21- Clough, RW and Penzien, J. (2003). *Dynamics of Structures*. Computers & Structures, Inc.
- 22- Darvishpour, A., Ghanbari, A., Hosseini, SAA, and Nekooei, M. (2017). New Analytical approach for Determining 3D Natural Frequency of retaining Walls. *International Journal of Civil Engineering*. (In Press).
- 23- Darvishpour, A., Ghanbari, A. and Zafarani, H. (2013), "Evaluating Seismic Response of Underground Structures Based on the Beam on Dynamic Visco-Elastic Foundation Theory." *JS EE*, Vol. 15, No. 1, 1-13.
- 24- Das BM, Ramana GV. *Principles of Soil Dynamics*. Cengage Learning; 2010.
- 25- Datta T. K. (2010). *Seismic analysis of structures*. John Wiley & Sons (Asia) Pte Ltd, 2 Clementi Loop, 02-01, Singapore.
- 26- Dhakal, S. (2004). *Emperical relations for earthquake response of slopes*. Thesis for the degree of Master of Sience in Geo-information Sience and Earth observation. International Institiute for Geo-information Science and Earth Observation Enschede, The Netherlands.
- 27- Dobry, R. Gazetas, G. (1988). Simple method for dynamic stiffness a damping of floating pile groups. *Géotechnique*. 38(4):557-574.
- 28- Dobry, R., Oweis, I., and Urzua, A., (1976). "Simplified Procedures for Estimating the Fundamental Period of a Soil Profile," *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 66, No. 4, 1976.

-
- 29- Douglas, J. (2001). A comprehensive world wide summary of strong-motion attenuation relationships for peak ground acceleration and spectral ordinates (1969 to 2000). ESEE Report No. 01-1.
- 30- Elgamal A, Alamapalli S, Laak P. Forced vibration of full-scale wall-backfill system. ASCE, Journal of Geotechnical Engineering. 1996; 122:849-858.
- 31- Epstein, H.I., 1976. Seismic design of liquid-storage tanks. ASCE Journal of Structural Division 102, 1659–1673.
- 32- Eurocode - 8. (2003). Design of structures for earthquake resistance, Part 1, General rules Seismic action and general requirements for structures, Part, 4 Silos, tanks and pipelines. European Committee for Standardization.
- 33- Eurocode 7: Geotechnical design - Part 1: General rules, EN 1997-1:2004 (E), (F) and (G), November 2004, European Committee for Standardization: Brussels (2004).
- 34- Eurocode 7: Geotechnical design - Part 2: Ground investigation and testing. Final draft, 3rd editing st 49, doc. Nr CEN/TC 250/SC 7/N 400, Brussels (2005).
- 35- Eurocode 8: Seismic Design of Buildings- Worked examples (2011), Worked examples presented at the Workshop “EC 8: Seismic Design of Buildings”, Lisbon, 10-11 Feb. 2011.
- 36- Eurocode 8: Design of Structures for Earthquake resistance. EN 1998: 2004.
- 37- FHWA-NJ (2005). Seismic Analysis of Retaining Walls, Buried Structures, Embankments, and Integral Abutments. FHWA-NJ-2005-002.
- 38- Gazetas G. (1991). Foundation vibrations. In: Fang HY, editor. Foundation engineering handbook. 2nd Ed. New York: Van Nostrand Reinholds; 1991. p. 553–93 [chapter 15].
- 39- Gazetas G. (1991). Formulas and charts for impedances of surface and embedded foundations. J Geotech Eng ASCE 1991; 117(9):1363–81.
- 40- Gazetas, G. and Mylonakis, G. (1998) "seismic soil-structure interaction: new evidence and emerging issues," Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics III ASCE, eds. P. Dakoulas, M. K. Yegian, and R. D. Holtz, Vol. II, pp1119-1174.

-
- 41- Gazetas, G., Dobry, R., 1984. Horizontal response of piles in layered soils. *Journal of geotechnical engineering*, Vol. 110, No. 1
- 42- Gazetas, G., Kallouand, P.V. and Psarropoulos, P.N. (2002). *Topography and Soil Effects in the MS 5.9 Parnitha (Athens) Earthquake: The Case of Adámes*. Kluwer Academic Publishers, Printed in the Netherlands, *Natural Hazards* 27: 133–169.
- 43- Ghanbari A, Hoomaan E, Mojallal M. (2013). An analytical method for calculating the natural frequency of retaining walls. *International Journal of Civil Engineering*.11(1):1-9.
- 44- Ghanbari, A. and Taheri, M. (2012), “An analytical method for calculating active Earth pressure unreinforced retaining walls subject to a line surcharge”, *Geotex. Geomemb.*, 34, 1-10.
- 45- Ghanbari, A., Abbasi Maedeh. P. (2015). Dynamic behaviour of ground-supported tanks considering fluid-soil-structure interaction (Case study: southern parts of Tehran), *Pollution* 1 (1), 103-116.
- 46- Ghanbari, A., Ahmadabadi, M., 2010a. Pseudo-dynamic active earth pressure analysis of inclined retaining walls using horizontal slices method. *Scientica Iranica, Transaction A: Civil Engineering* 17 (2), 118-130.
- 47- Ghanbari, A., Ahmadabadi, M., 2010b. Active earth pressure on inclined retaining walls in static and pseudo-static conditions. *International Journal of Civil Engineering* 8 (2), 159-173.
- 48- Ghanbari, A., Ahmadabadi, M., 2010c. New analytical procedure for seismic analysis of reinforced retaining wall with cohesive-frictional backfill. *Geosynthetics International* 17 (6).
- 49- Ghanbari, A., Khalilpasha, A., Sabermahani, M. and Heydari, B. (2013), “An analytical technique for estimation of seismic displacements in reinforced slopes based on horizontal slices method (HSM)”, *Geomech. Eng., Int. J.*, 5(2), 143-164.
- 50- Ghanbari, E. and Ghanbari, A. 2016. A new criterion for considering soil-structure interaction on analysis of moment frames', *Int. J. Structural Engineering*, Vol. 7, No. 1, pp.31–47.

- 51- Ghannad MA, Ahmadnia A. 2006. The effect of soil–structure interaction on inelastic structural demands. *European Earthquake Engineering* 20(1): 23–35.
- 52- Ghannad MA, Jahankhah H. 2007. Site dependent strength reduction factors for soil–structure systems. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 27(2): 99–110.
- 53- Gill, M.L., Hernandez. E., De la Fuente, P., 2001. Simplified transverse seismic analysis of buried structures. *Soil dynamics and earthquake engineering*, 21, 735-740
- 54- Hashash, YMA. and Park, D. (2001). Non-linear one-dimensional seismic ground motion propagation in the Mississippi Embayment. *Eng. Geol.* 62 1-3, pp 185-206.
- 55- Hashash, YMA., Hook, J.J., Schmidt, B., Yao, J.I., 2001. Seismic design and analysis of underground structures. *Tunneling and Underground Space Technology* 16, 247–293.
- 56- Hatami K, Bathurst RJ. Effect of structural design on fundamental frequency of reinforced soil retaining walls. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2000;19:137–157.
- 57- Hosseinzadeh, N., Davoodi, M., Rayat Roknabadi, E., (2009). Comparison of Soil-Structure Interaction Effects between Building Code Requirements and Shake Table Study. *Journal of Seismology and Earthquake Engineering (JSEE)*, vol. 11(1), 31-39.
- 58- Hou G., Wang, J. and Layton, A. (2012). Numerical Methods for Fluid-Structure Interaction — A Review. *Commun. Comput. Phys.* Vol.12 , No. 2, pp. 337-377.
- 59- Housner, G. W. (1963). Dynamic behavior of water tanks. *Bulletin of the Seismological Society of America.* 53, 381-387.
- 60- Huang, J.W. (2011), “Development of modified p-y curves for Winkler Analysis to characterize the lateral load behavior of a single pile embedded in improved soft clay”. Thesis submitted to graduate Faculty, Iowa State University.

-
- 61- Huo, H., Bobet, A., Fernandez, G., Ramirez, J., 2006. Analytical solution for deep rectangular structures subjected to far-field shear stresses. *Tunneling and Underground Space Technology* 21 (6), 613–625.
- 62- IS 1893 (2002), “Indian Standard Criteria for Earthquake Resistant Design of Structures: General Provisions and Buildings”, Bureau of Indian Standards, New Delhi.
- 63- Itasca (2005). FLAC Version 5.0. Fast Lagrangian Analysis of Continua. Online Manual. Itasca Consulting Group, Inc.
- 64- Itasca. (2000). FLAC, Fast Lagrangian Analysis of Continua, Version 4.0, User's Guide: Itasca.
- 65- Jahankhah, H, Ghannad MA and Rahmani, MT, (2010). Alternative solution for kinematic interaction problem of soil–structure systems with embedded foundation. *Struct. Design Tall Spec. Build.*
- 66- Jain, S.K., and Jaiswal, O. R. (2007), Guidelines for Seismic Design of Storage Tanks, Provisions with Commentary and Explanatory Examples, Report No. IITK- GSDMA- EQ-08, Indian Institute of Technology Kanpur, Kanpur.
- 67- Japanese Code (2000). Ministry of Land, Infrastructure and Transport. Notification No.1457-2000, Technical Standard for Structural Calculation of Response and Limit Strength of Buildings, (in Japanese).
- 68- JSCE (2007). JSCE Guidelines for Concrete No. 15, Standard for Concrete Structures, Design. Japan Society of Civil Engineering. 2007.
- 69- Kalerkin, BG, 1915. Rods and Plates. *Vestnik Ingenera*, 5(19).
- 70- Karnovsky, IA and Lebed, OI (2004) . *Formulas for Structural Dynamics: Tables, Graphs and Solutions*. McGraw-Hill. p 491.
- 71- Kofer, W.F. and Modak, S (1997). “Modeling pile foundation for seismic analysis”, Research Projects T9234-07, Washington state department of Transportation.
- 72- Kramer, S. (1988). “development of p-y curves for analysis of laterally loaded pile in western washington”. WA-RD 153.1, Washington state departement of transportation.

- 73- Kramer, S. (1996). *Geotechnical Earthquake Engineering*. University of Washington. prentice-hall international series in civil engineering mechanics. Upper saddle River, New Jersey 07458.
- 74- Kwok, AOL, Stewart, JP, Hashash, YMA, Matasovic, N, Pyke, R, Wang, Z, and Yang, Z (2007). "Use of exact solutions of wave propagation problems to guide implementation of nonlinear, time domain ground response analysis routines" *ASCE Journal of Geotechnical and Geo environmental Engineering*, 133(11), 1385-1395.
- 75- Liu, H., Song, E., 2005. Seismic response of large underground structures in liquefiable soils subjected in horizontal and vertical earthquake excitation. *Computers and Geotechnics*, Volume 32, Issue 4, Pages 223-244.
- 76- Livaoglua, R. (2008). Investigation of seismic behavior of fluid–rectangular tank –soil/foundationsystems in frequency domain. *Soil Dyn. Earthq. Eng.*, 28(2), 132–146.
- 77- Livaoglua, R., and Dogangun, A.(2006). Simplified seismic analysis procedures for elevated tanks considering fluid–structure–soil interaction. *Journal of Fluids and Structures* 22 (2006) 421–439.
- 78- Livaoglua, R., and Dogangun, A.(2007). Effect of foundation embedment on seismic behaviour ofelevated tanks considering fluid–structure-soil interaction, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 27 (9), pg. 855-863 963;53(2):225–307.
- 79- Lysmer, J. and Kuhlemeyer, RL., (1969). Finite Dynamic Model for Infinite Media, *Proc. ASCE*, Vol. 95, No.EM4.
- 80- Lysmer, J. and Richart, F.E. (1966) 'Dynamic response of footings subjected to vertical loading', *Journal of Soil Mechanics and Foundation*, Div. ASCE, Vol. 92, pp.65-91.
- 81- Maleki, S. and Mahjoubi S, (2010). "A New Approach for Estimating the Seismic Soil Pressure on Retaining Walls", *Scientia Iranica, Transaction A: Civil Engineering*, Vol. 17, No. 4, pp. 273-284.

-
- 82- Maravas A. Mylonakis G. and Karabalis DL. (2014) "Simplified discrete systems for dynamic analysis of structures on footings and piles". *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 61-62; 29–39.
- 83- Matlock, H. (1970). "Correlations for Design of Laterally Loaded Piles in Soft Clay", *Offshore Technology Conference Proceedings, Offshore Technology Conference*, Houston, Texas, 1970, Vol. I, Paper No. 1204, pp. 577-594.
- 84- Meek JW and Wolf JP. (1994). Cone models for embedded foundation. *ASCE Journal of Geotechnical Engineering* 120(1): 60–80.
- 85- Meirovitch L. (2001). *Fundamentals of Vibrations*. Singapore: McGraw-Hill; 2001.
- 86- Midorikawa M., Okawa, I., Iiba, M., Teshigawara, M. (2003). Performance-Based Seismic Design Code for Buildings in Japan. *Earthquake Engineering and Engineering Seismology*, Vol. 4, No. 1, pp 15-25.
- 87- Mojalla, M., Ghanbari, A., Askari, F., (2012). A new analytical method for calculating seismic displacements in reinforced retaining walls. *Geosynthetics International* 19 (3), 212–231.
- 88- Mojallal, M. and Ghanbari, A. (2012), "Prediction of seismic displacements in gravity retaining walls based on limit analysis approach", *Struct. Eng. Mech.*, 42(2), 247-267.
- 89- Mononobe N, Matsuo H. (1929) "On the determination of earth pressure during earthquakes", In: *Proceeding of the World Engineering Congress*, Vol. 9, pp. 179–87.
- 90- Mylonakis, G, Nikolaou, S and Gazetas, G. (2006). Footings under seismic loading: Analysis and design issues with emphasis on bridge foundations. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 26 (2006) 824–853.
- 91- NEHRP (1997). *Recommended Provision for Seismic Resistant Buildings and Other Structures Part 2: Commentary*. Building Seismic Safety Council. FEMA – 303. Washington, D.C.
- 92- NEHRP (2004). *Recommended provisions for seismic regulations, building seismic safety council national institute of building sciences*. FEMA- 450. Washington, D.C.

-
- 93- NEHRP (2005). Improvement of Nonlinear Static Seismic Analysis Procedures Applied Technology Council (ATC-55 Project), FEMA- 440. Washington, D.C.
- 94- Novak, M. (1974). Dynamic Stiffness and Damping of Piles. Canadian Geotechnical Journal, 11(4): 574-598.
- 95- Okabe, S. (1926) "General Theory of Earth Pressures", J. Japan Soc. Civil Engineering; Vol. 12, No. 1.
- 96- Pakbaz, C. M., Yareevand, A., 2005. 2-D analysis of circular tunnels against earthquake loading. Tunneling and Underground Space Technology, Volume 20, Issue 5, Pages 411-417
- 97- Pecker, A. (2007). Advanced Earthquake Engineering Analysis. International center for Mechanical Science, Courses and Lectures – No. 494. Springer Wien New York.
- 98- Pender, MJ (1983), "Earthquake - Soil Structure Interaction, spring and dashpot models, and real soil behavior". Third South Pacific Regional Conference on Earthquake Engineering, Wellington, May 1983.
- 99- Penzien, J., 2000. Seismically -induced racking of tunnel linings. Int. J. Earthquake Eng. Struct. Dyn. 29, 683_691.
- 100- Rahmani, A., Taiebat, M, Liam Finn, W.D. and Ventura C.E. (2016), "Evaluation of substructuring method for seismic soil-structure interaction analysis of bridges", Soil Dynamics and Earthquake Engineering; 90, 112–127.
- 101- Rao SS. Mechanical Vibrations. Prentice Hall; 2004.
- 102- Rao SS. Vibration of Continuous Systems. New Jersey: John Wiley & Sons; 2007.
- 103- Rayleigh, L. (1911). On the calculation of Chladni's figures for a square plate, Philosophical Magazine Sixth Series, 22: 225–229.
- 104- Richards, R. & Elms, D. G. (1979). Seismic behavior of gravity retaining walls. J. Geotech. Engng Div. ASCE 105, No. 4, 449– 464.
- 105- Ritz, W. (1909). On a new method for the solution of certain variational problems of mathematical physics, Journal für reine und angewandte Mathematik, vol. 135, pp. 1–61.

- 106- Rizzitano, S., Cascone, E. and Biondi, G. (2014). Coupling of topographic and stratigraphic effects on seismic response of slopes through 2D linear and equivalent linear analyses. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 67:66–84.
- 107- Roesset, J. M. (1980) "A review of soil-structure interaction ," Soil-structure interaction: The status of current analysis methods and research, ed. J. J. Johnson, Report Nos. NUREGICR-1780 and UCRL-53011, US Nuclear Regulatory Commission and Lawrence Livermore Laboratory.
- 108- Scott R. (1973). Earthquake-induced earth pressures on retaining walls. In: 5th World Conference on Earthquake Engineering; Rome, Italy.
- 109- Seed, BH and Idriss, IM (1969) "Influence of soil condition on ground motion during earthquakes". *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, Vol. 95, No. 1, 1969, pp. 99-137.
- 110- Shahrour, I., Khoshnoudian, M., Sadek, H., 2010. Elastoplastic analysis of the seismic response of tunnels in soft soils. *Tunneling and Underground Space Technology*, Volume 25, Issue 4, Pages 478-482.
- 111- Shekarian, S., Ghanbari, A., Farhadi, A., 2008. New seismic parameters in the analysis of retaining walls with reinforced backfill. *Geotextiles and Geomembranes* 26, 350-356.
- 112- Shirgir, V., Ghanbari, A. & Shahrouzi, M. (2016): Natural Frequency of Single Pier Bridges Considering Soil-Structure Interaction, *Journal of Earthquake Engineering*; 20(4), 611-632.
- 113- St John, CM and Zahrah, TF (1987). Aseismic design of underground structures. *Tunneling and underground Space Technol.* 2, 165-197.
- 114- Stewart, JP, Seed, RB, and Fenves GL, (1998). Empirical evaluation of inertial Soil - Structure Interaction effects. PEER-98107.
- 115- Tabatabaiefar, HR and Massumi, A. (2010) 'A simplified method to determine seismic responses of reinforced concrete moment resisting building frames under influence of soil-structure interaction', *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 30, 1259–1267.

- 116- Tabatabaiefar, HR, and Fatahi, B. (2014). Idealisation of soil–structure system to determine inelastic seismic response of midrise building frames. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 66: 339–351.
- 117- Taherzadeh, R., Clouteau, D. and Cottureau, R. (2002). Simple formulas for the dynamic stiffness of pile groups. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*; 38 (15), 1665-1685.
- 118- Towhata, I. (2008). *Geotechnical Earthquake Engineering*, Springer, p. 358.
- 119- US Army (1991). Department of the Army US Army Corps of engineers, Design of pile foundation. Washington, DC 20314-1000, pp. 4-28; 4-38.
- 120- USACE 1110-6051. (2003). Time-history dynamic analysis of concrete hydraulic structures.
- 121- Varzaghani, M.I. and Ghanbari, A. (2014), “A new analytical model to determine dynamic displacement offoundations adjacent to slope”, *Geomech. Eng.*, 6(6), 561-575.
- 122- Veletsos AS, Nair VV. (1975). Seismic interaction of structures on hysteretic foundations. *J Struct Eng*; 101:109–29.
- 123- Veletsos AS, Younan AH. (1994). Dynamic soil pressures on rigid vertical walls. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*;23(3):275–301.
- 124- Veletsos, A. S. (1977), “Dynamics of structure-foundation systems”, in *Structural and Geotechnical Mechanics*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs. NJ. pp: 333-361.
- 125- Veletsos, A.S and Meek, J.W. (1974) ‘Dynamic behavior of building – foundation system’ *Equation Engineering and structural Dynamics*, Vol. 3 No. 2, pp. 121-38.
- 126- Wang, J.N., 1993. *Seismic Design of Tunnels: a State of the Art Approach*, Monograph, Monograph 7. Parsons, Brinckerhoff, Quade and Douglas Inc., New York.
- 127- Whitman, R. V. and Liao, S. (1985). Seismic design of gravity retaining walls. *Proc. 8th World Conf. on Earth Engineering*, San Francisco, CA, 3, pp. 533–540.

-
- 128- Wolf, J. (1985). *Dynamic Soil-Structure Interaction*. Electro Watt Engineering Services Ltd, prentice-hall, INC, Englewood cliffs, N.J.07632.
- 129- Wolf, J. P. (1988). *Soil structure Interaction Analysis in time Domain*. New jersey: prentice hall.
- 130- Wolf, J., Deeks, A., 2004. *Foundation Vibration Analysis: A Strength-of-Materials Approach*. Elsevier.
- 131- Wolf, J., Paronesso,A., (1991)“Lumped-Parameter Model for Foundation on layer” *Proceedings of 2nd International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics, Vol.I:895-905*.
- 132- Wu G. (1994) “Dynamic soil–structure interaction: pile foundations and retaining structures” *PhD Thesis*. Vancouver: University of British Columbia.
- 133- Yan, L. and Byrne, P. M. (1992), “Lateral pile response to monotonic loads” *Canadian Geotechnical Journal* 29, 955-970.
- 134- Younan AH, Veletsos AS. (2009). *Dynamic response of flexible retaining walls*. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 2000;29:1815–44.
- 135- Zarrabi-Kashani, K. (1979) "Sliding of gravity retaining wall during earthquakes considering vertical accelerations and changing inclination of failure surface", *Ms thesis*, Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA.
- 136- Zerva, A. (2009). “Spatial variation of Seismic Ground Motions, Modeling and Engineering Applicatios”, CRC Press.
- 137- Zerwer A., Cascante G. and Hutchinson J. (2002). “Parameter estimation in finite element simulation of Rayleigh waves”, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 128(3), 250-261.
- 138- Zhang, Q.Q and Zhang, Z.M ,(2012) “A simplified nonlinear approach for single pile settlement analysis”, *Canadian Geotechnical Journal*, 49; 1256-1266.

واژه‌نامه انگلیسی – فارسی

acceleration spectrum	طیف شتاب
pseudo acceleration spectrum	طیف شبه شتاب
accelerogram	شتاب نگار
amplification factor	ضریب تشدید
arias intensity	شدت آریاس
bedrock motion	حرکت سنگ بستر
body wave	موج حجمی
coherence function	تابع انسجام
cone model	مدل مخروط
D’Alambert’s principle	اصل دی آلامبرت
damage index	شاخص تخریب
damped frequency	فرکانس میرا شده
damping	میرایی
damping ratio	نسبت میرایی
degrees of freedom	درجات آزادی
design earthquakes	زلزله طرح
design response spectrum	طیف پاسخ طرح
deterministic hazard analysis	تحلیل خطر قطعی
direct method	روش مستقیم
discretization	مجزا سازی

discrete parameters model	مدل پارامترهای مجزا
Duhamel integral	انتگرال دیوهامل
duration	دوره (مدت تداوم زلزله)
earthquake	زلزله
earthquake ground motion	حرکت لرزه‌ای زمین
earthquake resistant design	طراحی مقاوم لرزه‌ای
earthquake wave	موج لرزه‌ای
eigen values	مقادیر مشخصه
eigen vectors	بردارهای مشخصه
elastic limit	حد الاستیک
elasto plastic system	سیستم الاستوپلاستیک
equations of motion	معادله حرکت
equivalent lateral load analysis	تحلیل بار جانبی معادل
equivalent spring	فنر معادل
equivalent spring-dashpot analysis	روش فنر و میراگر معادل
failure surface	سطح شکست
fault	گسل
active fault	گسل فعال
dip slip fault	گسل شیب لغز
earthquake fault	گسل لرزه‌ای

reverse fault	گسل معکوس
strike slip fault	گسل امتداد لغز
finite element method	روش المان محدود
fluid- structure interaction	اندرکنش سیال و سازه
focal depth	عمق کانونی
Fourier amplitude spectrum	طیف دامنه فوریه
free field motion	حرکت میدان آزاد
frequency content	محتوای فرکانسی
frequency domain analysis	تحلیل دامنه فرکانسی
fundamental time period	پریود اساسی
generalized coordinates	مختصات کلی
ground motion	حرکت زمین
ground response analysis	تحلیل پاسخ زمین
harmonic horizontal motion	حرکت افقی هارمونیک
hysteresis loop	حلقه هیستریزیس
hysteretic behavior	رفتار هیسترتیک
impedance function	تابع امپدانس
impedance matrix	ماتریس امپدانس
inelastic earthquake analysis	تحلیل لرزه ای غیر الاستیک
inertial force	نیروی اینرسی

inertial interaction	اندرکنش اینرسی دار
kinematic interaction	اندرکنش سینماتیک
lifeline	شریان حیاتی
local site effect	اثر ساختگاه
log normal distribution	توزیع لوگ نرمال
magnitude	بزرگی
mass matrix	ماتریس جرم
mass participation factor	ضریب مشارکت جرمی
material damping	میرایی مصالح
material non linearity	مصالح غیر خطی
maximum probable earthquake	ماکزیمم زلزله محتمل
mean value	مقدار میانگین
modal peak response	پاسخ حداکثر مودال
mode shapes	شکل مود
mode superposition method	روش جمع آثار مودها
MTM model	مدل MTM (مدل دُم میمون)
multi degrees of freedom	چند درجه آزادی
natural frequency	فرکانس طبیعی
non linear time history analysis	تحلیل تاریخچه زمانی غیر خطی
numerical integration	انتگرال گیری عددی

one dimensional ground response analysis	تحلیل پاسخ یک بعدی زمین
peak acceleration	شتاب حداکثر
peak displacement	جابجایی حداکثر
peak velocity	سرعت حداکثر
power spectral density function	تابع چگالی طیفی توان
predominant period	پریود غالب
probabilistic hazard analysis	تحلیل خطر احتمالاتی
probabilistic risk analysis	تحلیل ریسک احتمالاتی
probability of failure	احتمال شکست
pseudo velocity spectrum	طیف شبه سرعت
push over analysis	
radiation damping	میرایی تشعشعی
random variable	متغیر تصادفی
Rayleigh damping	میرایی رایلی
Rayleigh wave	موج رایلی
Rayleigh's method	روش رایلی
recurrence law	قانون بازگشت
reflection of wave	انعکاس موج
refraction of wave	انکسار موج
relaxation time	دوره استراحت

resonance	پاسخ
response spectrum	طیف پاسخ
response spectrum analysis	تحلیل طیف پاسخ
rigid body	حجم صلب
rock out cropping motion	
SDOF system	سیستم یک درجه آزادی
seismic analysis of buried pipelines	تحلیل لرزه ای خطوط لوله مدفون
seismic coefficient method	روش ضریب لرزه ای
seismic hazard analysis	تحلیل خطر لرزه ای
seismicity	حالت ارتعاش
seismograph	لرزه نگار
seismology	لرزه شناسی
shear modulus	مدول برشی
site effect	اثر ساختگاه
soil- pile interaction	اندرکنش خاک و شمع
soil- structure interaction	اندرکنش خاک و سازه
spatially varying ground motion	تحریک غیر یکنواخت زمین
stiffness matrix	ماتریس سختی
strong ground motion	حرکت لرزه ای قوی
substructure method of analysis	روش تحلیل زیرسازه

support excitation	تحریک تکیه گاهی
surface wave	موج سطحی
surface wave magnitude	بزرگی موج سطحی
three component ground motion	حرکت سه مؤلفه ای زمین
three dimensional ground response analysis	تحلیل سه بعدی پاسخ زمین
time history analysis	تحلیل تاریخچه زمانی
two component ground motion	حرکت دو مؤلفه ای زمین
two dimensional ground response analysis	تحلیل دو بعدی پاسخ زمین
underground structure	سازه زیرزمینی
velocity	سرعت
velocity spectrum	طیف سرعت
viscoelastic damper	میراگر ویسکو الاستیک
viscous damper	میراگر ویسکوز
wave passage effect	اثر عبور موج
wave propagation	انتشار موج
yield strain	کرنش تسلیم
yield stress	تنش تسلیم
yielding	تسلیم
uniform ground motion	تحریک یکنواخت زمین

Introduction to Soil- Structure Interaction

SOIL STRUCTURE INTERACTION (SSI)



The response of a structure to earthquake shaking is affected by interactions between three linked systems:

- 1) the **structure**,
- 2) the **foundation**, and
- 3) the **geologic media** underlying and surrounding the foundation.

SSI effects reflect the differences between the actual response of the structure and the response for the theoretical, rigid base condition.

By:

Ali Ghanbari, Professor

Shima Sadat Hosseini